



# UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

Sede Amministrativa: Università degli Studi di Padova

Dipartimento di Ingegneria Idraulica, Marittima, Ambientale e Geotecnica

SCUOLA DI DOTTORATO DI RICERCA IN : SCIENZE DELL'INGEGNERIA CIVILE E  
AMBIENTALE

INDIRIZZO: INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO  
CICLO XX

## **CONTRIBUTI ALLO SVILUPPO DI MODELLI IDROLOGICI ACCOPPIATI PREVISIONALI E MONTECARLO**

**Direttore della Scuola :** Ch.mo Prof. Andrea Rinaldo

**Supervisore :** Ch.mo Prof. Marco Marani

**Dottoranda :** Elisa Alessi Celegon

DATA CONSEGNA TESI  
31 gennaio 2008



*Ai miei genitori,  
a mia nonna,  
a Marco.*





## Sommario

Una gestione accorta del territorio e delle risorse idriche necessita oggi di modelli eco-idrologici che consentano di valutare i regimi idrologici dominanti e la risposta ad eventi di piena dei sistemi naturali anche in un contesto di rapido mutamento ambientale indotto dall'attività umana e da cambiamenti climatici. In questo quadro generale le attività descritte nella presente tesi si sono concentrate sull'accoppiamento di modelli idrologici basati sulla rappresentazione dei processi fisici responsabili della produzione del deflusso e del suo trasporto e modelli che prescrivono le forzanti idro-meteorologiche rilevanti sulla base di previsioni (modelli di circolazione atmosferica) o di rappresentazioni probabilistiche dei caratteri statistici delle variabili in gioco (generatori stocastici delle variabili meteorologiche).

Parte dell'attività di ricerca ha riguardato lo sviluppo di modelli geomorfologici della risposta idrologica per alcuni sistemi di rilevante interesse applicativo; un modello idrologico di piena affidabile e robusto, ancorato alle caratteristiche morfologiche e fisiche di un sistema idrografico è infatti uno strumento fondamentale per la valutazione e la previsione di eventi estremi grazie alla capacità di predire il comportamento del sistema in diverse condizioni quanto a stato iniziale del bacino e caratteristiche dell'evento meteorologico forzante. Grazie alla robustezza mostrata, i modelli idrologici sviluppati si sono dimostrati una solida base per lo sviluppo di modelli meteorologici-idrologici accoppiati; a tal fine particolare attenzione è stata dedicata all'acquisizione e rielaborazione dei campi di precipitazione previsti forniti da un modello meteorologico ad area limitata (*ETA Model*). È stata inoltre condotta una valutazione di massima del funzionamento del modello accoppiato come supporto idrometeorologico per la gestione dei serbatoi idroelettrici in bacini idrografici montani. I risultati consentono di trarre importanti informazioni per lo svolgimento di una verifica statistica più ampia e per l'implementazione di uno strumento operativo di previsione delle piene di interesse per gli enti preposti alla gestione dei sistemi idrografici considerati.

Un ulteriore campo di analisi ha riguardato l'accoppiamento dei modelli idrologici sviluppati, con modelli stocastici di generazione delle forzanti idrometeorologiche; tale argomento riveste un ruolo fondamentale nella caratterizzazione dei tempi di ritorno associati ad eventi di piena. L'individuazione delle probabilità di eccedimento di fissati valori delle portate al colmo o di generazione di idrogrammi che mettano in crisi opere di mitigazione delle piene (e.g. invasi o casse di espansione) è infatti solitamente difficile, a causa della mancanza di osservazioni sufficientemente lunghe con risoluzioni temporali adeguate. Pertanto si è studiato ed implementato un modello stocastico che consenta di generare le principali forzanti idro-meteorologiche, quali la precipitazione oraria, i valori giornalieri di temperatura massima e minima, umidità relativa massima e minima, velocità media del vento e sua direzione e la radiazione incidente. Inoltre, data l'importante ruolo che essa riveste in sistemi

idrografici costieri, si è esteso tale modello alla generazione, correlata alle rimanenti grandezze, della pressione atmosferica e della componente del livello di marea dovuta a processi meteorologici. Il generatore sviluppato è stato successivamente calibrato applicandolo al rilevante caso della laguna di Venezia, utilizzando le locali osservazioni meteorologiche (Istituto Cavanis) e la lunga serie di osservazioni di marea di Punta della Salute (circa 80 anni). I risultati ottenuti evidenziano la corretta riproduzione da parte del modello stocastico delle principali statistiche di interesse sia alla scala giornaliera sia alla scala oraria (per la componente meteorologica di marea) e la frequenza di accadimento dei massimi annuali di marea registrati anche quando questi siano confrontati con l'intera serie di osservazione (78 anni), dimostrando una robusta capacità di estrapolare a tempi di ritorno eccedenti la durata delle osservazioni.

## Abstract

A careful management of the environment and of water resources requires modern eco-hydrological models which allow the evaluation of flood events and of the response natural systems, especially in a context of accelerated environmental changes due to human activities and climate change. Modelling such complex dynamics requires mathematical tools, such as modern hydrological response models, rainfall stochastic models and meteorological models. In the present thesis the research activities have been focused on coupling physically-based hydrological models and models which prescribe relevant hydro-meteorological forcings on the basis of predictions (meteorological models) or probabilistic representations of statistical features of climate variables (weather stochastic generators).

A geomorphological model of the hydrological response applied to a number of relevant case studies is here developed. The use of a reliable flood forecasting model is extremely beneficial to prevent extreme events because of its capability to predict the behaviour of a hydrological system under different initial and boundary conditions. The hydrological model implemented constitutes a robust basis for the study and the development of coupled meteorological and hydrological models. Special attention is devoted to the analysis of high-resolution rainfall fields which are forecasted by a LAM meteorological model (ETA model); spatial and temporal analyses are carried out to test the main characters of precipitation forecasts.

Hydrological, ecological and water resources applications need as forcing input weather time series with a suitable spatial and temporal detail. Measured ground-based meteorological data are often inadequate, particularly because of their limited length which may lead to a mis-representation of extreme events. Stochastic weather generators are a viable technique for simulating time series consistent with the statistical characters of observed data. In this thesis a new stochastic model is developed, based on a multivariate autoregressive framework. The objective is the generation of a coherent set of hydro-meteorological variables including maximum and minimum air temperature, maximum and minimum air humidity, atmospheric pressure, daily mean wind velocity and direction and the meteorological tide component for a given geographic location. These variables are required to force models applied to coastal hydrological systems, where the presence of a tidal component is important in determining the response to ordinary and extreme events (e.g. as in the important case of the Venice Lagoon). However, the daily resolution is not detailed enough to describe the meteorological tidal level fluctuations in usual hydrologic applications; a down-scaling technique is thus applied in order to obtain hourly time series of simulated tidal levels. The results highlight the model capability to reproduce the main statistics both at daily and hourly resolution. Moreover the stochastic generator is able to well reproduce observed extreme events frequencies.



# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Un modello idrologico di piena a fondamento geomorfologico</b>	<b>5</b>
2.1	Metodi . . . . .	6
2.1.1	Analisi geomorfologica . . . . .	6
2.1.2	Interpolazione geostatistica delle precipitazioni . . . . .	10
2.1.3	Produzione dei deflussi . . . . .	12
2.1.4	Approccio geomorfologico alla risposta idrologica . . . . .	13
2.2	Il bacino del Fiume Tirso . . . . .	27
2.2.1	Descrizione fisica del Bacino . . . . .	27
2.2.2	Utilizzazione delle acque del Tirso . . . . .	27
2.2.3	Analisi della pedologia e dell'uso del suolo . . . . .	29
2.2.4	Interpolazione geostatistica delle precipitazioni: applicazione .	34
2.2.5	Analisi geomorfologica del bacino del Fiume Tirso: applicazioni	37
2.2.6	Produzione dei deflussi e approccio geomorfologico alla risposta idrologica: applicazione . . . . .	42
2.3	Il bacino del Fiume Brenta . . . . .	51
2.3.1	Descrizione fisica del Bacino . . . . .	51
2.3.2	Il serbatoio del Corlo . . . . .	54
2.3.3	Interpolazione geostatistica delle precipitazioni: applicazione .	56
2.3.4	Analisi geomorfologica del bacino del Fiume Brenta: applicazioni . . . . .	63
2.3.5	Produzione dei deflussi e approccio geomorfologico della risposta idrologica: applicazione . . . . .	64
<b>3</b>	<b>Un modello meteorologico e idrologico accoppiato</b>	<b>67</b>
3.1	Il modello meteorologico ETA . . . . .	68
3.2	Trattamento dei dati di previsione meteorologica . . . . .	69
3.3	Il bacino del Fiume Brenta: analisi delle precipitazioni previste dal modello meteorologico . . . . .	71
3.3.1	Precipitazioni previste e osservate: la distribuzione temporale	72
3.3.2	Precipitazioni previste e osservate: la distribuzione spaziale . .	81

3.4	Il bacino del Fiume Piave: applicazione del modello accoppiato . . . .	89
3.4.1	Il modello idrologico: cenni . . . . .	90
3.4.2	Precipitazioni previste e osservate: la distribuzione temporale	97
3.4.3	Valutazione degli idrogrammi previsti in sezioni caratteristiche del bacino . . . . .	101
<b>4</b>	<b>Un modello stocastico di generazione di variabili climatiche</b>	<b>105</b>
4.1	Il Modello autoregressivo di ordine 1, AR(1) . . . . .	106
4.2	Normal Score Transform . . . . .	108
4.3	La precipitazione . . . . .	109
4.3.1	Il Modello Stocastico di Bartlett-Lewis . . . . .	110
4.4	Down-scaling temporale dei dati di marea . . . . .	116
4.5	Il Modello stocastico di generazione di variabili climatiche: calibra- zione dei parametri . . . . .	119
4.5.1	Analisi dei dati osservati . . . . .	119
4.5.2	Il modello AR(1), Normal Score Transform e downscaling: applicazioni . . . . .	126
4.5.3	Gli eventi estremi . . . . .	140
<b>5</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>145</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>148</b>

# Elenco delle figure

2.1	<i>Rappresentazione dello schema ad otto direzioni di drenaggio.</i> . . . . .	8
2.2	<i>Schema ad infinite direzioni di drenaggio: la direzione di massima pendenza, rappresentata dalla freccia, forma rispetto alle direzioni di riferimento (indicate con 3 e 4) gli angoli <math>\alpha_1</math> e <math>\alpha_2</math>; il flusso si ripartisce quindi proporzionalmente al rapporto <math>\frac{\alpha_2}{\alpha_1+\alpha_2}</math> verso la cella 3 e secondo il rapporto <math>\frac{\alpha_1}{\alpha_1+\alpha_2}</math> verso la cella 4 (da Tarboton, 1997, [78]).</i> . . . . .	8
2.3	<i>Rapporto tra area drenata e pendenza locale per le teste dei canali (palino pieno), valli non canalizzate (cerchio), e canali di ordine basso (triangolo) relativi a: A. zona costiera dell'Oregon, B. California del nord, C. California del sud. In (D) si sottolinea la presenza di una soglia area-pendenza che distingue lo stato canale da quello versante. (e.g. Montgomery e Dietrich, 1992, [49]).</i> . . . . .	11
2.4	<i>Particolare della Regione Sardegna: il bacino del Tirso e le province limitrofe (Fonte: Regione Autonoma Sardegna - Limiti provinciali ai sensi della L.R. 4/97).</i> . . . . .	28
2.5	<i>Rappresentazione virtuale del bacino del Tirso ottenuta dall'elaborazione di dati digitali di elevazione del terreno; si notino i principali affluenti e rilievi montuosi (Fonte D.T.M.: Consorzio di Bonifica dell'Oristanese).</i> . . . . .	29
2.6	<i>Un'immagine panoramica del Lago Omodeo e della Diga Cantoniera.</i> . . . . .	30
2.7	<i>Veduta della Diga Cantoniera.</i> . . . . .	30
2.8	<i>Rappresentazione digitale delle caratteristiche dei suoli nella zona sud-ovest del bacino del fiume Tirso (Fonte: Consorzio di Bonifica dell'Oristanese, Oristano).</i> . . . . .	32
2.9	<i>Mappa delle caratteristiche dell'uso del suolo nella zona sud-ovest del bacino del fiume Tirso (Fonte: Consorzio di Bonifica dell'Oristanese, Oristano).</i> . . . . .	33
2.10	<i>Ubicazione delle stazioni di misura all'interno del bacino del fiume Tirso.</i> . . . . .	34
2.11	<i>Esempio di uno ietogramma di precipitazione.</i> . . . . .	35
2.12	<i>Precipitazione interpolata [mm/h] sull'intero bacino del fiume Tirso, 3 Maggio 2004 dalle ore 18 : 00 alle ore 19 : 00.</i> . . . . .	35

2.13	<i>Reticolo idrografico estratto imponendo una soglia sull'area cumulata pari a 0.4 km<sup>2</sup>; la densità di drenaggio risultante è pari a 0.98 km<sup>-1</sup>.</i>	37
2.14	<i>Reticolo idrografico estratto imponendo una soglia sull'area cumulata pari a 2.8 km<sup>2</sup>; la densità di drenaggio risultante è pari a 0.41 km<sup>-1</sup>.</i>	38
2.15	<i>Confronto tra il reticolo idrografico estratto imponendo una soglia sull'area cumulata pari a 2.4 km<sup>2</sup> (in rosso; densità di drenaggio pari a 0.44 km<sup>-1</sup>) e 3.2 km<sup>2</sup> (in nero; densità di drenaggio pari a 0.39 km<sup>-1</sup>).</i>	38
2.16	<i>Reticolo idrografico estratto imponendo una soglia sul prodotto tra area drenata e quadrato della pendenza pari a 2 km; la densità di drenaggio risultante è pari a 3.2 km<sup>-1</sup>.</i>	39
2.17	<i>Reticolo idrografico estratto imponendo una soglia sul prodotto tra area drenata e quadrato della pendenza pari a 160 km; la densità di drenaggio risultante è pari a 0.44 km<sup>-1</sup>.</i>	39
2.18	<i>Confronto tra il reticolo idrografico estratto imponendo una soglia sul prodotto tra area drenata e quadrato della pendenza pari a 10 km (in rosso; densità di drenaggio pari a 1.33 km<sup>-1</sup>) e 160 km (in nero; densità di drenaggio pari a 0.44 km<sup>-1</sup>).</i>	40
2.19	<i>Confronto tra il reticolo idrografico estratto imponendo una soglia sul prodotto tra area drenata e quadrato della pendenza pari a 160 km (in rosso; densità di drenaggio pari a 0.44 km<sup>-1</sup>) e quello estratto imponendo una soglia sull'area cumulata pari a 2.8 km<sup>2</sup> (in nero; densità di drenaggio pari a 0.41 km<sup>-1</sup>).</i>	41
2.20	<i>Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra le portate simulate e misurate per l'evento del marzo 2003.</i>	43
2.21	<i>Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra i volumi invasati simulati e misurati per l'evento del marzo 2003.</i>	44
2.22	<i>Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra le portate simulate e misurate per l'evento del maggio 2004.</i>	44
2.23	<i>Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra i volumi invasati simulati e misurati per l'evento del maggio 2004.</i>	45
2.24	<i>Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra le portate simulate e misurate per l'evento del gennaio 2001.</i>	45
2.25	<i>Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra i volumi invasati simulati e misurati per l'evento del gennaio 2001.</i>	46
2.26	<i>Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra le portate simulate e misurate per l'evento del gennaio 2003.</i>	46
2.27	<i>Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra i volumi invasati simulati e misurati per l'evento del gennaio 2003.</i>	47
2.28	<i>Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra le portate simulate e misurate per l'evento del febbraio 2001.</i>	47
2.29	<i>Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra i volumi invasati simulati e misurati per l'evento del febbraio 2001.</i>	48



2.30	<i>Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra le portate simulate e misurate per l'evento del novembre 2003.</i>	48
2.31	<i>Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra i volumi invasati simulati e misurati per l'evento del novembre 2003.</i>	49
2.32	<i>Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra le portate simulate e misurate per l'evento del dicembre 2004.</i>	49
2.33	<i>Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra i volumi invasati simulati e misurati per l'evento del dicembre 2004.</i>	50
2.34	<i>Bacino del fiume Brenta chiuso a Bassano del Grappa. Tratto da [61].</i>	52
2.35	<i>Schematizzazione dei serbatoi presenti nel Bacino del Brenta. Tratto da [61].</i>	55
2.36	<i>Distribuzione spaziale delle piogge cumulate: evento del 1999 (174 ore).</i>	57
2.37	<i>Distribuzione temporale media delle precipitazioni: evento del 1999.</i>	58
2.38	<i>Ietogramma di precipitazione per l'evento del 2002; stazione di misura di Pergine</i>	59
2.39	<i>Ietogramma di precipitazione per l'evento del 2002; stazione di misura di Bassano del Grappa</i>	59
2.40	<i>Distribuzione spaziale delle piogge cumulate: evento del 2002 (481 ore).</i>	60
2.41	<i>Distribuzione temporale media delle precipitazioni: evento del 2002.</i>	60
2.42	<i>Variogramma calcolato per l'evento del Novembre 2002.</i>	61
2.43	<i>Portate osservate in corrispondenza delle sezioni del Corlo e Bassano per l'evento del 2002</i>	62
2.44	<i>Confronto tra le due reti estratte: in azzurro la rete caratterizzata da un densità di drenaggio pari a <math>0.273 \text{ km}^{-1}</math>, in blu la rete caratterizzata da un densità di drenaggio pari a <math>0.496 \text{ km}^{-1}</math>.</i>	63
2.45	<i>Taratura (evento del 1999) e validazione (evento del 1998); confronto idrogramma osservato e simulato dal modello idrologico in corrispondenza delle sezioni a monte del serbatoio del Corlo e di Bassano.</i>	65
2.46	<i>Validazione (evento el 2002); confronto idrogramma osservato e simulato dal modello idrologico in corrispondenza delle sezioni monte del serbatoio del Corlo e di Bassano.</i>	66
3.1	<i>Idrogrammi simulati a Bassano del Grappa (bacino del Brenta) per l'evento dell'Ottobre del 2000 con diverse scale di aggregazione della precipitazione (tratto da [52])</i>	69
3.2	<i>JSD per diversi rapporti di velocità canale e versante nel bacino del Brenta. Bassi rapporti di velocità producono maggiori differenze in termini di risposta idrologica nella sezione di chiusura del bacino. Tratto da [52]</i>	71
3.3	<i>La griglia meteorologica sul bacino del Fiume Brenta.</i>	72
3.4	<i>Campo di precipitazione previsto per il 26 Novembre 2002 alle ore 19.</i>	73

3.5	<i>Confronto tra altezze di pioggia mediate sul bacino del Brenta (previste e misurate) al medesimo passo temporale (evento del 1993).</i> . . . . .	75
3.6	<i>Confronto tra altezze di pioggia mediate sul bacino del Brenta (previste e misurate) al medesimo passo temporale (evento del 1999).</i> . . . . .	76
3.7	<i>Confronto tra altezze di pioggia mediate sul bacino del Brenta (previste e misurate) al medesimo passo temporale (evento del 2000).</i> . . . . .	77
3.8	<i>Confronto tra altezze di pioggia mediate sul bacino del Brenta (previste e misurate) al medesimo passo temporale (evento del 2002).</i> . . . . .	78
3.9	<i>Confronto tra il numero di ore asciutte previste e misurate (eventi del 1993, 1999 e 2000).</i> . . . . .	79
3.10	<i>Confronto tra precipitazioni previste e osservate per gli intervalli di campionamento.</i> . . . . .	80
3.11	<i>Altezza media, differenza tra precipitazioni misurate e previste, per l'evento del 1993. Confronti: dal 1) al 6) ovvero dal 27 Settembre al 1 Ottobre 1993.</i> . . . . .	83
3.12	<i>Altezza media, differenza tra precipitazioni misurate e previste, per l'evento del 1998. Confronti: dal 1) al 6) ovvero dal 2 Ottobre al 7 Ottobre 1998.</i> . . . . .	84
3.13	<i>Altezza media, differenza tra precipitazioni misurate e previste, per l'evento del 1999. Confronti: dal 1) al 6) ovvero dal 15 Settembre al 19 Settembre 1999.</i> . . . . .	85
3.14	<i>Altezza media, differenza tra precipitazioni misurate e previste, per l'evento del 2000. Confronti: dal 1) al 6) ovvero dal 6 Ottobre al 11 Ottobre 2000.</i> . . . . .	86
3.15	<i>Altezza media, differenza tra precipitazioni misurate e previste, per l'evento del 2002. Confronti: dal 1) al 6) ovvero dal 21 Novembre al 26 Novembre 2002.</i> . . . . .	87
3.16	<i>Altezza media, differenza tra precipitazioni misurate e previste dal modello globale, per l'evento del 2002. Confronti: dal 1) al 6) ovvero dal 22 Novembre al 26 Novembre 2002.</i> . . . . .	88
3.17	<i>Il bacino del Fiume Piave ed i principali serbatoi presenti nella rete idrografica.</i> . . . . .	89
3.18	<i>Confronto tra idrogrammi osservati e simulati per l'evento di piena del novembre 2002 in corrispondenza dei serbatoi del Comelico (1), di Santa Caterina (2), di Pieve di Cadore (3), di Alleghe (4) e della traversa di Busche (5). Tratto da [62].</i> . . . . .	90
3.19	<i>Confronto tra idrogrammi osservati e simulati per alcuni eventi significativi di piena dell'ultimo decennio in corrispondenza della traversa di Busche. Tratto da [62].</i> . . . . .	91
3.20	<i>Il bacino del Fiume Piave: gli affluenti principali.</i> . . . . .	92
3.21	<i>Confronto tra le portate misurate e quelle simulate dal modello in corrispondenza della sezione di Busche per l'evento dell'Ottobre 1993.</i> . . . . .	93

3.22	<i>Confronto tra le portate scaricate, le portate misurate e quelle simulate dal modello in corrispondenza del serbatoio di Pieve di Cadore per l'evento dell'Ottobre 1998.</i>	94
3.23	<i>Confronto tra le portate scaricate, le portate misurate e quelle simulate dal modello in corrispondenza del serbatoio di Mis per l'evento dell'Ottobre 1998.</i>	94
3.24	<i>Confronto tra le portate misurate e quelle simulate dal modello in corrispondenza della sezione di Busche per l'evento dell'Ottobre 1998.</i>	95
3.25	<i>Confronto tra le portate scaricate, le portate misurate e quelle simulate dal modello in corrispondenza del serbatoio di Pieve di Cadore durante l'evento del 2002.</i>	96
3.26	<i>Confronto tra le portate misurate alla sezione di Busche, quelle simulate dal modello trascurando i serbatoi e le portate simulate dal modello considerando il serbatoio del Mis e il serbatoio di Pieve di Cadore per l'evento del 2002.</i>	96
3.27	<i>Il bacino del Fiume Piave e la griglia meteorologica di riferimento per i campi di precipitazione previsti.</i>	97
3.28	<i>Campo di precipitazione previsto per il 26 Novembre 2002 alle ore 17.</i>	98
3.29	<i>Intensità di precipitazione media sul bacino del Fiume Piave: misurata versus prevista per i giorni 22 e 23 Novembre 2002.</i>	99
3.30	<i>Intensità di precipitazione media sul bacino del Fiume Piave: misurata versus prevista per i giorni 24, 25 e 26 Novembre 2002.</i>	99
3.31	<i>Confronto tra i volumi mediamente previsti e osservati per i run del modello meteorologico ETA.</i>	100
3.32	<i>Intensità di precipitazione media sul bacino del Fiume Piave: misurata versus prevista per i giorni 30 Settembre, 1 e 2 Ottobre 1993.</i>	100
3.33	<i>Confronto tra le portate misurate e simulate date le precipitazioni previste per l'evento del Settembre 1993.</i>	102
3.34	<i>Confronto tra le portate misurate e simulate date le precipitazioni previste per l'evento del Novembre del 2002.</i>	103
4.1	<i>Struttura spaziale gerarchica caratteristica degli eventi di precipitazione. Tratta da [37].</i>	110
4.2	<i>Struttura del modello di Bartlett-Lewis</i>	113
4.3	<i>Spettro di potenza calcolato per il livello di marea oraria osservato e generato; linearizzazione nel piano logaritmico mediante una legge di potenza di parametro <math>\alpha</math>.</i>	117
4.4	<i>Confronto tra lo spettro di potenza osservato e generato entrambi alla scala giornaliera.</i>	118
4.5	<i>Istituto Cavanis, stazione di misura delle variabili climatiche giornaliere dal 1968 al 1998.</i>	120

4.6	Serie temporale (parziale) del livello di marea meteorologica oraria e aggregata alla scala giornaliera . . . . .	121
4.7	Frequenza cumulata di superamento: umidità minima. . . . .	122
4.8	Frequenza cumulata di superamento: umidità massima. . . . .	122
4.9	Frequenza cumulata di superamento: temperatura minima. . . . .	123
4.10	Frequenza cumulata di superamento: temperatura massima. . . . .	123
4.11	Frequenza cumulata di superamento: pressione atmosferica. . . . .	124
4.12	Frequenza cumulata di superamento: direzione del vento. . . . .	124
4.13	Frequenza cumulata di superamento: velocità del vento. . . . .	125
4.14	Frequenza cumulata di superamento: livello di marea meteorologica. . . . .	125
4.15	Medie mensili di umidità minima e massima. . . . .	127
4.16	Medie mensili di temperatura minima e massima. . . . .	127
4.17	Medie mensili di pressione atmosferica. . . . .	128
4.18	Medie mensili di direzione del vento. . . . .	128
4.19	Medie mensili di velocità del vento. . . . .	129
4.20	Medie mensili di livello di marea meteorologica. Le 10 realizzazioni e la media di esse. . . . .	129
4.21	Confronto tra i coefficienti di correlazione delle variabili osservate e simulate, calcolati per il mese di Novembre. Si notino le seguenti abbreviazioni: DV (direzione del vento), VV (velocità del vento) e LM (livello di marea). . . . .	130
4.22	Variabile: umidità minima, Mese: novembre, Stato: bagnato. . . . .	131
4.23	Variabile: umidità massima, Mese: giugno, Stato: asciutto. . . . .	132
4.24	Variabile: temperatura minima, Mese: ottobre, Stato: bagnato. . . . .	133
4.25	Variabile: temperatura massima, Mese: novembre, Stato: misto. . . . .	134
4.26	Variabile: livello di marea, Mese: marzo, Stato: bagnato. . . . .	135
4.27	Frequenza cumulata di superamento. Variabile: livello di marea, Mese: gennaio. . . . .	136
4.28	Frequenza cumulata di superamento. Variabile: livello di marea, Mese: agosto. . . . .	136
4.29	Frequenza cumulata di superamento. Variabile: livello di marea, Mese: novembre. . . . .	137
4.30	Variabile: livello di marea, Mese: marzo, Stato: bagnato. Medie mensili calcolate applicando la disaggregazione temporale per 10 <i>run</i> di generazione del modello multivariato. . . . .	138
4.31	Frequenza cumulata di superamento. Variabile: livello di marea, Mese: gennaio. Downscaling dopo la ri-normalizzazione <i>NST</i> delle variabili generate. . . . .	139
4.32	Frequenza cumulata di superamento. Variabile: livello di marea, Mese: novembre. Downscaling dopo la ri-normalizzazione <i>NST</i> delle variabili generate. . . . .	139

4.33	<i>Quantile-Quantile plot</i> : osservati giornalieri e 31 anni di generati giornalieri (esponenziale). . . . .	140
4.34	<i>Quantile-Quantile plot</i> : osservati giornalieri e 31 anni di generati giornalieri (doppio esponenziale). . . . .	141
4.35	<i>Quantile-Quantile plot</i> : osservati orari e generati orari per 10 realizzazioni di 31 anni di variabili sintetiche (Downscaling dopo la ri-normalizzazione <i>NST</i> (doppio esponenziale)). . . . .	142
4.36	<i>Quantile-Quantile plot</i> : osservati giornalieri e 78 anni di generati giornalieri (esponenziale). . . . .	142
4.37	<i>Quantile-Quantile plot</i> : osservati giornalieri e 78 anni di generati giornalieri (doppio esponenziale). . . . .	143
A-1	<i>Analisi di sensibilità; confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro <math>\Theta_0</math>; bacino del Fiume Tirso.</i> . . . . .	158
A-2	<i>Analisi di sensibilità (evento del 2000); confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro <math>\Theta_0</math>; bacino del Fiume Brenta.</i> . . . .	159
A-3	<i>Analisi di sensibilità; confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro <math>\Delta Z</math>; bacino del Fiume Tirso.</i> . . . . .	160
A-4	<i>Analisi di sensibilità (evento 1993); confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro <math>\Delta Z</math>; bacino del Fiume Brenta.</i> . . . .	161
A-5	<i>Analisi di sensibilità (evento 1993); confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro <math>K_{Sat}</math>; bacino del Fiume Brenta.</i> . . . .	162
A-6	<i>Analisi di sensibilità (evento del 2000); confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro <math>t_{sup}</math>; bacino del Fiume Brenta.</i> . . . .	163
A-7	<i>Analisi di sensibilità; confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro idrodinamico <math>t_{prof}</math>; bacino del Fiume Tirso.</i> . . . . .	164
A-8	<i>Analisi di sensibilità (evento del 2000); confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro <math>t_{prof}</math>; bacino del Fiume Brenta.</i> . . . .	165
A-9	<i>Analisi di sensibilità; confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro idrodinamico celerità <math>a</math>; bacino del Fiume Tirso.</i> . . . .	166
A-10	<i>Analisi di sensibilità; confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro dispersione idrodinamica <math>D</math>; bacino del Fiume Tirso.</i> . . . .	167



# Elenco delle tabelle

2.1	<i>Stazioni pluviometriche di misura all'interno del bacino del Fiume Tirso.</i> . . . . .	34
2.2	<i>Eventi registrati.</i> . . . . .	36
2.3	<i>Suddivisione degli eventi in funzione del parametro <math>\Theta_0</math>.</i> . . . . .	42
2.4	<i>Parametri di taratura relativi alla produzione dei deflussi.</i> . . . . .	42
2.5	<i>Parametri di taratura idrodinamici.</i> . . . . .	43
2.6	<i>Aree dei principali sottobacini</i> . . . . .	53
2.7	<i>Caratteristiche dei principali serbatoi del Brenta. Tratto da [61].</i> . . . .	54
2.8	<i>Caratteristiche principali del serbatoio del Corlo</i> . . . . .	54
2.9	<i>Corrispondenza fra quote e volumi invasati nel lago di Corlo</i> . . . . .	56
2.10	<i>Eventi registrati</i> . . . . .	57
2.11	<i>Parametri di taratura relativi alla produzione dei deflussi.</i> . . . . .	64
2.12	<i>Parametri di natura idrodinamica.</i> . . . . .	64
3.1	<i>I principali serbatoi presenti nel bacino del Fiume Piave.</i> . . . . .	92
4.1	<i>Parametri di calibrazione del modello di Bartlett-Lewis per la stazione di Venezia.</i> . . . . .	116
4.2	<i>Variabili climatiche registrate nelle stazioni di misura in corrispondenza dell'Istituto Cavanis.</i> . . . . .	119





# Capitolo 1

## Introduzione

Una gestione accorta del territorio e delle risorse idriche può basarsi, allo stato delle attuali conoscenze, su modelli eco-idrologici che consentono di valutare i regimi idrologici dominanti e la risposta ad eventi di piena dei sistemi naturali anche in un contesto di rapido mutamento ambientale indotto dall'attività umana e da cambiamenti climatici. Gli strumenti matematici adatti a tale scopo sono costituiti da moderni modelli di risposta idrologica, da modelli stocastici della precipitazione e da modelli della circolazione atmosferica. Cruciale in tale ambito è lo sviluppo, compatibile con la crescente disponibilità di adeguate capacità di calcolo, di descrizioni modellistiche dei processi in un ampio intervallo di scale temporali e spaziali. Tipici esempi in tale contesto sono i modelli meteorologici a scala limitata, che forniscono previsioni con risoluzioni sempre più elevate e con orizzonti temporali sempre più ampi, e modelli Montecarlo in grado di superare i vincoli imposti dalla limitata disponibilità di osservazioni idro-meteorologiche di adeguata lunghezza.

In questo quadro generale, le attività descritte nella presente tesi si sono concentrate sull'accoppiamento di modelli idrologici basati sulla rappresentazione dei processi fisici responsabili della produzione del deflusso e del suo trasporto e modelli che prescrivono le forzanti idro-meteorologiche rilevanti sulla base di previsioni (modelli di circolazione atmosferica) o di rappresentazioni probabilistiche dei caratteri statistici delle variabili in gioco (generatori stocastici delle variabili meteorologiche). In particolare, si propongono due distinti ma interconnessi approcci modellistici: i) l'implementazione di modelli meteorologico-idrologici accoppiati per alcuni casi di effettivo interesse applicativo, svolgendo una valutazione di massima dell'affidabilità della previsione delle piene. Particolare attenzione è stata rivolta all'analisi dei campi di precipitazione previsti ed osservati per comprendere quale fosse il dettaglio spaziale e temporale necessario per una corretta descrizione delle eterogeneità dei campi stessi in funzione del calcolo della risposta idrologica. È stata inoltre condotta una valutazione di massima del funzionamento del modello accoppiato come supporto idrometeorologico per la gestione delle risorse idriche, con particolare riguardo alla regolazione dei serbatoi idroelettrici; ii) lo studio di un modello di generazio-

ne stocastica di variabili idro-meteorologiche in grado di produrre lunghe serie di forzanti meteorologiche con le medesime caratteristiche delle serie osservate.

Il filo conduttore dell'attività illustrata è l'accoppiamento di modelli previsionali di variabili climatiche, meteorologici o Montecarlo, con modelli idrologici con riferimento a casi di studio concreti e di interesse per la gestione del territorio. Si sono quindi innanzitutto messi a punto ed applicati modelli della risposta idrologica a fondamento geomorfologico ([65] e [66]) ai casi reali di interesse. Tali modelli si sono dimostrati robusti e affidabili nella previsione dei deflussi per bacini con caratteristiche morfologiche e regimi idraulici molto diversi tra loro (Capitolo 2). Grazie alla robustezza dimostrata, i modelli idrologici sviluppati forniscono una solida base per lo sviluppo di modelli meteorologici-idrologici accoppiati, di cui si dà una ampia descrizione nel Capitolo 3. Le previsioni di pioggia sono fornite da un modello meteorologico ad area limitata (noto come *ETA Model*, [42] e [30]), ad una risoluzione di circa  $11\text{ km} \times 11\text{ km}$ , con un orizzonte temporale di 5 giorni. I risultati preliminari mostrano come il modello accoppiato sviluppato sia in grado di prevedere il verificarsi ed i caratteri salienti di un evento con alcuni giorni di anticipo rispetto al colmo di piena. Il modello utilizzato tende tuttavia a sottostimare il volume mediamente precipitato all'interno del bacino, generando di conseguenza una generale sottostima dei deflussi osservati nelle sezioni di interesse. Numerosi esperimenti sono condotti utilizzando diverse condizioni iniziali ed al contorno e considerando diverse risoluzioni per i campi di precipitazione. I risultati consentono di trarre importanti informazioni per lo svolgimento di una verifica statistica più ampia e per l'implementazione di uno strumento operativo di previsione delle piene di interesse per gli enti preposti alla gestione dei sistemi idrografici considerati.

I generatori stocastici di variabili idro-meteorologiche, accoppiati a modelli della risposta idrologica, costituiscono un utile strumento per la valutazione degli effettivi tempi di ritorno di eventi di piena. Essi sono spesso l'unico strumento disponibile nei casi, molto frequenti, in cui non siano disponibili lunghe serie di osservazioni delle portate o nei quali tali osservazioni siano realizzate con risoluzioni temporali inadeguate per le applicazioni (e.g. medie giornaliere) (e.g. [86]). L'approccio adottato nella presente tesi utilizza un modello autoregressivo multivariato e fa riferimento all'impostazione originata da [56]. Il modello sviluppato è in grado di generare sequenze correlate di precipitazione, velocità e direzione del vento, pressione atmosferica e componente meteorologica di marea, temperatura minima e massima, umidità relativa minima e massima. Il modello si basa su una tecnica di normalizzazione, detta *Normal Score Transform* ([25] e [46]), che consente di ricondurre il problema alla generazione di variabili gaussiane, richiesta dai modelli di tipo autoregressivo ([53]), pur rispettando la struttura delle originali distribuzioni di probabilità delle variabili climatiche. Poiché la risoluzione giornaliera del modello non è adeguata rispetto alla scala delle fluttuazioni del livello della marea si è applicata una tecnica di down-scaling dei valori giornalieri alla scala oraria. Tale tecnica si basa sull'imposizione della forma dello spettro di potenza (e quindi della correlazione) estendendolo alle

scale più piccole (e.g. [43] e [55]). L'applicazione del modello è avvenuta per il caso notevole della Laguna di Venezia, per la quale esistono numerose e lunghe serie di osservazioni che hanno consentito una validazione significativa delle capacità del modello stesso.



## Capitolo 2

# Un modello idrologico di piena a fondamento geomorfologico

Un modello idrologico di piena affidabile e robusto, ancorato alle caratteristiche morfologiche e fisiche di un sistema idrografico è uno strumento fondamentale per la gestione del territorio, particolarmente con riferimento alla valutazione ed alla previsione di eventi estremi. In questo quadro, un tale modello di piena deve soprattutto avere la capacità di predire il comportamento del sistema in diverse condizioni quanto a stato iniziale del bacino e caratteristiche dell'evento meteorologico forzante.

Una parte consistente delle attività descritte nella presente tesi ha riguardato lo sviluppo di modelli geomorfologici della risposta idrologica (e.g. [65] e [66]) per alcuni sistemi di rilevante interesse applicativo. In particolare, si sono sviluppate applicazioni a due bacini montani caratterizzati da differenti regimi idrologici: il bacino del Fiume Brenta (Veneto e Trentino) ed il Bacino del Fiume Tirso (Sardegna). I due casi studio sono di notevole interesse per la necessità da parte delle competenti Autorità di Bacino di sviluppare affidabili supporti idrometeorologici di previsione delle piene e di gestione dei serbatoi presenti nella rete idrografica. I modelli ottenuti, concentrati nei parametri ma distribuiti nella descrizione dei processi (utilizzando informazioni ottenute dai modelli digitali del terreno, da interpolazioni geostatistiche delle osservazioni puntuali di pioggia, e da tecniche di telerilevamento delle caratteristiche della pedologia e dell'uso del suolo), si sono dimostrati in grado di descrivere in modo robusto i processi di produzione di deflusso e di trasporto. I meccanismi di infiltrazione e redistribuzione alla superficie del suolo sono descritti attraverso l'approccio di Green-Ampt (1911) ([26]), il quale permette di descrivere con un modello semplice ma fisicamente basato i meccanismi di produzione per eccedimento della capacità di infiltrazione (Horton) e della capacità locale di invaso (Dunne). I processi di trasporto sono descritti utilizzando un approccio stocastico Lagrangiano basato sulle distribuzioni dei tempi di residenza dell'acqua all'interno del bacino. Il metodo trova il suo fondamento nella teoria geomorfologica della risposta idrologica per cui le distribuzioni dei tempi di residenza nei possibili percorsi

all'interno del sistema sono legate all'idrogramma unitario istantaneo del bacino (e.g. [73]).

## 2.1 Metodi

Il modello di risposta idrologica implementato è basato sull'interconnessione di quattro distinti moduli:

1. un modulo per la determinazione dell'idrogramma unitario istantaneo in ogni sottobacino secondo l'impostazione geomorfologica;
2. un modulo per il calcolo della distribuzione spazio-temporale delle precipitazioni a partire dalle osservazioni registrate dai pluviografi presenti all'interno del bacino;
3. un modulo per il computo della precipitazione efficace che separa i volumi affluiti nei diversi termini di deflusso superficiale, sub-superficiale ed un ulteriore termine considerato perso ai fini del deflusso;
4. un modulo per la convoluzione delle precipitazioni efficaci all'interno dei diversi stati di cui il bacino si compone secondo una impostazione di tipo geomorfologico.

### 2.1.1 Analisi geomorfologica

L'introduzione delle mappe digitali del terreno (DTM, Digital Terrain Map) negli studi di carattere idrologico, ha reso possibile l'analisi delle proprietà di molte grandezze geomorfologiche in bacini anche di grande estensione. Le rappresentazioni digitali delle reti idrografiche che le mappe digitali consentono di ottenere sono inoltre di centrale interesse nei modelli idrologici distribuiti o semi-distribuiti in quanto contengono molte informazioni utili sulle modalità secondo cui il flusso idrologico si organizza e trasferisce massa ed energia verso la sezione di chiusura di un bacino. In genere si fa riferimento ai cosiddetti GridDTM, ossia a dati consistenti in una griglia in cui l'elevazione topografica dei punti della zona rappresentata è contenuta nelle celle di una matrice; le celle della griglia possono essere, in generale, di forma arbitraria. I DTM di cui ci si è avvalsi in questo studio sono costituiti da griglie a celle quadrate di lato 20 m x 20 m e 100 m x 100 m. L'uso tradizionale delle mappe digitali del terreno si basa sulla possibilità di estrarre la rete idrografica a partire da tali mappe di elevazione ([78]). L'estrazione digitale delle reti di drenaggio si sostituisce e si affianca alle usuali tecniche di identificazione della rete idrografica svolte con l'ausilio di rilievi sul campo, una procedura di difficile realizzazione per bacini molto estesi; soprattutto in questi casi, quindi, la rete estratta con l'ausilio dei DTM risulta indispensabile. Il primo passo nella procedura di determinazione

della rete consiste nell'assegnare la direzione di drenaggio che compete ad ogni pixel del bacino. Dopo aver determinato le direzioni di drenaggio, si procede con il calcolo dell'area cumulata per ciascun pixel. Tale valore è una misura di come il flusso si organizza e costituisce un surrogato della portata locale prodotta da una precipitazione istantanea e uniforme sul bacino. L'area drenata da ciascun pixel consente di legare le proprietà morfologiche di un dato sito (desunte sulla base delle sue sole caratteristiche topografiche) alle caratteristiche del flusso locale in condizioni di precipitazione uniforme. L'individuazione dei siti canalizzati contenuti nella regione allo studio è quindi ottenuta tramite l'imposizione di soglie topografiche in grado di simulare opportunamente soglie sul flusso minimo necessario all'innescarsi dei meccanismi di incisione della rete. Si noti come la corretta determinazione della rete canalizzata svolga un ruolo cruciale nella caratterizzazione idrologica di un bacino montano: la struttura di drenaggio determina infatti l'imprinting geomorfologico della risposta idrologica del corso d'acqua, e modula in maniera decisiva anche gli effetti macroscopici dovuti alla presenza di pattern caratteristici di pioggia oppure legati alle diverse dinamiche di propagazione tipiche dei versanti e dei canali (e.g. [6]). L'influenza del criterio di estrazione impiegato, e della rete idrografica risultante, sulla risposta idrologica di un bacino idrografico, così come le leggi di scala che sottendono a tale struttura, saranno quindi esaminate nelle pagine seguenti.

### **Estrazione delle reti di drenaggio**

Lo sviluppo relativamente recente di nuovi strumenti di acquisizione e di adeguate tecniche di elaborazione delle immagini digitali rende oggi possibile una analisi oggettiva su diverse scale spaziali delle principali proprietà morfologiche di un bacino idrografico. Le mappe digitali del terreno (DTM) sono immagini digitali che consentono di rappresentare in modo discreto la topografia di un territorio attraverso l'individuazione delle elevazioni della superficie terrestre in corrispondenza dei nodi di una griglia omogenea bidimensionale. Le elevazioni proprie dei nodi della griglia possono essere considerate come rappresentative della quota media dei diversi pixel (individuati nelle maglie della griglia) in cui la scena viene suddivisa. In bacini montani, nei quali i gradienti topografici svolgono un ruolo decisivo nel determinare la direzione dei flussi in transito, una mappa digitale delle elevazioni consente un'adeguata caratterizzazione spaziale di molte delle proprietà geomorfologiche di rilievo, quali ad esempio la pendenza, le direzioni di drenaggio, la curvatura e l'area drenata da ogni singola cella. L'identificazione della forma ed estensione della rete idrografica da DTM è di considerevole importanza geomorfologica ed idrologica, dato il largo uso dei DTM in questo campo. A partire dalla mappa del bacino è stato possibile ricavare, tramite l'applicazione di un modello di analisi di mappe digitali ([78]), le grandezze geomorfologiche di rilievo per le aree allo studio. Le direzioni di drenaggio possono essere valutate seguendo due approcci distinti: ci si può servire

dell'algoritmo a direzione Singola (D8) o Multipla (Dinf), a seconda che si assuma che una cella possa drenare solo verso una delle otto celle adiacenti (secondo la direzione di massima pendenza) oppure che il flusso proveniente da una cella si possa ripartire verso più celle adiacenti.

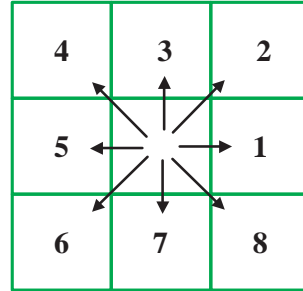


Figura 2.1: *Rappresentazione dello schema ad otto direzioni di drenaggio.*

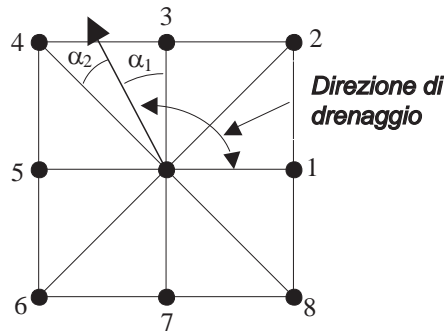


Figura 2.2: *Schema ad infinite direzioni di drenaggio: la direzione di massima pendenza, rappresentata dalla freccia, forma rispetto alle direzioni di riferimento (indicate con 3 e 4) gli angoli  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ ; il flusso si ripartisce quindi proporzionalmente al rapporto  $\frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$  verso la cella 3 e secondo il rapporto  $\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}$  verso la cella 4 (da Tarboton, 1997, [78]).*

Nel caso in cui uno stesso valore di pendenza si presenti in più di una direzione dello spazio la direzione di drenaggio potrà essere scelta fra queste in modo casuale. Nelle Figure 2.1 e 2.2 sono schematizzati i metodi di individuazione delle direzioni di drenaggio secondo i diversi schemi descritti.

Spesso all'interno di un DTM esistono dei siti caratterizzati da una quota più bassa rispetto a quelle di tutti i pixel circostanti (Pits), per i quali non è quindi possibile la determinazione di una direzione di drenaggio; nella maggioranza dei casi



questa situazione deriva da errori nella mappatura del territorio. In certi casi, invece, certi punti particolarmente depressi possono essere realmente presenti nella zona rappresentata dal DTM; questo tipo di inconveniente, sia esso reale o derivante da errori nella raccolta dei dati, si risolve 'colmando' tali depressioni ed assegnando una quota superiore al pixel in questione in modo tale che la sua quota sia superiore a quella di almeno uno dei pixel adiacenti. L'individuazione dei pixel canalizzati all'interno della mappa è avvenuta tramite due distinti criteri geomorfologici. Ciascun metodo è stato a sua volta verificato variando il valore della soglia di canalizzazione, in modo da ottenere reticoli idrografici caratterizzati da diverse densità di drenaggio (i.e. il reciproco della distanza media da percorrere all'interno del bacino seguendo le direzioni di drenaggio prima di incontrare il primo pixel canalizzato).

### Soglia sull'area drenata

Inizialmente è stata imposta una soglia per la canalizzazione sulla sola area cumulata, classificando cioè come canalizzati quei pixel per cui il valore dell'area drenata  $A_i$  ecceda una soglia fissata  $A_s$ :

$$A_i \geq A_s \quad (2.1)$$

Questo metodo si fonda sull'ipotesi che le strutture permanenti di drenaggio si formino nelle zone di un bacino dove il flusso maggiormente si concentra. Solitamente la soglia  $A_s$  si sceglie cercando di approssimare al meglio le reti idrografiche riportate nella cartografia ufficiale, sebbene essa sia generalmente 'povera' e tralasci molti canali di primo ordine.

In linea generale, osserviamo che al crescere della densità di drenaggio aumenta la precisione con cui vengono individuate le strutture permanenti di drenaggio presenti nel territorio. Al di sotto di un certo valore di soglia, tuttavia, la rete estratta si infittisce fino a comprendere anche strutture di drenaggio temporanee (e.g. rivoli) caratterizzate da proprietà dinamiche chiaramente distinte da quelle dei veri e propri canali. È inoltre evidente come, ai fini della determinazione della risposta globale del bacino, il prezzo da pagare in termini computazionali per ottenere il massimo dettaglio possibile sia del tutto inadeguato rispetto ai vantaggi che una simile operazione comporterebbe: già per densità di drenaggio superiori a  $0.4 \text{ km}^{-1}$  il numero di canali della rete diventa dell'ordine di  $10^3$  unità, allungando i tempi di calcolo della risposta idrologica in modo sensibile. Nella scelta della soglia di canalizzazione più opportuna è importante considerare il legame tra le caratteristiche geomorfologiche del sito in esame ed i processi di concentrazione del flusso, se si vuole conferire a tale soglia un più preciso significato fisico. Quando si assuma che la 'testa' del canale possa essere individuata sulla base della mole di materiale trasportato dal flusso, appare adeguato porre una soglia sull'area cumulata; secondo questa impostazione, il depositarsi del trasporto solido nei versanti darebbe luogo a profili *convessi*, mentre nei canali produrrebbe profili *concavi* (e.g. [24]). La testa dei canali coinciderebbe

quindi con il punto di transizione tra forme *concave* e *convexe* della topografia (e.g. [77]).

Il criterio basato sulla sola area cumulata risulta più adatto ad individuare il passaggio da versante a valle che non il punto di transizione tra versanti e canali. Per definire in modo più accurato una appropriata scala spaziale caratteristica dei versanti (e quindi il passaggio fra versanti e canali), si introdurrà qui di seguito un criterio basato sulla relazione tra area drenata e pendenza, in grado quindi di discriminare gli stati versante da quelli canale sulla base delle differenze nei processi di incisione che hanno luogo (secondo l'ipotesi che il canale inizi dopo che una certa zona è stata erosa oltre un assegnato limite).

### Soglia sul prodotto fra area cumulata e quadrato della pendenza

Poichè le reti naturali manifestano in generale la proprietà di essere maggiormente drenate nella loro parte montana, è stata utilizzata anche una metodologia di estrazione basata sull'imposizione di soglie topografiche che coinvolgano tanto l'area cumulata quanto la pendenza, ed in grado quindi di riprodurre la disuniformità spaziale delle densità di drenaggio tipica dei bacini reali. È stato pertanto impiegato un criterio di estrazione (e.g. [48]) secondo cui risultano canalizzati quei siti per i quali il prodotto fra l'area drenata  $A_i$  e la potenza  $k$ -sima della pendenza locale  $\nabla z_i$  ecceda un certo valore di soglia  $S$ :

$$A_i \nabla z_i^k \geq S \quad (2.2)$$

Questo criterio rende conto di come i fenomeni di canalizzazione siano, a parità di flusso, favoriti dalla presenza di zone ad elevata pendenza. Nel considerare una soglia che tenga conto anche della pendenza locale del sito allo studio, si assume che il meccanismo dominante sia l'erosione, ossia che la testa del canale si verifichi in corrispondenza di un cambiamento nei processi di trasporto. È stato infatti dimostrato (e.g. [17]) che al di sotto di una certa area critica i meccanismi di trasporto dipendono solo dalla pendenza, mentre al di sopra di tale soglia diventa limitante la portata. Il criterio basato sull'imposizione di una soglia sul prodotto area-pendenza, è stato validato anche sperimentalmente in numerosi bacini (e.g. [49]), per i quali è stato dimostrato come i punti di inizio dei canali siano caratterizzati da un valore costante del prodotto fra area cumulata e quadrato della pendenza (si veda la Figura 2.3).

### 2.1.2 Interpolazione geostatistica delle precipitazioni

Nei modelli di previsione dei deflussi è necessario descrivere con precisione i campi di pioggia a partire dalle misure registrate nelle stazioni pluviometriche sparse sul

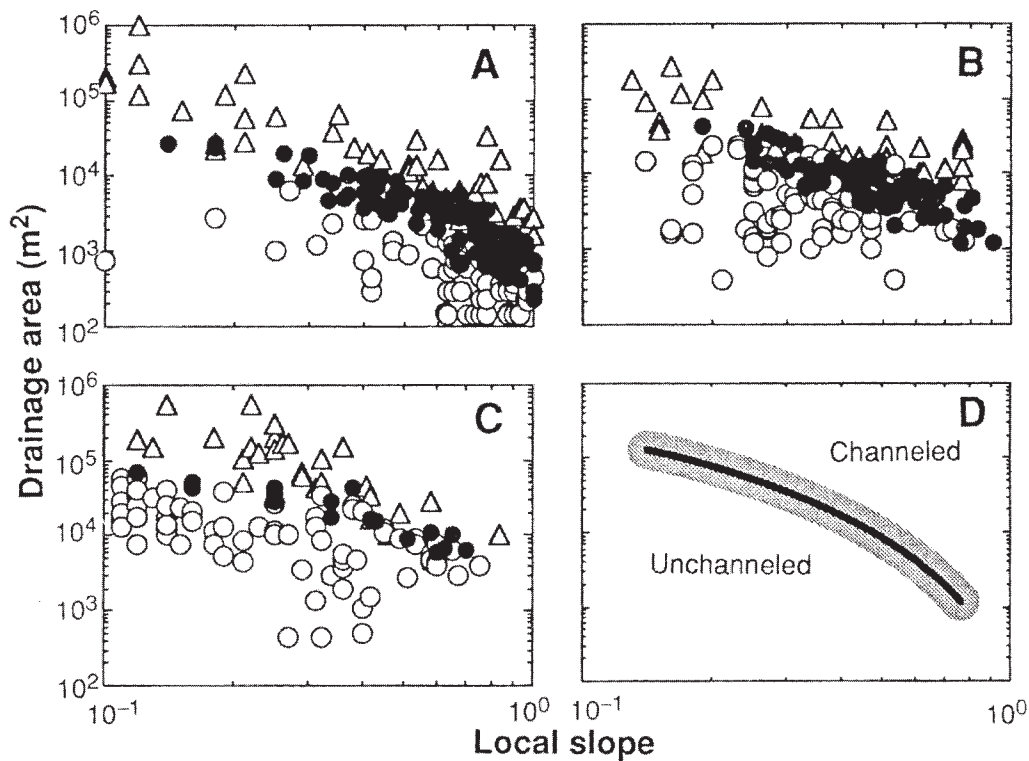


Figura 2.3: *Rapporto tra area drenata e pendenza locale per le teste dei canali (pallino pieno), valli non canalizzate (cerchio), e canali di ordine basso (triangolo) relativi a: A. zona costiera dell'Oregon, B. California del nord, C. California del sud. In (D) si sottolinea la presenza di una soglia area-pendenza che distingue lo stato canale da quello versante. (e.g. Montgomery e Dietrich, 1992, [49]).*

territorio. Nel caso in cui il bacino idrografico abbia dimensione confrontabile con le dimensioni caratteristiche dei fronti perturbativi, è possibile ritenere l'evento di precipitazione uniforme nello spazio; se, invece, la dimensione del bacino è maggiore di quella dell'evento di pioggia, risulta inaccettabile l'assunzione di una precipitazione spazialmente omogenea. Il Kriging rappresenta un efficace mezzo di interpolazione statistica dei dati di pioggia misurati, essendo uno strumento di stima lineare ed ottimale (privo di errore sistematico) (e.g. [25]). Esso permette, a partire da una serie di dati osservati in diverse stazioni di misura, di calcolare il più probabile valore di precipitazione in un punto generico. Ripetendo il calcolo per i centri di ogni cella di una griglia regolare, è possibile determinare la distribuzione della pioggia nello spazio. I valori di pioggia delle mappe di precipitazioni ottenute attraverso

la tecnica di interpolazione geostatistica sono stati mediati nei singoli sottobacini per i quali, data la dimensione ridotta, è non limitativa l'ipotesi di precipitazione uniforme nello spazio.

### 2.1.3 Produzione dei deflussi

Il modello di Green-Ampt applica la legge di Darcy e il principio di conservazione della massa in una formulazione uni-dimensionale alle differenze finite che permette una visione realistica del processo di infiltrazione combinando i due meccanismi di separazione dei deflussi:

- *Meccanismo di Dunne*: la saturazione avviene per progressivo esaurimento del volume invasabile localmente nello strato collaborante del terreno (spessore inferiore al metro). A saturazione avvenuta non è possibile più alcuna infiltrazione e la precipitazione successiva defluisce interamente sulla superficie.
- *Meccanismo di Horton*: la saturazione avviene superficialmente, quando l'intensità di precipitazione eccede la capacità di infiltrazione del terreno.

Nello sviluppo del presente modello si è considerato l'approccio per piccoli spessori di suolo ovvero si è trattato il meccanismo di infiltrazione in terreni in cui ad una certa profondità sia interposto uno strato impermeabile che può essere costituito da roccia o, con il medesimo effetto, dalla superficie di una falda. Si consideri un terreno permeabile orizzontale avente proprietà idrauliche costanti tra la superficie ad uno strato orizzontale impermeabile posto a profondità  $\Delta Z$ ; tale strato verrà d'ora in avanti denominato strato collaborante.

Il valore iniziale del contenuto d'acqua sia  $\theta_0$ , l'intensità di precipitazione sia  $w(t)$  e la conduttività idraulica satura sia  $K_{hsat}$ . Il volume d'acqua presente all'interno del terreno all'inizio dell'evento di pioggia per  $t = 0$ , dia luogo ad un valore del contenuto d'acqua pari a  $\theta_0$  uniforme all'interno del terreno. Indicando con  $z_f(t)$  la profondità equivalente del fronte bagnato al variare del tempo, l'equazione (2.3) fornisce l'espressione per  $z_f(t)$  in funzione di  $F(t)$ ,  $\phi$  e  $\theta_0$ .

$$z_f(t) = \frac{F(t)}{\phi - \theta_0}. \quad (2.3)$$

Durante l'evento di precipitazione possono presentarsi due casi:

1.  $z_f(t) < \Delta Z$  : Il fronte bagnato avanza verso lo strato impermeabile e il terreno non ha ancora raggiunto lo stato di saturazione. Si distinguono due casi:
  - (a)  $w(t) < K_{hsat}$ : In questo caso tutta la precipitazione si infiltra e la capacità di infiltrazione  $f(t)$  è pari all'intensità di precipitazione  $w(t)$ ;

- (b)  $w > K_{hsat}$ : In questo caso si rende necessario confrontare l'intensità di precipitazione  $w(t)$  con la capacità di infiltrazione del terreno  $f(t)$ :
- $w(t) < f(t)$ : tutta la pioggia si infiltra e quindi  $f(t) = w(t)$ ;
  - $w(t) > f(t)$ : la frazione  $f(t)$  di pioggia si infiltra mentre la rimanente parte  $w - f(t)$  va a costituire deflusso superficiale. In questo caso la velocità di infiltrazione  $f(t)$  viene calcolata in funzione del volume d'acqua per unità di superficie infiltrato al tempo  $t$ ,  $F(t)$

Si assume, a favore della sicurezza per un modello di piena, che il tempo richiesto per saturare lo strato superficiale del terreno, *time of ponding*  $t_p$ , sia trascurabile, sovrastimando dunque la porzione di precipitazione che defluisce superficialmente di una quantità pari a  $w \cdot t_p$ .

2.  $z_f(t) \geq \Delta Z$ : In questo caso lo strato collaborante del terreno è già saturo e quindi tutta la precipitazione che cade è efficace in termini di deflusso superficiale.

Il volume di acqua che si infiltra nel suolo, in parte concorre a formare il deflusso sub-superficiale ed in parte contribuisce a ricaricare la falda. La frazione d'acqua immagazzinata nel terreno che defluisce ipodermicamente è rappresentata dal parametro sintetico  $\eta$ .

Il modello di Green-Ampt così come descritto in questa sezione, è stato implementato numericamente per effettuare la separazione dei deflussi nel bacino di studio. I parametri da stimare richiesti in ingresso da tale codice sono la conduttività idraulica satura  $K_{hsat}$ , lo spessore dello strato collaborante  $\Delta Z$ , il contenuto d'acqua iniziale  $\theta_0$  e la frazione d'acqua immagazzinata che defluisce ipodermicamente  $\eta$ . Nel verranno descritte le modalità con cui tali parametri sono stimati.

#### 2.1.4 Approccio geomorfologico alla risposta idrologica

Un modo del tutto generale di rappresentare la risposta di un bacino idrografico ad un afflusso di precipitazione, nell'ipotesi di linearità, fa capo alla definizione della risposta impulsiva del sistema. È questa la risposta del bacino (i.e. idrogramma di piena) corrispondente ad un volume di pioggia unitario iniettato istantaneamente nel sistema ed uniformemente nello spazio. Tale risposta impulsiva  $u(t)$  è detta idrogramma unitario istantaneo. Si può dimostrare che la risposta del bacino  $Q(t)$  ( $[L^3/T]$ ) a seguito di una precipitazione efficace  $j(t)$  ( $[L/T]$ ) su di un bacino di superficie  $S$  ( $[L^2]$ ) può essere espressa mediante la:

$$Q(t) = S \int_0^t j(\tau)u(t - \tau)d\tau \quad (2.4)$$

dove con  $\tau$  si intende il tempo calcolato rispetto all'inizio dell'evento di precipitazione e  $j(t)$  si intende un'intensità mediata sull'area del bacino, assumendo che la scala caratteristica dei fronti di perturbazione sia molto più grande della scala del bacino stesso. La formulazione che si basa sull'idrogramma unitario istantaneo può dare luogo a diverse impostazioni modellistiche a partire dalla forma attribuita alla funzione  $u(t)$ .

Il modello utilizzato nel presente lavoro appartiene alla classe di modelli descritti in precedenza, ed è il modello geomorfologico: tale modello consente di determinare la risposta idrologica di un bacino a partire dalle sue caratteristiche morfologiche. Il modello geomorfologico si fonda sulla considerazione che il tempo necessario ad una goccia d'acqua, iniettata in un punto generico del bacino, per giungere alla sezione di controllo, sia legato al cammino percorso e quindi alla morfologia della rete di drenaggio. La molteplicità delle situazioni che caratterizzano le vicende delle gocce d'acqua all'interno di un bacino rende inverosimile una trattazione deterministica del problema e richiede il ricorso ad un'impostazione probabilistica. Devono quindi essere specificate le grandezze probabilistiche associate a ciascun possibile cammino della goccia d'acqua individuato dallo studio cartografico della morfologia del bacino in esame. A questo proposito vale la pena notare come la scala utilizzata abbia una grande influenza sulle caratteristiche attribuite al bacino. Per tale ragione la scala deve essere scelta sulla base delle dimensioni del bacino considerato, richiedendosi, ovviamente, una definizione più precisa della rete per i bacini di dimensioni inferiori. Lo studio delle distribuzioni dei tempi di residenza è lo strumento adatto a trattare i complessi processi coinvolti nella risposta idrologica a scala di bacino. Tale complessità deriva dal fatto che i mezzi fisici in cui hanno luogo i processi di trasformazione afflussi/deflussi costituiscono un insieme di formazioni naturali eterogenee. In base a questa eterogeneità, è accettato che i modelli deterministici siano inadatti alla descrizione dei processi idrologici (e.g. [73]).

Si consideri una particella in moto all'interno di un volume di controllo, soggetta ad un moto convettivo di natura idrologica; tale particella possiede una traiettoria che, al tempo  $t \neq 0$  sia solo parzialmente nota, ovvero, sia nota con una certa probabilità.

Sia  $m(\mathbf{x}_0, t_0)$  la massa iniziale di una particella d'acqua iniettata al tempo  $t_0$  nella posizione iniziale  $\mathbf{X}_0(t_0) = \mathbf{x}_0$ ; ogni traiettoria è definita dalle coordinate lagrangiane:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}(t; \mathbf{x}_0, t_0) = \mathbf{x}_0 + \int_0^t \mathbf{u}(\mathbf{X}(\tau), \tau) d\tau \quad (2.5)$$

dove  $\mathbf{u}(\mathbf{X}, t)$  rappresenta il vettore velocità. Si osservi come la notazione (cfr. equazione 2.5) sottolinei il carattere lagrangiano dell'analisi in cui tutte le pro-

prietà dipendono dalla traiettoria della particella. La distribuzione spaziale della concentrazione nel volume di controllo  $\nu$  è data da (e.g. [79]):

$$C(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, t_0) = \frac{m}{\phi} \cdot \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}(t; \mathbf{x}_0, t_0)) \quad (2.6)$$

dove:

- i)  $\phi$  è la porosità del terreno, ovvero la porzione attiva del volume di trasporto;
- ii)  $\int_{\nu} C \phi d\mathbf{x} = m$ ;
- iii)  $\delta()$  è la funzione Delta di Dirac.

La distribuzione  $\delta$  è definita, semplicemente, da due proprietà integrali:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{x} \delta(\mathbf{x}) = 1 \quad (2.7)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x} = f(\mathbf{x}_0) \quad (2.8)$$

L'equazione (2.6) indica che la concentrazione è diversa da zero solo nel punto in cui si trova la particella (i.e. sulla sua traiettoria). È da notare come il sistema sopra descritto debba essere generalizzato al fine di essere applicato alla teoria della risposta idrologica, la quale è tipicamente caratterizzata da vaste aree di iniezione e da pronunciate variabilità temporali.

I processi idrologici definiscono l'evoluzione nel tempo e nello spazio della traiettoria della particella,  $\mathbf{X}(t; \mathbf{x}_0, t_0)$ , la quale è trattata come una variabile aleatoria, caratterizzata dalla distribuzione di probabilità degli spostamenti  $g(\mathbf{x}, t)$ ; quindi  $g(\mathbf{x}, t)d\mathbf{X}$  è la probabilità che la particella si trovi, al tempo  $t$ , nell'intorno di un generico punto  $\mathbf{x}$ . La media d'insieme sulle  $n$  possibili realizzazioni (i.e. percorsi delle particelle), diverse a causa della natura strutturalmente non ripetitiva dei sistemi naturali, porta alla relazione (e.g. [14]; [79]):

$$\langle C(\mathbf{x}, t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{m(\mathbf{X}, t)}{\phi} \cdot \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}) g(\mathbf{X}, t) d\mathbf{X} \quad (2.9)$$

Il caso particolare di soluto passivo, ovvero di un soluto la cui massa si conserva nel tempo e nello spazio, risulta significativo per lo studio dei processi di trasporto rilevanti alla risposta idrologica a scala di bacino. Nell'ipotesi di essere di soluto passivo si può porre  $m(\mathbf{x}, t) \approx m$ , ed assumere che la materia trasportata non influenzi il campo di moto. L'integrazione dell'equazione (2.9) (e.g. [79]) porta alla:

$$\langle C(\mathbf{x}, t) \rangle = \frac{m}{\phi} g(\mathbf{x}, t) \quad (2.10)$$

nella quale la media d'insieme della concentrazione è proporzionale alla densità di probabilità degli spostamenti delle particelle.

Un'importante connessione tra il metodo lagrangiano descritto ed un approccio euleriano consiste nella determinazione di una relazione tra la densità di probabilità degli spostamenti delle particelle,  $g(\mathbf{x}, t)$ , e la distribuzione dei tempi di residenza in una sezione di controllo coincidente con la sezione di chiusura del bacino; tale sezione viene rappresentata come una barriera assorbente attraverso cui ogni particella iniettata nel volume di controllo,  $\nu$ , debba transitare in un tempo finito,  $\tau$ , con probabilità pari ad uno. Il tempo di primo passaggio,  $\tau$ , o tempo di residenza, è definito come l'intervallo di tempo tra l'iniezione della particella ed il transito di essa attraverso la sezione di controllo.

L'incertezza che caratterizza la traiettoria  $\mathbf{X}$  implica che il tempo di arrivo  $\tau$  sia una variabile aleatoria caratterizzata da una probabilità di non superamento  $P(\tau < t) = P(t; \mathbf{x}_0, t_0)$ . Il collegamento tra gli approcci euleriano e lagrangiano è definito dalla seguente relazione:

$$P(\tau < t) = 1 - P(\tau > t) = 1 - \int_{\nu} g(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, t_0) d\mathbf{x} \quad (2.11)$$

Infatti  $\int_{\nu} g(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, t_0) d\mathbf{x}$  rappresenta la probabilità che la particella si trovi all'interno del volume di controllo al tempo  $t$ , ossia che il tempo di residenza sia maggiore di  $t$ .

Sostituendo la (2.10) nella (2.11), si ottiene la fondamentale relazione:

$$P(\tau > t) = \frac{\phi}{m} \int_{\nu} \langle C(\mathbf{x}, t) \rangle d\mathbf{x} = \frac{\langle M(t) \rangle}{m}$$

dove  $\langle M(t) \rangle$  è la media d'insieme della massa presente nel volume di controllo al tempo  $t$ , mentre  $m$  rappresenta la massa totale iniettata. Derivando ambo i membri e ricordando che  $f(t)$  è la densità di probabilità dei tempi di residenza, si ottiene, per un'iniezione di massa unitaria:

$$f(t) = \frac{dP(\tau < t)}{dt} = -\frac{dP(\tau > t)}{dt} = -\frac{1}{m} \frac{d\langle M(t) \rangle}{dt} \quad (2.12)$$

Per intervalli di tempo successivi all'iniezione, il bilancio di massa all'interno del volume di controllo impone che:

$$\frac{d\langle M \rangle}{dt} = -Q(t) \quad (2.13)$$

dove  $Q(t)$  è la portata di massa in uscita dal volume di controllo,  $\nu$ . Da quest'ultima osservazione e dalla (2.12), si ottiene:

$$f(t) = \frac{Q(t)}{m} \quad (2.14)$$

La densità di probabilità dei tempi di residenza coincide, quindi, con la portata di massa in uscita dal volume di controllo a seguito di una iniezione istantanea di



massa unitaria  $m$ ; il significato fisico risulta evidente: nell'idrologia superficiale, quando l'input è la pioggia efficace unitaria, la densità di probabilità dei tempi di residenza risulta essere l'idrogramma unitario istantaneo. La determinazione di  $f(t)$  si riconduce all'identificazione della distribuzione di probabilità relativa ai diversi percorsi disponibili alle particelle che cadano sulla superficie del bacino.

Per fare questo si individuano, all'interno del bacino, degli stati dalla cui composizione si ottengono tutti i percorsi possibili attraverso i quali le particelle d'acqua devono transitare. Indicato con  $\Omega$  l'ordine del bacino, si definisce  $c_i$ ,  $1 \leq i \leq \Omega$ , lo stato relativo allo  $i$ -esimo canale  $i$ ; si definisce  $v_i$ ,  $1 \leq i \leq \Omega$ , lo stato *versante* del bacino che drena nel canale  $i$ . Si assume (e.g [70]) che le particelle si trovino, inizialmente, negli stati *versante*.

Le sequenze connesse di stati disponibili definiscono un insieme,  $\Gamma$ , di percorsi,  $\gamma$ , che una particella può seguire nel suo percorso fino alla sezione di chiusura. Ogni particella d'acqua passerà un certo tempo,  $T_x$ , in ogni singolo stato che attraversa; tale tempo è una variabile aleatoria caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(t)$ . Nell'ipotesi di indipendenza statistica dei tempi di residenza all'interno di due stati differenti, si ha che il tempo di residenza complessivo all'interno del generico percorso  $\gamma_i$ , è dato da:

$$T_\gamma = T_{x_1} + T_{x_2} + \dots + T_{x_k} \quad (2.15)$$

con  $x_1, \dots, x_k \in (v_1, \dots, v_\Omega, c_1, \dots, c_\Omega)$ . Dall'indipendenza statistica della variabile aleatoria  $T_{x_i}$  risulta che la densità di probabilità della somma dei tempi di residenza,  $T_\gamma$ , è la convoluzione delle singole densità di probabilità:

$$f_\gamma(t) = f_{x_1} * \dots * f_{x_k} \quad (2.16)$$

dove l'asterisco indica il termine di convoluzione.

La distribuzione della densità dei tempi di residenza  $f(t)$  alla sezione di chiusura di un sistema la cui massa iniziale sia distribuita sull'intero dominio (e.g [70]; [28]) è data da:

$$f(t) = \sum_{\gamma \in \Gamma} p(\gamma) f_\gamma(t) \quad (2.17)$$

dove  $p(\gamma)$  rappresenta la probabilità che una particella si trovi a seguire il generico percorso  $\gamma = \{x_1, \dots, x_k\}$ ; tale probabilità, nel caso di precipitazione uniforme, è data dal rapporto tra l'area afferente al percorso  $\gamma$  e l'area totale. L'equazione (2.17) mostra come, durante il processo di trasporto, l'impulso di precipitazione subisca una dispersione legata all'eterogeneità dei possibili percorsi delle particelle (i.e. dispersione geomorfologica, e.g. [60]). La questione dei tempi di residenza nello stato *versante* impone alcune considerazioni con riferimento sia ai processi di trasporto della massa sia al fatto che la velocità delle particelle aumenti di almeno un ordine di grandezza una volta che l'acqua abbia raggiunto gli stati *canale*. Al fine

di determinare i tempi di residenza fuori rete si introduce una densità di probabilità di tipo esponenziale:

$$f_{h_i}(t) = \lambda_{h_i} e^{-\lambda_{h_i} t} \quad (2.18)$$

dove con  $h_i$  si indica l' $i$ -esimo stato fuori rete, e

$$\lambda_{h_i} = \frac{1}{2D \cdot V_h},$$

dove  $D$  è la densità di drenaggio locale e  $V_h$  è una caratteristica scala di velocità nei versanti.

### Il trasporto di massa con dispersione

La componente geomorfologica non è l'unica sorgente di dispersione presente nel sistema; esiste infatti una componente dispersiva idrodinamica agente nei singoli tratti dei corsi d'acqua legata alle fluttuazioni turbolente di velocità.

Per rendere conto di tali fenomeni si consideri il moto del fluido in un generico tratto di corso d'acqua di lunghezza  $L$ . Il campo di moto  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  all'interno del tratto al tempo  $t$  può essere scomposto in due termini: una componente media  $\langle \mathbf{u} \rangle = E[\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)]$  ed una fluttuante  $\mathbf{u}'(\mathbf{x}, t)$ :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \langle \mathbf{u} \rangle + \mathbf{u}'(\mathbf{x}, t) \quad (2.19)$$

Integrando l'equazione (2.19) è possibile esprimere la posizione  $\mathbf{x}(t)$  della particella, al tempo  $t$ :

$$\mathbf{X}(t) = \langle \mathbf{X} \rangle + \mathbf{X}'(t; \mathbf{X}_0, t_0) + \mathbf{X}_B(t)$$

dove

$$\langle \mathbf{X} \rangle = \langle \mathbf{u} \rangle t$$

$$\mathbf{X}'(t) = \int_0^t \mathbf{u}'(\mathbf{x}(\tau), \tau) d\tau$$

e  $\mathbf{x}_0$  è la posizione della particella al tempo  $t = 0$ ; il termine  $\mathbf{X}_B(t)$  definisce una componente isotropa e browniana del moto, la quale viene matematicamente definita da  $\langle \mathbf{X}_B \rangle = 0$ , media nulla, e varianza pari a  $\langle \mathbf{X}_B^2 \rangle = 2D_B t$ , con  $D_B$  coefficiente di diffusione.

Al fine di caratterizzare la densità di probabilità degli spostamenti  $g(\mathbf{x}, t)$ , si utilizza il modello di Fokker-Planck:

$$\frac{\partial g(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \sum_i \langle u \rangle_i \frac{\partial g(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i} = \sum_i \sum_j D_{ij}(t) \frac{\partial^2 g(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i \partial x_j} \quad (2.20)$$

dove  $D_{ij}(t)$  è il tensore di dispersione. La funzione  $g(\mathbf{x}, t)$  caratterizza la probabilità che la traiettoria di una particella sia in  $\mathbf{x}$ , al tempo  $t$ ; la probabilità massima è data dalla traiettoria media  $\langle X \rangle_i = \langle u \rangle_i t$ . Il termine  $\sum_i \langle u \rangle_i \frac{\partial g(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i}$  tende a spostare la probabilità massima lungo la traiettoria media, mentre il secondo membro dell'uguaglianza considera la probabilità di avere degli scostamenti dalla traiettoria media, dovuti alle fluttuazioni turbolente della velocità. È da notare che, matematicamente, il termine diffusivo è generalmente anisotropo e dipende dal tempo (poiché è legato alla struttura eterogenea dei campi convettivi), ma indipendente dallo spazio (e.g. [73]), in contrasto con i modelli di tipo Fickiano.

Si vogliono, ora, tradurre le equazioni di fondamento idrodinamico che descrivono la dipendenza spazio-temporale della profondità  $y(x, t)$  del moto, in equazioni che determinano la forma della densità di probabilità  $g(x, t)$ . Si consideri, pertanto, l'equazione di De Saint-Venant:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha \frac{v^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + h \right) = -\frac{\beta}{g} \frac{\partial V}{\partial t} - j \quad (2.21)$$

dove  $v$  è la velocità media nella sezione,  $P$  la pressione in un generico punto al suo interno e  $h$  la quota di tale punto rispetto ad un piano di riferimento. Si noti che:

$$\frac{p}{\gamma} + h = y + z$$

dove  $y$  è appunto la profondità del moto, mentre  $z$  è la quota del fondo rispetto al piano di riferimento. Ponendo  $\alpha$ , il coefficiente di Coriolis, pari ad 1, come usuale in problemi fluviali (e.g. [73]) l'equazione (2.21) diviene:

$$\frac{1}{g} V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} - j \quad (2.22)$$

ovvero:

$$\frac{1}{g} V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + i_f - j \quad (2.23)$$

dove  $i_f = -\partial z / \partial x$  è la pendenza del fondo.

A questa equazione si aggiunga l'equazione di continuità per una corrente lineare:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (2.24)$$

Il sistema di equazioni dato dalla (2.23) e dalla (2.24) permette di risolvere la propagazione di un'onda di piena.

Se si ipotizza una successione di moti permanenti ( $\partial V / \partial t = 0$ ) e, se si trascurano le accelerazioni locali ( $\partial V / \partial x = 0$ ), si ottiene il modello dell'onda parabolica:

$$j = i_f - \frac{\partial y}{\partial x} \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (2.26)$$

È questa una buona approssimazione quando le onde non sono molto ripide e dunque ben sia adatta allo studio della propagazione di un'onda di piena in un corso d'acqua.

Supponiamo ora, per semplicità di calcolo, che il canale sia rettangolare, cioè che valga:  $A = B y$ . Le equazioni che reggono il moto sono dunque:

$$j = i_f - \frac{\partial y}{\partial x} \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad (2.28)$$

Assumendo valide le formule di moto permanente si ha:

$$Q = C A^\gamma j^{1/2} = C A^\gamma \left( i_f - \frac{\partial y}{\partial x} \right) \quad (2.29)$$

dove  $\gamma = 3/2$ .

La derivata spaziale della portata è dunque:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial j} \frac{\partial j}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial A} B \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{\partial Q}{\partial j} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (2.30)$$

nella cui formulazione si è sfruttata la (2.27) per esprimere la derivata spaziale di  $j$ . Utilizzando la (2.30), la (2.28) può ora essere riscritta:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial A} \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial j} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (2.31)$$

Si utilizzi ora la (2.29) per esprimere le derivate di  $Q$  rispetto ad  $A$  e  $j$ :

$$\frac{\partial Q}{\partial A} = C \gamma A^{\gamma-1} j^{1/2} = \frac{3}{2} V = a \quad (2.32)$$

$$\frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial j} = \frac{A}{B \gamma j} C \gamma A^{\gamma-1} \frac{1}{2} j^{1/2} = \frac{a y}{3 \sqrt{i_f - \frac{\partial y}{\partial x}}} \cong \frac{a y_0}{3 i_f} = D_H$$

Il parametro  $a$  si definisce celerità di propagazione dell'onda di piena, mentre  $D_H$  rappresenta il coefficiente di dispersione idrodinamica.

La (2.31) diviene quindi:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + a \frac{\partial y}{\partial x} = D_H \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (2.33)$$

che è un'equazione del tipo dispersione-diffusione (dispersione idrodinamica espressa da  $D_H$ ) con una componente di natura convettiva (celerità di propagazione  $a$ ); tale

equazione è del tipo della (2.20). Infatti si può dimostrare che, nelle ipotesi descritte, valga la proporzionalità  $y(x, t) \propto g(x, t)$  <sup>1</sup>.

Senza perdita di generalità si può semplificare la (2.33) introducendo la nuova variabile indipendente  $s = x - at$ . La (2.33) diviene così:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = D_H \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} \quad (2.34)$$

Moltiplicando la (2.34) per  $s^2$  e integrando tra  $-\infty$  e  $+\infty$ , si ottiene:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s^2 \frac{\partial y}{\partial t} ds = \int_{-\infty}^{+\infty} D_H s^2 \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} ds = D_H \left[ s^2 \frac{\partial y}{\partial s} - 2sy \right] + 2D_H \int_{-\infty}^{+\infty} y ds \quad (2.35)$$

Se:

$$\lim_{s \rightarrow \pm\infty} s^2 \frac{\partial y}{\partial s} = 0$$

e:

$$\lim_{s \rightarrow \pm\infty} sy = 0$$

allora la (2.35) può essere riscritta:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{+\infty} s^2 y ds = 2D_H \int_{-\infty}^{+\infty} y ds \quad (2.36)$$

Si noti che, assumendo come riferimento di coordinate il baricentro di  $y(s)$ , la varianza di  $y(s)$  è definita:

$$\sigma^2(t) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} s^2 y ds}{\int_{-\infty}^{+\infty} y ds} \quad (2.37)$$

La varianza costituisce una misura di quanto 'dispersa' sia la massa rispetto al baricentro della distribuzione. La (2.36) fornisce allora:

$$\frac{d\sigma^2}{dt} = 2D_H \quad (2.38)$$

nella quale si è tenuto conto del fatto che

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{+\infty} y ds = \frac{\partial M}{\partial t} = 0$$

---

<sup>1</sup>Indicata con  $x$  la coordinata intrinseca, parallela in ogni sezione alla velocità media  $\langle \mathbf{u} \rangle$ , sia  $g(x, t)$  la probabilità che la particella rilasciata in  $x_0$  in  $t = 0$  si trovi in  $(x, x + dx)$  al tempo  $t$ . La probabilità che al tempo  $t$  la particella si trovi ancora all'interno del ramo considerato è  $P[T \geq t] = \int_0^L g(x, t) dx$ , ovvero  $P[T \leq t] = 1 - \int_0^L g(x, t) dx$ . La densità di probabilità del tempo di residenza nel tratto considerato è dunque  $f(t) = -\frac{d}{dt} \int_0^L g(x, t) dx$ , e ricordando che  $f(t) = u(t) = -\frac{dV}{dt}$ , si ha  $\frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} \int_0^L g(x, t) dx$ , ovvero  $V = \int_0^L g(x, t) dx$ . Se il canale è prismatico si ha d'altra parte  $V = \int_0^L y(x, t) dx$ , da cui  $y(x, t) \propto g(x, t)$ , c.v.d.

poichè la massa totale  $M$  deve conservarsi.

La (2.38) porge allora:

$$\sigma^2(t) \propto 2D_H t \quad (2.39)$$

Questa relazione indica che la varianza di  $y(s)$  cresce linearmente nel tempo e proporzionalmente al coefficiente di dispersione. È questa una proprietà generale dell'equazione della dispersione (2.33).

L'idrogramma unitario istantaneo geomorfologico

Dalla relazione  $f(t) = -d/dt \int_V g(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x}$  e risolvendo la (2.20) con le opportune condizioni al contorno, si ottiene la densità di probabilità dei tempi di residenza. Le appropriate condizioni al contorno per risolvere la (2.20) sono le seguenti:

i)  $g(x, 0) = 0$  per  $x \neq 0$ ; per  $x = 0$  vale:

$$| \langle u \rangle g(x, t) - D_L \frac{\partial g}{\partial x} |_{x=0} = \delta(t) \quad (2.40)$$

ii) barriera assorbente per  $x = L$ , per cui  $g(L, t) = 0$ .

Al fine di ottenere una soluzione forma chiusa è utile introdurre la trasformata di Laplace:

$$\hat{f}(s) = \int_0^\infty f(t) e^{-st} dt$$

Mentre la sua inversa è:

$$f(t) = \int_0^\infty \hat{f}(s) e^{st} ds$$

La trasformata di Laplace gode della proprietà seguente:

$$(f * g)(s) = \hat{f}(s) \hat{g}(s)$$

La soluzione risulta, quindi:

$$f_x(t) = \frac{1}{(4\pi D_H t^3)^{1/2}} \exp \left\{ \left( -\frac{(L - at)^2}{4 D_H t} \right) \right\}, \quad (2.41)$$

Dal sistema di equazioni composto dalla (2.17) e dalla (2.41) si ottiene la soluzione, per una rete di canalizzazioni:

$$f(t) = \frac{1}{(4\pi D_H)^{1/2}} \sum_{\gamma \in \Gamma} p(\gamma) L(\gamma) * t^{-3/2} \exp \left\{ \left( -\frac{(L(\gamma) - at)^2}{4 D_H t} \right) \right\}, \quad (2.42)$$

dove  $L(\gamma)$  è la lunghezza del percorso  $\gamma$ .

Per quanto riguarda lo stato versante, è possibile ottenere una formulazione generale per un bacino situato in pianura. Si consideri un bacino di forma rettangolare. Indicata con  $L$  la lunghezza dell'asta del canale cui il bacino afferisce, la lunghezza media del percorso che una particella d'acqua, iniettata all'istante  $t$  in un generico punto dello stato versante, deve percorrere per raggiungere il corso d'acqua, è:

$$\langle L \rangle = \frac{A}{4L} \quad (2.43)$$

Il tempo medio di residenza fuori rete si potrà quindi ottenere, in generale, dividendo tale lunghezza per una velocità:

$$\langle T \rangle = \frac{\langle L \rangle}{v} \quad (2.44)$$

Tale velocità rappresenta la velocità in stati fuori rete di una generica particella d'acqua e dipende essenzialmente dalla scabrezza della superficie su cui tale particella si muove. L'equazione (2.45) fornisce l'espressione della velocità fuori rete, in funzione della copertura del suolo, come è stata considerata nel presente lavoro.

$$v = \frac{v_{urbano} \cdot \sum_i L_i + v_{agricolo} \cdot \sum_j L_j}{L} \quad (2.45)$$

Dove  $L_i$  e  $L_j$  sono rispettivamente le lunghezze dei percorsi in terreno urbanizzato ed agricolo e  $L$  è la lunghezza caratteristica della totalità dei percorsi. I valori di  $v_{urbano}$  e  $v_{agricolo}$ , velocità di residenza fuori rete per i suoli urbano ed agricolo, vengono determinati per taratura.

Ricordando, quindi, l'espressione utilizzata per la densità di probabilità dei tempi di residenza fuori rete, data dall'equazione (2.18) ed ipotizzando che, lungo la rete canalizzata, i valori di dispersione,  $D_H$ , e di celerità,  $a$ , siano costanti, l'idrogramma unitario istantaneo può finalmente scriversi:

$$f(t) = \frac{1}{(4\pi D_H)^{1/2}} \sum_{\gamma \in \Gamma} p(\gamma) L(\gamma) f_{h_i}(t) * t^{-3/2} \exp \left\{ \left( -\frac{(L(\gamma) - at)^2}{4 D_H t} \right) \right\}, \quad (2.46)$$

### Parametri di taratura del modello

I parametri del modello geomorfologico, nel caso di bacini di grandi dimensioni, vengono considerati costanti all'interno di ogni sottobacino, che è assunto quindi come unità omogenea. Ciascuna unità è quindi trattata indipendentemente, ipotizzando, come è lecito che sia, che in un bacino prevalentemente montano gli apporti sub-superficiali, provenienti dall'esterno del bacino stesso, siano del tutto trascurabili. L'eterogeneità dei processi fisici che determinano il comportamento di un corso d'acqua, e la notevole complessità dei sistemi idrologici analizzati, determinano la necessità di adottare opportune semplificazioni insite nella definizione stessa di 'modello'. Questo infatti si pone come obiettivo la riproduzione, il più dettagliata possibile, di fenomeni fisici senza incorrere in sovrasemplificazioni dei processi tali da minarne le capacità predittive. Il modello adottato pertanto incorpora una descrizione spazialmente distribuita delle peculiari caratteristiche del territorio andando poi a riassumere tali informazioni in un numero limitato di parametri tali da garantirne una buona efficienza dal punto di vista computazionale. Tali parametri sono pertanto:

- parametri idrodinamici:
  - celerità di propagazione dell'onda di piena  $a$ ; essa è calcolata tramite la seguente legge empirica:

$$a = \frac{3}{2} \cdot v$$

dove  $v$  rappresenta la velocità del corso d'acqua;

- tempi di residenza fuori rete delle particelle d'acqua, superficiale e profondo. Anche questi sono calcolati tramite una legge empirica:

$$T_{sup} = t_{sup} A_i^{0,38}$$

$$T_{prof} = t_{prof} A_i^{0,38}$$

- coefficiente di dispersione  $D = \frac{ya}{3i_f}$  (essendo  $i_f$  la pendenza dell'alveo e  $y$  il tirante d'acqua) che si porrà costante in tutti i sottobacini;

- parametri di produzione dei deflussi:
  - conducibilità idraulica  $K_{h,sat}$  del terreno in condizioni di saturazione [ $mm/s$ ];
  - contenuto d'acqua del suolo all'inizio dell'evento di precipitazione ( $\theta_0$ );
  - spessore dello strato collaborante ( $\Delta Z$ );
  - frazione d'acqua infiltrata nel terreno che viene restituita al corso d'acqua sotto forma di deflusso sub-superficiale ( $\eta$ ).



Sono invece stati considerati come parametri uniformi a scala di sottobacino e non soggetti ad alcuna taratura, fissati in dipendenza dalle specifiche caratteristiche pedologiche dei terreni, i seguenti parametri:

- porosità  $\Phi$ ;
- contenuto d'acqua del suolo alla capacità di campo ( $\theta_{FC}$ );
- suzione  $\Psi_f$  in corrispondenza del fronte bagnato [mm].

In tal modo le proprietà del suolo non sono assegnate per sola taratura, ma sono legate alla loro osservata variabilità spaziale, assumendo valori all'interno del loro specifico campo di validità.

È opportuno ora fare alcune considerazioni sui parametri di produzione di deflusso i quali sono stati ancorati alle specifiche caratteristiche dell'area allo studio (in particolare la conducibilità idraulica satura  $K_{hsat}$ ). Per ogni sottobacino, sulla base delle sole informazioni pedologiche, si calcola un valore rappresentativo dei parametri sopra elencati come media pesata sulle aree occupate da ciascun tipo di terreno. Per quanto concerne il parametro  $K_{hsat}$  se ne è fissata anche la dipendenza dalla copertura del suolo. Per determinare il valore di  $K_{hsat}$  rappresentativo di ciascun sottobacino si è quindi seguita la seguente procedura:

i. Si fissa  $\overline{K_{hsat}}$ , relativo alla frazione di terreno a granulometria medio-fine di origine alluvionale, da determinare mediante taratura; si assume, per le differenti tipologie di terreno un rapporto fisso con  $\overline{K_{hsat}}$  al fine di minimizzare il numero di parametri in ingresso al modello.

ii. Il valore da attribuire all'i-esimo sottobacino è:

$$(K_{hsat})_i = \frac{\overline{K_{hsat}} \cdot A_{areeverdi}}{A_{tot}} \quad (2.47)$$

essendo nullo il contributo delle classi acqua ed edificato/superfici impermeabili. In tal modo si ottiene una rappresentazione parsimoniosa nei parametri e tuttavia basata su informazioni distribuite relativamente all'uso del suolo e alle condizioni pedo-morfologiche del bacino.

Si espongono di seguito alcune considerazioni circa l'influenza esercitata dai singoli parametri di taratura sull'andamento dell'idrogramma di piena simulato:

- **parametri idrodinamici:**

- **tempo di residenza fuori rete superficiale**,  $t_{sup}$  : una diminuzione di  $t_{sup}$  comporta una maggiore ripidità dell'idrogramma di piena, sia

nella fase di crescita sia di esaurimento, nonchè un incremento del picco di piena, essendo minore il tempo medio di residenza nel bacino e conseguentemente maggiore il numero delle particelle d'acqua che arrivano contemporaneamente alla sezione di chiusura;

- **tempo di residenza fuori rete profondo,  $t_{prof}$**  : una diminuzione di  $t_{prof}$  determina un restringimento dell'idrogramma simulato ed un incremento del picco di piena che viene, inoltre, generalmente anticipato. Al contrario, un incremento di  $t_{prof}$  comporta un appiattimento dell'idrogramma di piena ed un sensibile abbassamento del picco. Tuttavia, il comportamento appena descritto non è univoco dal momento che elevati valori di  $t_{prof}$  possono determinare una veloce saturazione del terreno tale da comportare un sensibile incremento del deflusso superficiale. In quest'ultimo caso, ad un incremento di  $t_{prof}$  corrisponde pertanto un idrogramma di piena più appuntito e lievemente anticipato;
- **celerità di propagazione dell'onda di piena,  $a$**  : l'aumento della celerità di propagazione comporta un anticipo nei tempi di arrivo del picco di piena che, per effetto di fenomeni convettivi, subisce generalmente un sensibile incremento; al contrario, una diminuzione di  $a$  determina un ritardo del picco di piena ed un suo locale abbassamento;
- **coefficiente di dispersione idrodinamica,  $D$**  : l'aumento del coefficiente di dispersione idrodinamica comporta una traslazione dell'idrogramma di piena verso valori di portata inferiori; dalle numerose prove eseguite si evince che rispetto agli altri parametri questo ha un'influenza generalmente trascurabile.

- **parametri di produzione dei deflussi:**

- **conducibilità idraulica  $K_{hsat}$  del terreno in condizioni di saturazione:** la conduttività idraulica del suolo, in generale funzione del contenuto d'acqua  $\theta$ , determina la capacità di infiltrazione dell'acqua nel terreno. Si è constatato come  $K_{hsat}$  sia inversamente proporzionale al volume di pioggia che concorre a formare il deflusso superficiale e come ad un aumento di  $K_{hsat}$  corrisponda una traslazione verso il basso dell'idrogramma di piena. Si osserva un comportamento della curva diametralmente opposto quando il valore di  $K_{hsat}$  diminuisce;
- **contenuto d'acqua iniziale del suolo,  $\theta_0$ :** lo stato di saturazione del suolo all'inizio dell'evento rappresenta la capacità del terreno di immagazzinare l'acqua e l'andamento dell'idrogramma di piena al variare di  $\theta_0$  mette in evidenza la proporzionalità diretta esistente tra  $\theta_0$  e il volume d'acqua che transita alla sezione di controllo durante l'evento di piena;

- **contenuto d’acqua del suolo alla capacità di campo**,  $\theta_{FC}$ : è definito come la quantità d’acqua che il terreno è in grado di assorbire e trattenere contro la forza di gravità;  $\theta_{FC}$  è stato stimato sulla base delle caratteristiche geo-pedologiche dei bacino allo studio;
- **spessore dello strato collaborante**,  $\Delta Z$  : l’aumento dello spessore dello strato collaborante del terreno ed il conseguente incremento della capacità d’invaso del suolo comporta, in generale, una diminuzione del volume d’acqua complessivamente defluito;
- **frazione d’acqua infiltrata nel terreno che viene restituita al corso d’acqua sotto forma di deflusso sub-superficiale**,  $\eta$  : in generale, un aumento di  $\eta$  comporta un netto incremento del volume d’acqua complessivamente defluito alla sezione di controllo.

## 2.2 Il bacino del Fiume Tirso

### 2.2.1 Descrizione fisica del Bacino

Il bacino idrografico del Tirso è situato nel versante Occidentale della Sardegna Centro-Settentrionale. Ha una superficie di circa 2054 km<sup>2</sup> ed un’altitudine media di 538 m s.m.m. L’asta principale del corso d’acqua ha origine dall’altopiano granitico di Buddusò (Monte Longos circa 900 *m.s.m.m.*) e si estende in un territorio che tocca tre delle quattro province sarde, Sassari, Nuoro e Oristano (Figura 2.4).

Il sistema idrografico allo studio è delimitato a Nord-Ovest dalle catene del Goceano e del Marghine e, ad Est, dalla serra di Orotelli, dai monti della Barbagia di Ollolai e dal massiccio del Gennargentu. I principali affluenti, per portate, area tributaria e lunghezza, il Rio Mannu, il Liscoi ed il Taloro, sono siti in sponda sinistra (Figura 2.5). Il bacino del Tirso si estende in un territorio caratterizzato da due diverse tipologie di clima associate a differenti altimetrie; le aree comprese tra i 500 ed i 1100 *m.s.m.m.* sono lambite da un clima sub-umido con temperatura media annua tra gli 11 ed i 15 gradi e con una piovosità tra gli 800 ed i 1100 *mm/anno*. La vegetazione caratteristica di quest’area è costituita da macchia e lecceta. Per quanto riguarda il settore della piana di Ottana, esso ricade nella fascia del tipo temperato-caldo e la vegetazione prevalente è la macchia mediterranea, la lecceta e la sughereta.

### 2.2.2 Utilizzazione delle acque del Tirso

I caratteri geografici e idrologici del bacino del Fiume Tirso sono stati ampiamente modificati dall’uomo, nel corso degli anni, al fine di risolvere problematiche collegate agli attingimenti necessari allo sviluppo di colture e industrie nella zona. L’anno



Figura 2.4: Particolare della Regione Sardegna: il bacino del Tirso e le province limitrofe (Fonte: Regione Autonoma Sardegna - Limiti provinciali ai sensi della L.R. 4/97).

1924 vede l'inaugurazione della diga Santa Chiara d'Ula, ora dismessa con la quale nacque l'invaso del Lago Omodeo. Al tempo dell'utilizzo di tale diga, l'invaso del Lago Omodeo era di 403 milioni di  $m^3$  lordi e costituì per lungo tempo il più grande invaso d'Europa. Negli anni successivi venne realizzato, a scopo idroelettrico, il complesso sistema del Taloro, di rilievo per le importanti potenziali modifiche dei contributi di piena al Lago Omodeo; tale sistema idroelettrico comprende i serbatoi di Gusana (58 milioni di  $m^3$  circa), di Cucchinadorza (15 milioni di  $m^3$  circa) e di Benzone (2 milioni di  $m^3$ ). In seguito il sistema del Taloro è stato completato con gli sbarramenti di Olai (15 milioni di  $m^3$  circa) e Taloro (21 milioni di  $m^3$  circa) ed il serbatoio di Torrei (1 milione di  $m^3$ ).

L'estensione delle utilizzazioni irrigue nelle aree della media ed alta valle del Tirso indusse a riservare parte di questi invasi al fabbisogno agricolo. Con il passare degli anni emerse la sempre maggiore esigenza di aumentare la capacità di invaso del Lago Omodeo, ma l'idea di rialzare la Diga di Santa Chiara dovette essere abbandonata nel momento in cui si osservarono le prime lesioni ai contrafforti, con conseguenti limitazioni nell'esercizio dell'invaso. Venne quindi realizzato uno sbarramento in località Cantoniera, dove si presentava una sezione idonea per la costruzione della nuova opera; la Diga Cantoniera forma un serbatoio di circa 800 milioni di  $m^3$  di

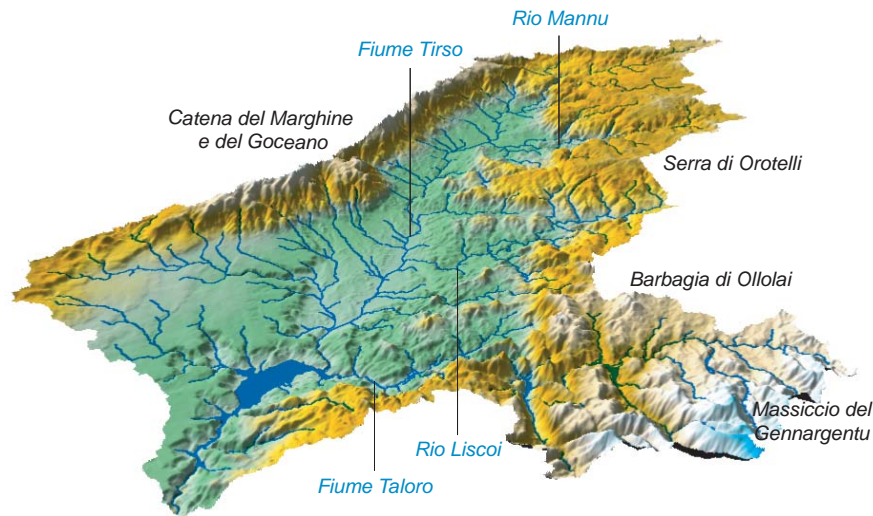


Figura 2.5: *Rappresentazione virtuale del bacino del Tirso ottenuta dall'elaborazione di dati digitali di elevazione del terreno; si notino i principali affluenti e rilievi montuosi (Fonte D.T.M.: Consorzio di Bonifica dell'Oristanese).*

invaso, uno dei maggiori d'Europa (cfr Figura 2.6). Il sistema di serbatoi è in grado di far fronte al fabbisogno irriguo, civile e industriale dell'Oristanese e consente anche la derivazione di volumi d'acqua per soddisfare le esigenze dei territori limitrofi con un trasferimento di risorse idriche dal bacino del Tirso al comprensorio Flumendosa-Campidano-Cixerri. A valle della confluenza del Rio Flumineddu è comunque stata realizzata un'opera di ritenuta di piccole dimensioni con capacità di 9 milioni di  $m^3$ .

### 2.2.3 Analisi della pedologia e dell'uso del suolo

Una caratterizzazione approfondita e dettagliata di un bacino idrografico deve necessariamente basarsi su fonti cartografiche estese, aggiornate ed affidabili. Si è dunque proceduto all'acquisizione di informazioni cartografiche e tematiche. Il Consorzio di Bonifica dell'Oristanese ha fornito una mappa delle caratteristiche geo-pedologiche e litologiche del bacino in esame ed una dettagliata mappa d'uso del suolo, entrambe in formato digitale. Presso lo stesso Consorzio di Bonifica dell'Oristanese è stata inoltre reperita la cartografia relativa all'intera area analizzata (tavole raster I.G.M. scala 1 : 25000).

La piana del Tirso ed il fondo valle sono costituiti da terreni ad alta permeabilità (ghiaie e sabbie); le caratteristiche idrogeologiche di questi terreni sono influenzate dallo spessore dei depositi, dal loro stato di aggregazione, dalla porosità e dalla





Figura 2.6: *Un'immagine panoramica del Lago Omodeo e della Diga Cantoniera.*



Figura 2.7: *Veduta della Diga Cantoniera.*

presenza di lenti argillose e limo-argillose. Le alluvioni della valle del Tirso, di spessore generalmente modesto, la cui permeabilità non è mai elevata, non sono interessate da grossi acquiferi. Le rocce scistose presenti all'interno del bacino hanno permeabilità scarsa o mediocre e sono sede di manifestazioni sorgive di ridotta entità.

Per quanto riguarda l'utilizzazione dei suoli è da notare che i terreni presenti nell'altopiano granitico di Buddusò sono generalmente destinati a pascolo naturale, anche arborato e solo localmente prato-pascolo, od anche a colture cerealicole. Il settore del Marghine e delle sue pendici mostra una zonazione colturale dovuta sia alla vicinanza dei centri abitati, sia alla variazione altimetrica. Nelle zone basse ed intermedie sono presenti vigneti, mandorleti, uliveti, mentre le aree maggiormente elevate sono destinate a pascolo naturale. La parte sommitale mostra una vegetazione da arbustiva ad arborea con roverelle, lecci e rare sughere.

Le aree granitiche della Barbagia, che danno origine al principale affluente, sito in sinistra idraulica, il Taloro, sono dominate dalla macchia alta e dai boschi a

roverella e leccio, con aree di macchia degradata, dedicate al pascolo ed al prato-pascolo. Le piane di Ottana e di Benetutti sono prevalentemente destinate al pascolo naturale e localmente a colture cerealicole. Sulle antiche alluvioni del Tirso, ai margini settentrionali della parte maggiormente pianeggiante, grandi superfici sono adibite alle colture viticole, alle colture ulivicole ed orticole. Caratteristica comune è che in prossimità dei centri abitati sono presenti colture viticole ed olivicole.

All'interno del bacino considerato, è inoltre da notare la presenza di aree industriali quali quelle di Ottana e Macomer; si tratta prevalentemente di industrie di trasformazione chimiche e metallurgiche.

L'analisi delle carte pedo-litologica e dell'uso del suolo fornite dal Consorzio di Bonifica dell'Oristanese permette una descrizione completa ed esaustiva delle caratteristiche del terreno necessarie all'analisi della separazione dei deflussi. A tal fine le classi di suolo rilevate sono state aggregate in un numero limitato di tessiture con caratteristiche simili; per la pedologia le quattro classi di riferimento identificate sono:

1. Superficie impermeabile;
2. Superficie poco permeabile;
3. Superficie mediamente permeabile;
4. Superficie permeabile.

La mappa pedologica che discende da tale aggregazione è riportata in Figura 2.8. Le classi di riferimento aggregate identificate nella mappatura dell'uso del suolo sono:

1. Superficie a bosco;
2. Superficie a verde naturale;
3. Superficie agricola;
4. Superficie impermeabile;
5. Superficie nuda.

La mappa dell'uso del suolo che discende da tale aggregazione è riportata in Figura 2.9.

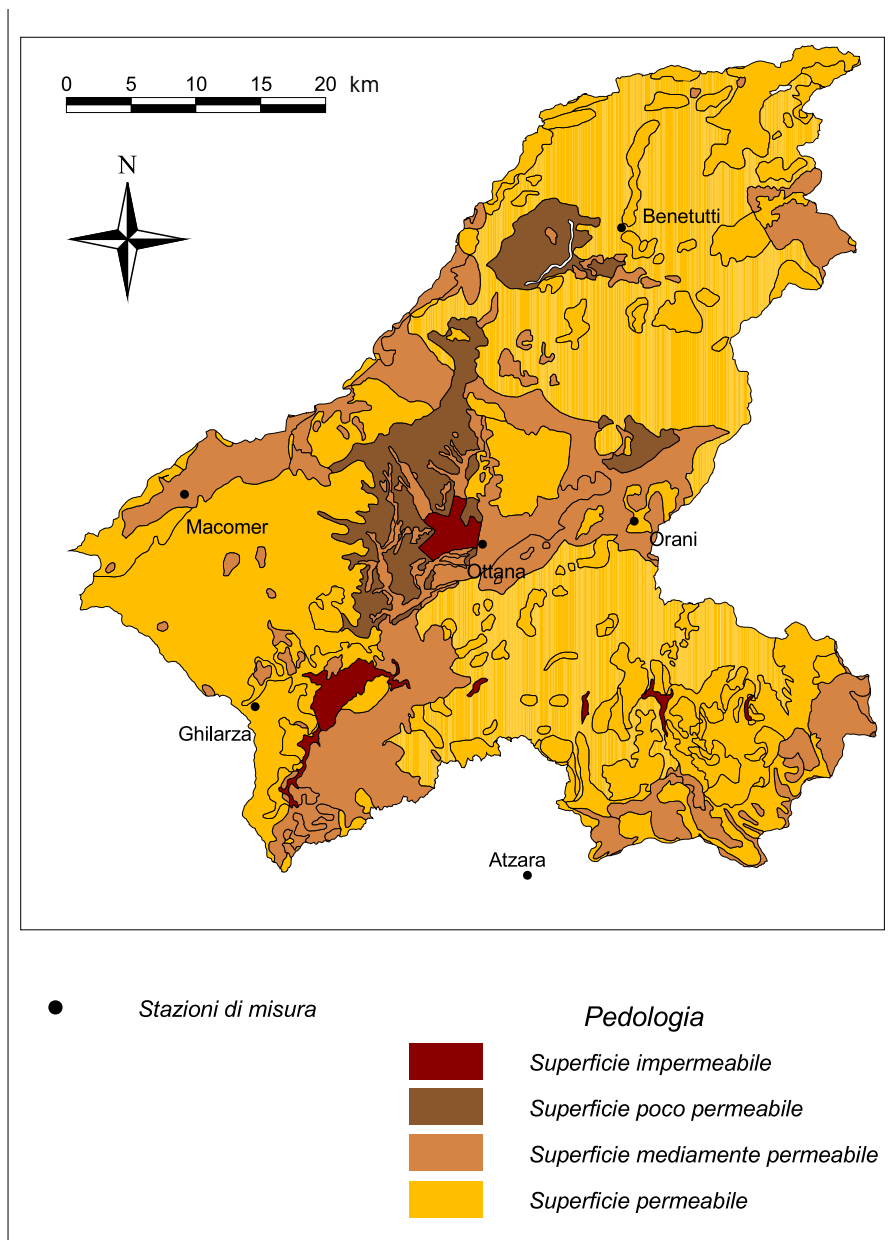


Figura 2.8: Rappresentazione digitale delle caratteristiche dei suoli nella zona sud-ovest del bacino del fiume Tisno (Fonte: Consorzio di Bonifica dell'Oristanese, Oristano).



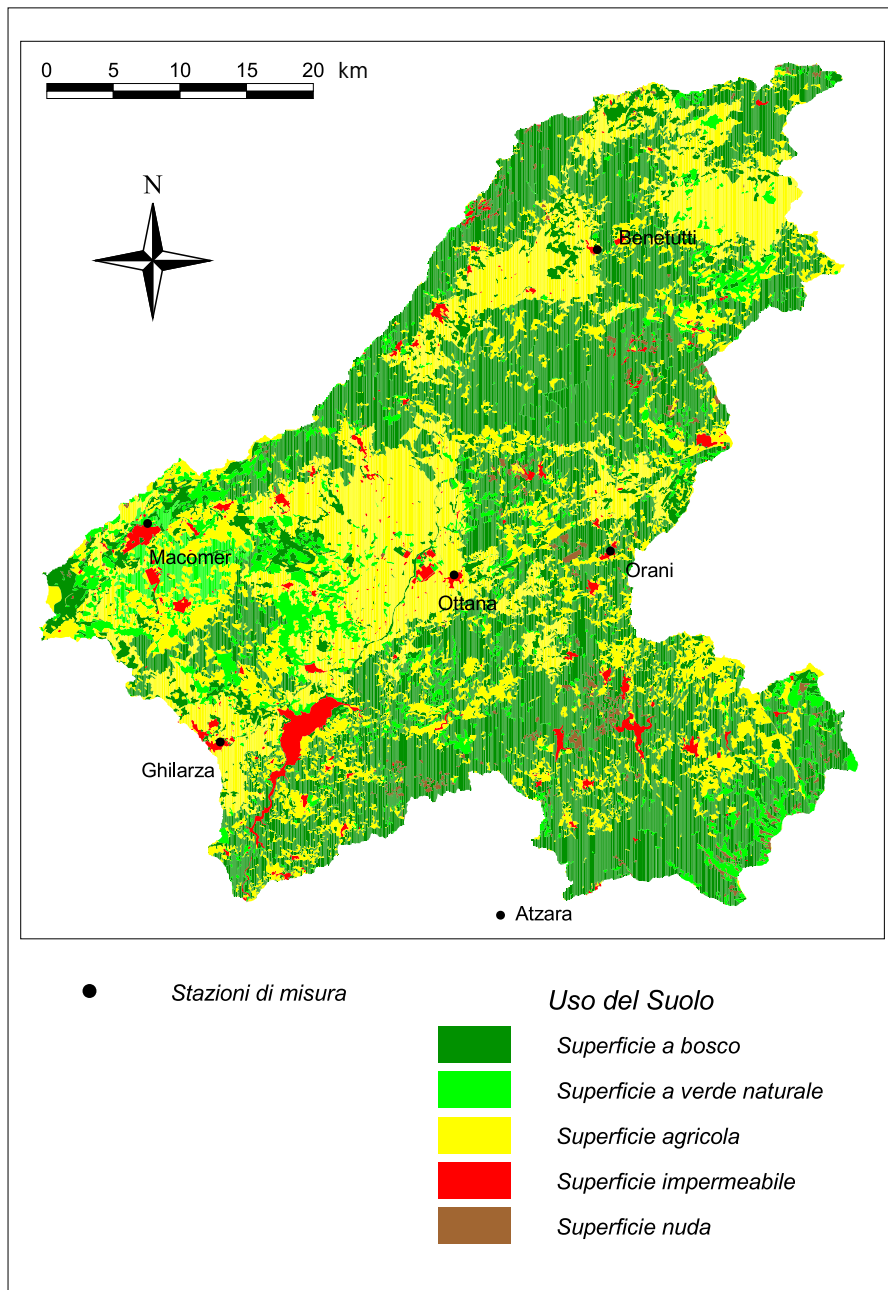


Figura 2.9: Mappa delle caratteristiche dell'uso del suolo nella zona sud-ovest del bacino del fiume Tirso (Fonte: Consorzio di Bonifica dell'Oristanese, Oristano).

Nome S.A.R.	Quota m s.l.m.	Coordinate UTM Est Nord
Atzara	620	507207 4428453
Benetutti	406	514470 4478415
Ghilarza	290	486190 4441885
Macomer	572	480740 4457855
Orani	528	515450 4455795
Ottana	185	503720 4454005

Tabella 2.1: *Stazioni pluviometriche di misura all'interno del bacino del Fiume Tirso.*

## 2.2.4 Interpolazione geostatistica delle precipitazioni: applicazione

Poichè la distribuzione della precipitazione sul bacino del Fiume Tirso non è tipicamente uniforme, l'accurata determinazione della precipitazione che insiste sul bacino necessita di misure distribuite nello spazio e di una procedure di interpolazione.

In Tabella 2.1 sono riportate le stazioni di misura del Servizio Agrometeorologico Regionale (S.A.R.) utilizzate, con l'indicazione della quota e le coordinate geografiche; in Figura 2.10 se ne dà l'inquadramento geografico all'interno del bacino in esame.

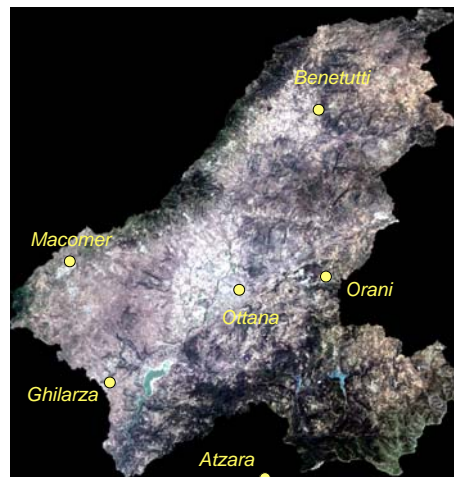


Figura 2.10: *Ubicazione delle stazioni di misura all'interno del bacino del fiume Tirso.*

A titolo di esempio in Figura 2.11 si riporta l'istogramma di precipitazione relativo ad uno degli eventi considerati; per completezza nell'Allegato vengono riportati gli istogrammi corrispondenti a tutti gli eventi di precipitazione presi in considerazione.

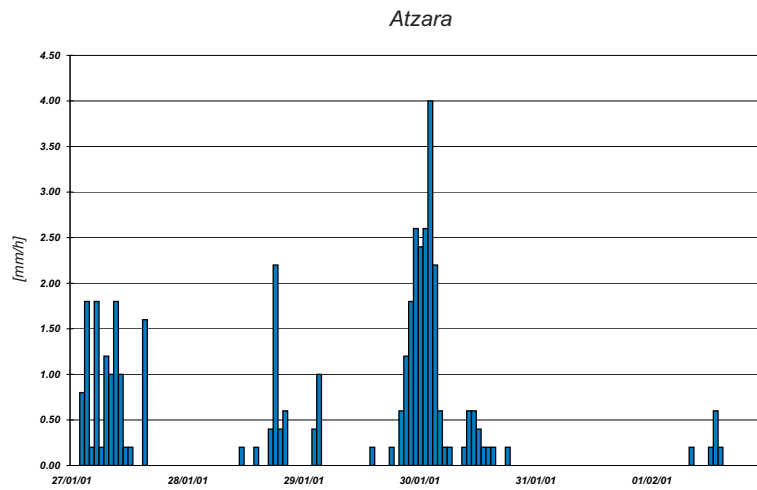


Figura 2.11: Esempio di uno ietogramma di precipitazione.

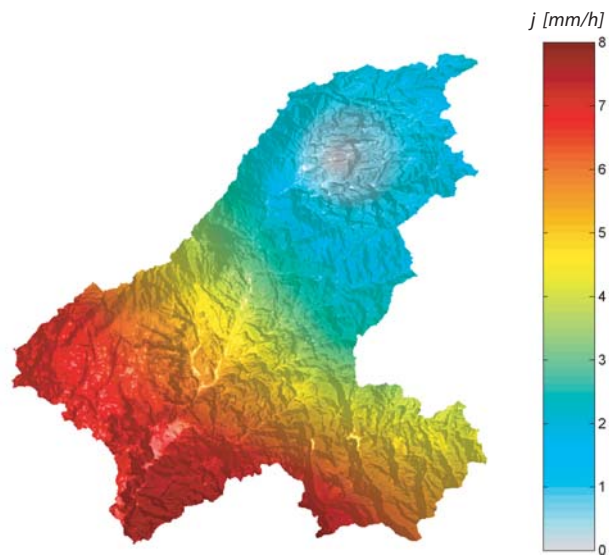


Figura 2.12: Precipitazione interpolata [mm/h] sull'intero bacino del fiume Tirso, 3 Maggio 2004 dalle ore 18 : 00 alle ore 19 : 00.

Anno	Data del colmo di piena	Portata
2001	31/01	81 $m^3/s$
2003	09/01	149 $m^3/s$
2003	06/02	96 $m^3/s$
2003	28/02	167 $m^3/s$
2003	29/11	70 $m^3/s$
2004	06/05	151 $m^3/s$
2004	10/12	241 $m^3/s$

Tabella 2.2: *Eventi registrati.*

Nei diagrammi si riporta la varianza dei dati, come limite asintotico cui tende il variogramma al crescere della distanza; tale valore non sempre coincide con la varianza media dei dati misurati, poichè l'ipotesi di stazionarietà nel tempo non è pienamente verificata. Tuttavia ai fini dell'interpolazione spaziale dei dati osservati, si trova che il risultato finale non risente sensibilmente di quest'ipotesi, in quanto prevale il vincolo imposto dalle osservazioni nelle stazioni pluviometriche. Si riportano infine alcuni esempi di interpolazione dei dati di pioggia ottenuti attraverso il Kriging (Figura 2.12, a titolo di esempio).

### Dati di volume

La taratura del modello, ottenuti i campi di precipitazione più probabili sulla base delle serie temporali di precipitazioni acquisite, consiste nel verificare l'adattamento della risposta del modello alle portate osservate, conseguenti alle sollecitazioni meteoriche, nella sezione di chiusura del bacino. A tal fine, accanto alle misure di precipitazione, si rende necessaria l'acquisizione dei valori di portata in tale sezione. Non essendo presenti idrometrografi all'interno del bacino in esame, i dati forniti dal Consorzio di Bonifica dell'Oristanese si limitano a misure di volumi e quote di invaso della Diga Cantoniera e misure di volumi scaricati dalla Diga stessa. Da queste misurazioni, applicando l'equazione di bilancio 2.48 si è proceduto al calcolo del volume affluito nel serbatoio, da cui ci si sono ricavati dei valori di portata media giornaliera in ingresso al Lago Omodeo; tali valori sono stati infine utilizzati nella taratura del modello di risposta idrologica.

$$V_{affluito} = V_{invasato} - V_{scaricato} \quad (2.48)$$

Dall'analisi dei dati a disposizione è stato possibile individuare sei eventi di piena significativi al fine della taratura e della calibrazione del modello (si veda la Tabella 2.2).

### 2.2.5 Analisi geomorfologica del bacino del Fiume Tirso: applicazioni

Il modello digitale del terreno (DTM) del bacino del fiume Tirso chiuso alla diga Cantoniera è discretizzato in una matrice 3300 X 3150 a maglia quadrata di lato 20 m.

I valori indagati per la soglia  $A_s$  nell'equazione (2.1) sono compresi tra 0.4 e 3.2  $km^2$ , valori cui corrispondono densità di drenaggio variabili tra 0.98 e 0.39  $km^{-1}$ . Alcune delle diverse reti ottenute sono mostrate nelle Figure 2.13 e 2.14. In Figura 2.15 vengono messe in evidenza le differenze tra i reticoli idrografici estratti imponendo due diversi valori della soglia. Come si vede, al diminuire della soglia impiegata la densità di drenaggio della rete estratta aumenta. Per valori estremamente bassi di  $A_s$  si assiste inoltre al tipico fenomeno del piumaggio della rete.

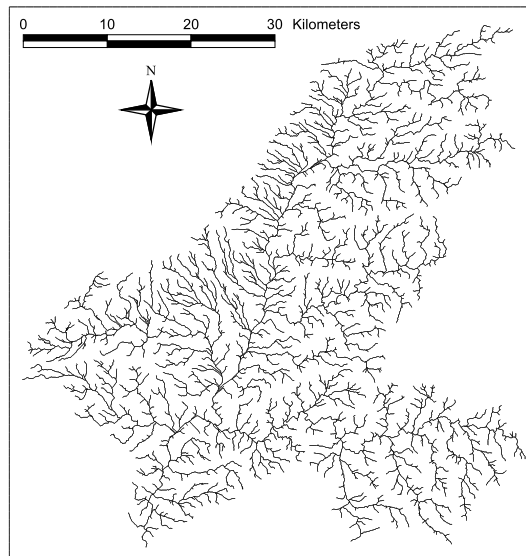


Figura 2.13: *Reticolo idrografico estratto imponendo una soglia sull'area cumulata pari a 0.4  $km^2$ ; la densità di drenaggio risultante è pari a 0.98  $km^{-1}$ .*

Le reti di drenaggio estratte mediante l'applicazione di una soglia sul prodotto area-pendenza risultano caratterizzate da densità di drenaggio decrescenti da monte verso valle, per via della naturale diminuzione delle pendenze in gioco nelle zone più prossime alla sezione di chiusura del bacino, rendendo conto pertanto delle disomogeneità spaziali delle reti naturali.

Si noti infine che il valore prescelto dell'esponente  $k$  nell'equazione (2.2) è solitamente assunto pari a 2, cosicché la quantità a primo membro nell'equazione (2.2) possa essere proporzionale al quadrato dello sforzo tangenziale al fondo prodotto dal flusso in transito (e.g. Montgomery, 1991). I valori indagati per la soglia topografica

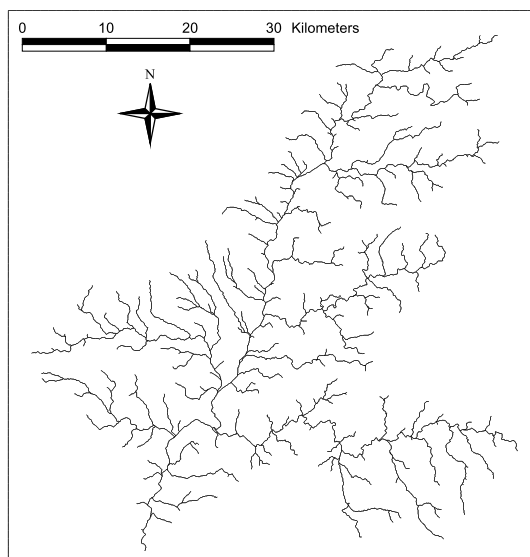


Figura 2.14: *Reticolo idrografico estratto imponendo una soglia sull'area cumulata pari a  $2.8 \text{ km}^2$ ; la densità di drenaggio risultante è pari a  $0.41 \text{ km}^{-1}$ .*

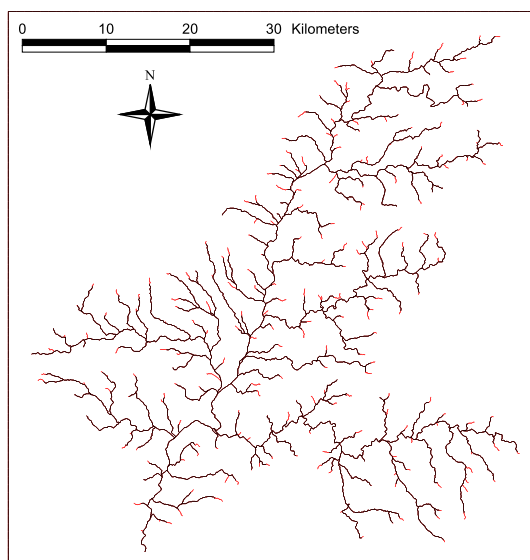


Figura 2.15: *Confronto tra il reticolo idrografico estratto imponendo una soglia sull'area cumulata pari a  $2.4 \text{ km}^2$  (in rosso; densità di drenaggio pari a  $0.44 \text{ km}^{-1}$ ) e  $3.2 \text{ km}^2$  (in nero; densità di drenaggio pari a  $0.39 \text{ km}^{-1}$ ).*

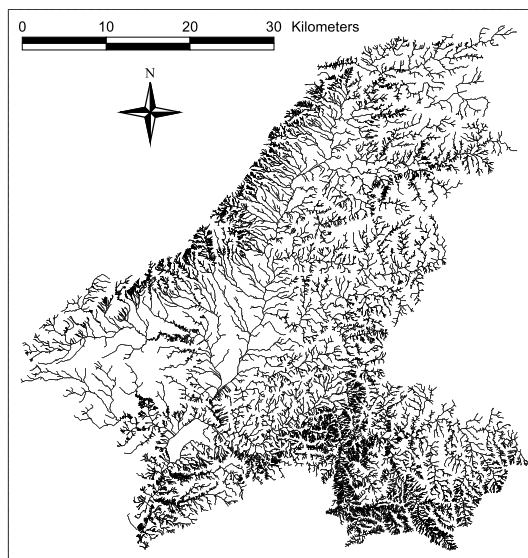


Figura 2.16: Reticolo idrografico estratto imponendo una soglia sul prodotto tra area drenata e quadrato della pendenza pari a 2 km; la densità di drenaggio risultante è pari a  $3.2 \text{ km}^{-1}$ .

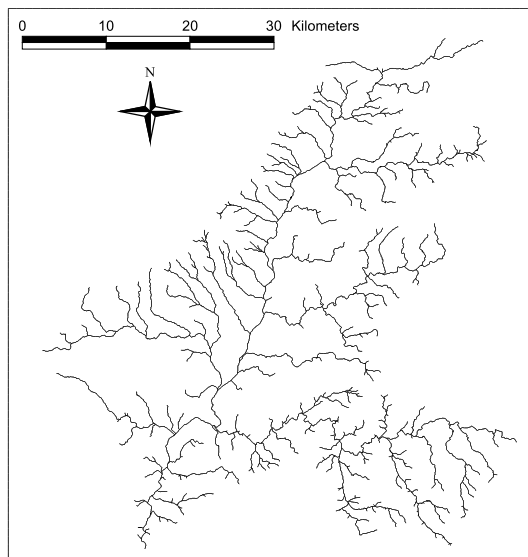


Figura 2.17: Reticolo idrografico estratto imponendo una soglia sul prodotto tra area drenata e quadrato della pendenza pari a 160 km; la densità di drenaggio risultante è pari a  $0.44 \text{ km}^{-1}$ .

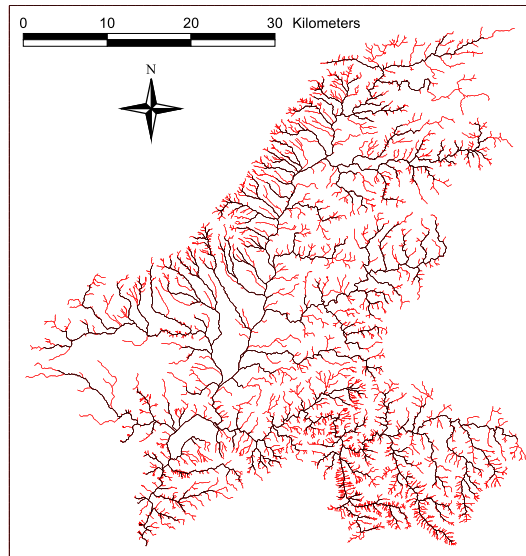


Figura 2.18: Confronto tra il reticolo idrografico estratto imponendo una soglia sul prodotto tra area drenata e quadrato della pendenza pari a 10 km (in rosso; densità di drenaggio pari a  $1.33 \text{ km}^{-1}$ ) e 160 km (in nero; densità di drenaggio pari a  $0.44 \text{ km}^{-1}$ ).

sono stati compresi tra 2 e 500 km, valori cui corrispondono densità di drenaggio variabili tra 3.2 e  $0.3 \text{ km}^{-1}$ . Nelle Figure 2.16 e 2.17 vengono mostrate alcune delle reti di drenaggio ricavate attraverso questa procedura mentre in Figura 2.18 vengono messe in evidenza le differenze tra reticoli idrografici estratti imponendo due diversi valori della soglia topografica. Tutte le reti evidenziano, in corrispondenza della parte pianeggiante del bacino, l'attesa diminuzione della densità di drenaggio rispetto alle zone montane. Al diminuire della soglia la densità di drenaggio aumenta sensibilmente nella parte montana del bacino, mentre cresce con minore evidenza nelle zone di pianura e media pianura. Anche in questo caso è riscontrabile il fenomeno del piumaggio della rete a partire da valori della soglia inferiori a 15 km circa (e.g. Figura 2.16).

### Confronto con la morfologia reale

Per verificare l'attendibilità delle procedure automatizzate di estrazione della rete a partire dal DTM del bacino del fiume Tirso, alcune delle reti estratte sono state confrontate con l'immagine satellitare del bacino in esame, visualizzata in colori naturali, per poter distinguere la reale rete idrografica. Dall'analisi visiva si è notato come vi sia un sostanziale accordo fra alcune delle reti estratte con entrambe le procedure digitali (per adeguati valori di soglia) e quella reale: in Figura 2.19 vengono confrontate i reticoli idrografici più attendibili estratti con i due metodi



descritti: soglia sul prodotto tra area drenata e quadrato della pendenza pari a  $160 \text{ km}$  (densità di drenaggio pari a  $0.44 \text{ km}^{-1}$ ) e soglia sull'area cumulata pari a  $2.8 \text{ km}^2$  (densità di drenaggio pari a  $0.41 \text{ km}^{-1}$ ).

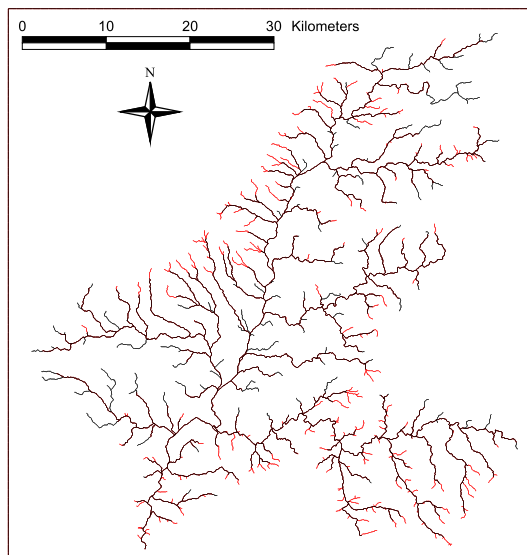


Figura 2.19: Confronto tra il reticolo idrografico estratto imponendo una soglia sul prodotto tra area drenata e quadrato della pendenza pari a  $160 \text{ km}$  (in rosso; densità di drenaggio pari a  $0.44 \text{ km}^{-1}$ ) e quello estratto imponendo una soglia sull'area cumulata pari a  $2.8 \text{ km}^2$  (in nero; densità di drenaggio pari a  $0.41 \text{ km}^{-1}$ ).

## 2.2.6 Produzione dei deflussi e approccio geomorfologico alla risposta idrologica: applicazione

Le numerose analisi di sensibilità eseguite sul modello, ed in parte riportate in Appendice A, hanno evidenziato un diverso comportamento del bacino a seconda della stagionalità; dal presente studio emerge infatti che il contenuto iniziale d'acqua varia dal periodo estivo a quello invernale in modo piuttosto rilevante. Ciò è dovuto al fatto che per il bacino del Tirso le condizioni climatiche nel periodo invernale sono molto diverse da quelle in periodo estivo inducendo un diverso comportamento del terreno. Si è proceduto perciò a tarare il modello differenziando le condizioni iniziali di  $\Theta_0$  a seconda del periodo in cui avviene l'evento di pioggia, non perdendo altresì generalità e robustezza dei parametri tarati, ma ancorando l'affidabilità del modello ad una caratteristica peculiare del bacino in esame, il clima. È opportuno precisare a quali mesi si riferiscono le denominazioni *periodo estivo* e *periodo invernale*: nel *periodo estivo* ricadono i mesi compresi tra maggio e novembre inclusi, mentre nel *periodo invernale* i mesi da dicembre ad aprile inclusi. Si riporta in Tabella 2.3 la suddivisione stagionale degli eventi analizzati nel presente studio:

Tabella 2.3: *Suddivisione degli eventi in funzione del parametro  $\Theta_0$ .*

Eventi periodo estivo	$\Theta_0$	Eventi periodo invernale	$\Theta_0$
Novembre 2003	0.13	Gennaio 2001	0.17
		Gennaio 2003	
Maggio 2004		Febbraio 2003	
		Marzo 2003	
		Dicembre 2004	

Nelle Tabelle 2.4 e 2.5 sono riportati, rispettivamente, i parametri di produzione dei deflussi e quelli idrodinamici ottenuti dalla taratura finale del modello geomorfologico applicato al bacino del fiume Tirso, rispettando la stagionalità.

Tabella 2.4: *Parametri di taratura relativi alla produzione dei deflussi.*

Stagione	$K_{Sat}$ [mm/h]	$\Theta_0$	$\Theta_{FC}$	$\Delta Z$ [mm]	$\eta$
Estiva	25.9	0.13	0.2	280	0.55
Invernale	25.9	0.17	0.2	280	0.55

Per la fase di taratura del modello sono stati scelti gli eventi:

- Marzo 2003
- Maggio 2004

Tabella 2.5: *Parametri di taratura idrodinamici.*

Stagione	$a$ [m/s]	$D$ [m <sup>2</sup> /s]	$K_S$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	$K_P$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]
Estiva	0.7	500	3	18
Invernale	0.7	500	3	18

ed i confronti tra portate misurate e simulate e volumi cumulati invasati misurati e simulati sono riportate nelle Figure 2.20, 2.21, 2.22 e 2.23.

Per la fase di validazione del modello sono stati scelti gli eventi:

- Gennaio 2001
- Gennaio 2003
- Febbraio 2003
- Novembre 2003
- Dicembre 2004

ed i confronti tra portate misurate e simulate e volumi cumulati invasati misurati e simulati sono riportate nelle Figure dalla 2.24 alla 2.33.

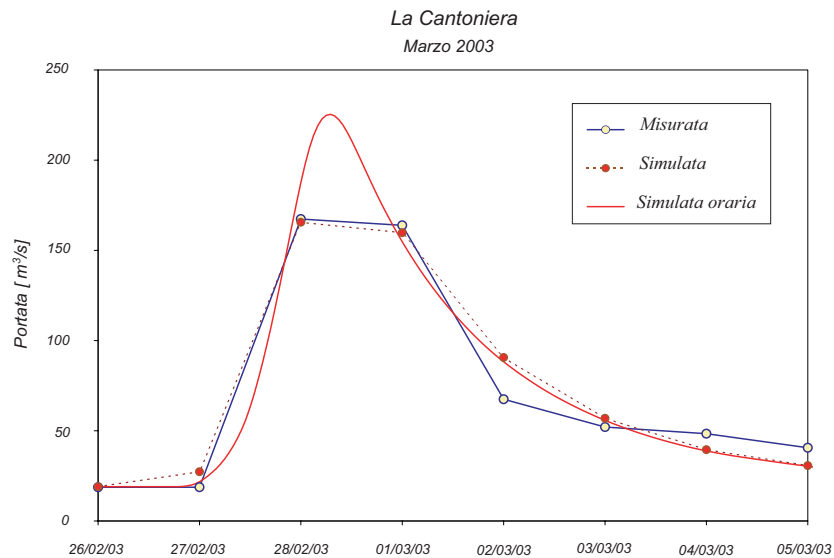


Figura 2.20: *Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra le portate simulate e misurate per l'evento del marzo 2003.*

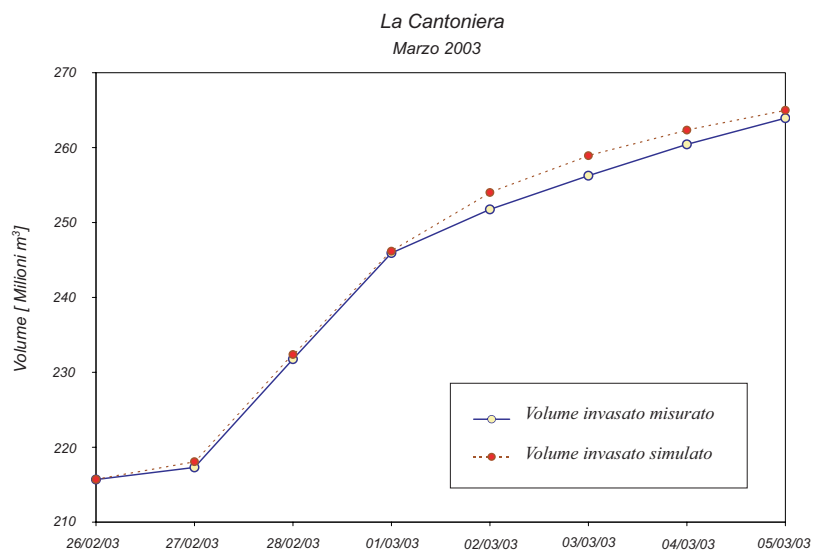


Figura 2.21: Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra i volumi invasati simulati e misurati per l'evento del marzo 2003.

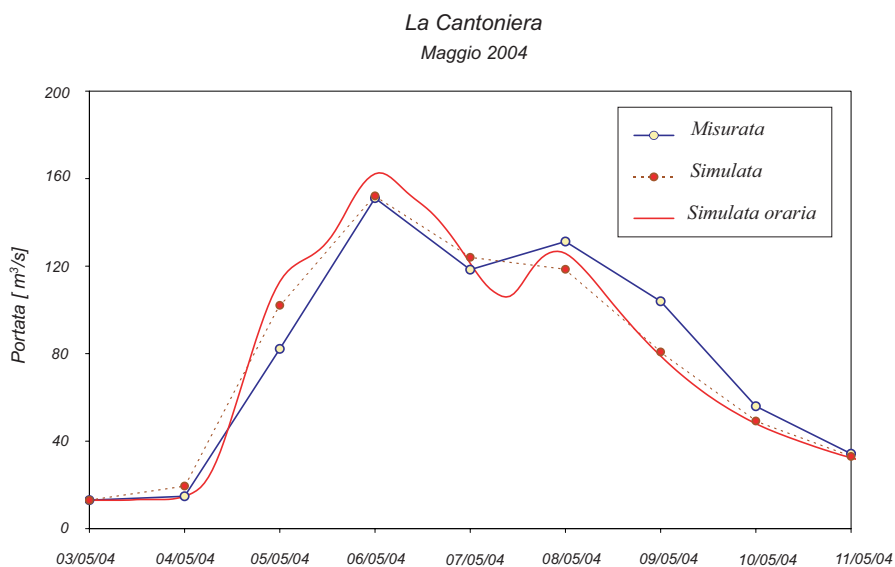


Figura 2.22: Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra le portate simulate e misurate per l'evento del maggio 2004.

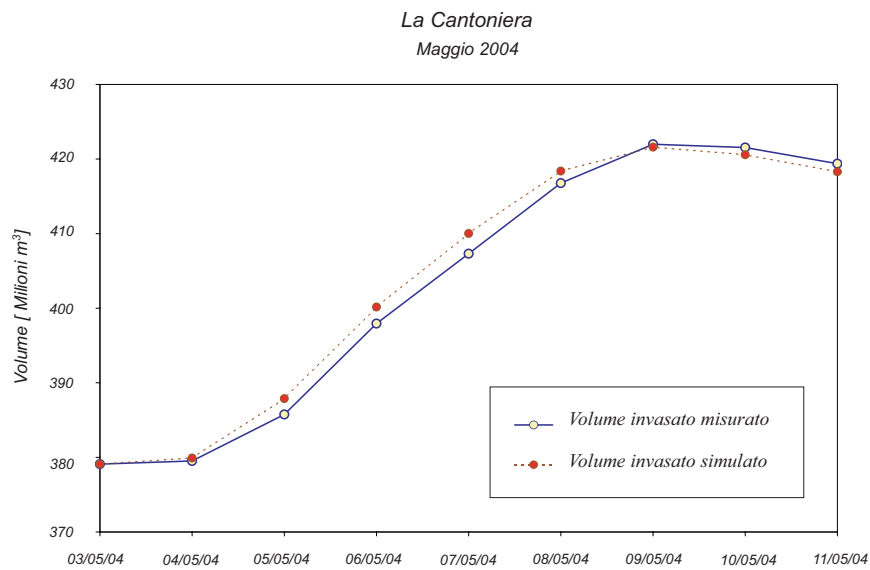


Figura 2.23: Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra i volumi invasati simulati e misurati per l'evento del maggio 2004.

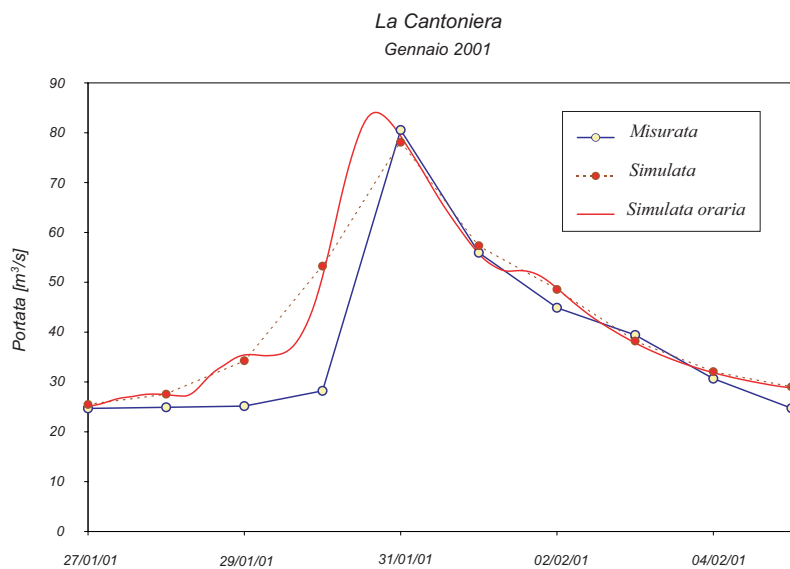


Figura 2.24: Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra le portate simulate e misurate per l'evento del gennaio 2001.

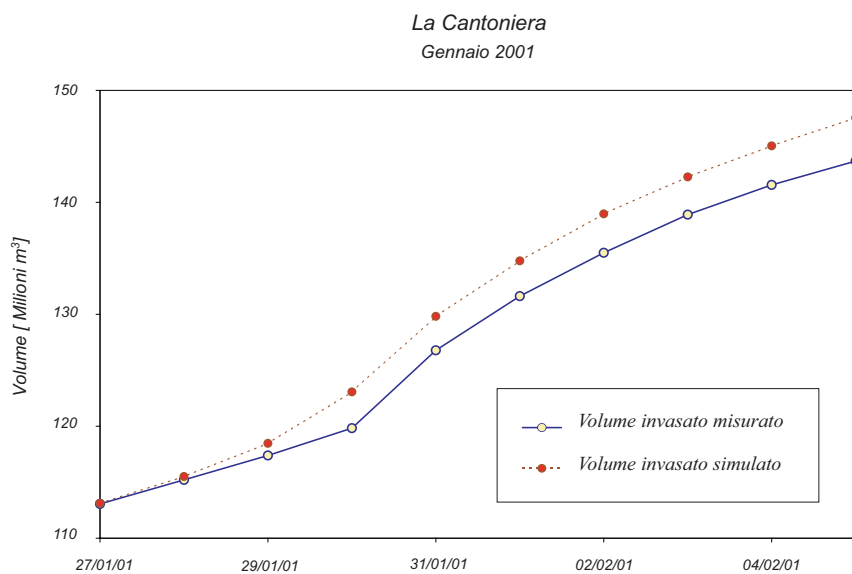


Figura 2.25: Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra i volumi invasati simulati e misurati per l'evento del gennaio 2001.

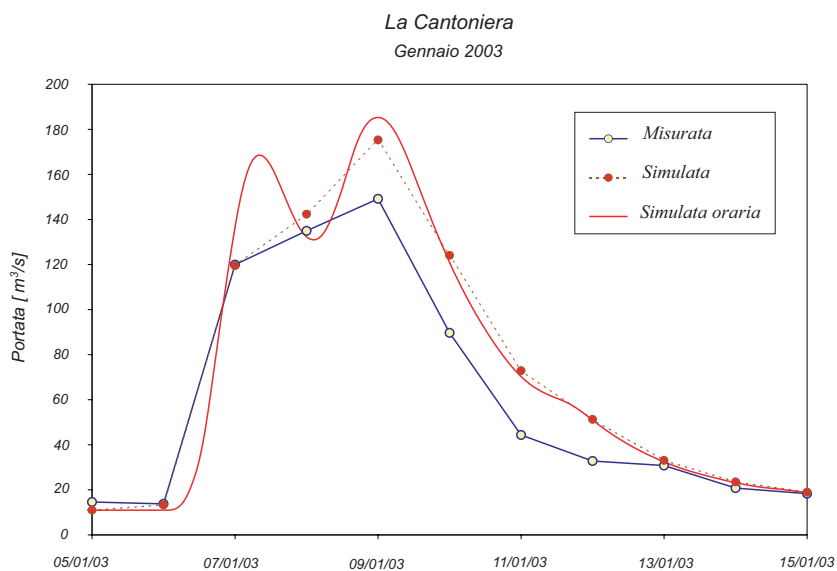


Figura 2.26: Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra le portate simulate e misurate per l'evento del gennaio 2003.

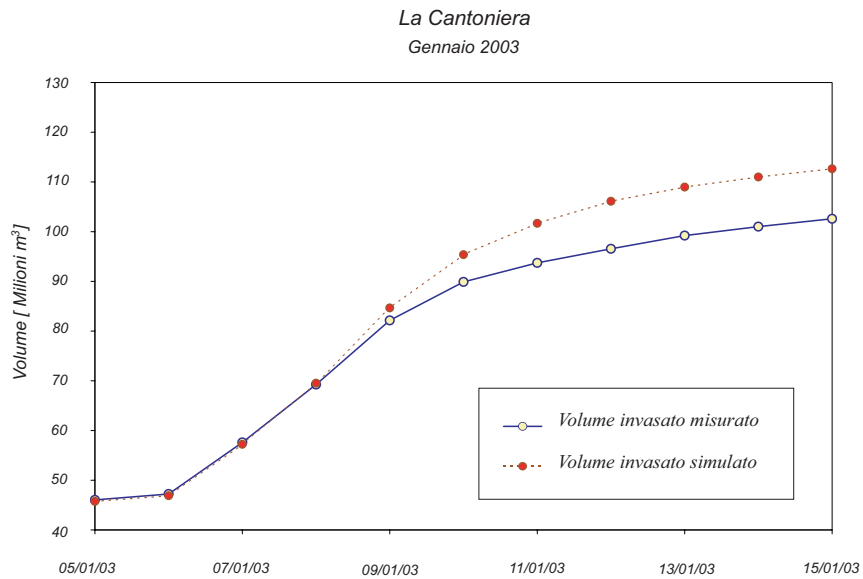


Figura 2.27: Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra i volumi invasati simulati e misurati per l'evento del gennaio 2003.

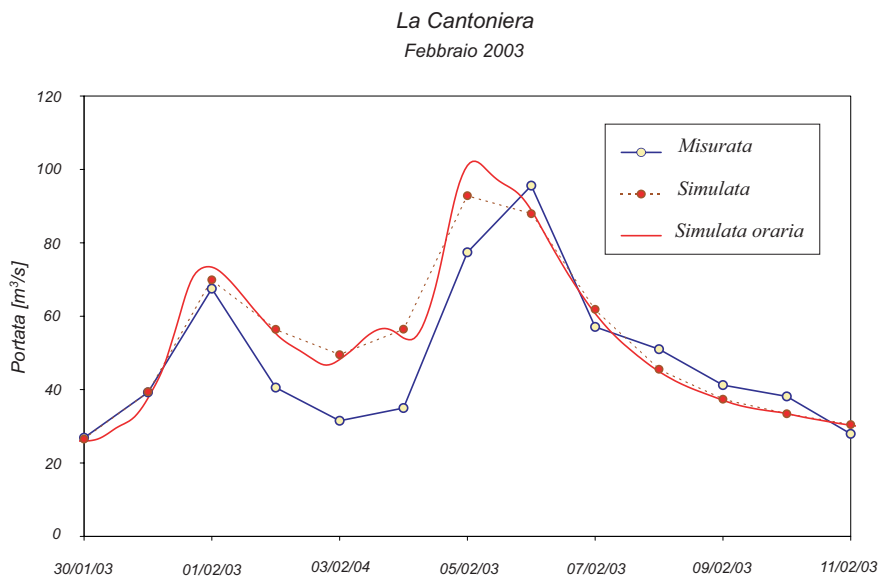


Figura 2.28: Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra le portate simulate e misurate per l'evento del febbraio 2001.

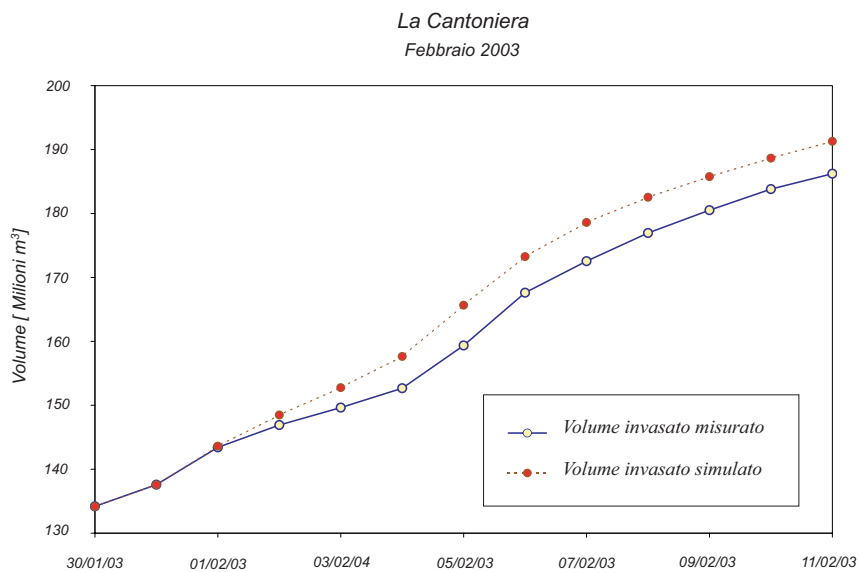


Figura 2.29: Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra i volumi invasati simulati e misurati per l'evento del febbraio 2001.

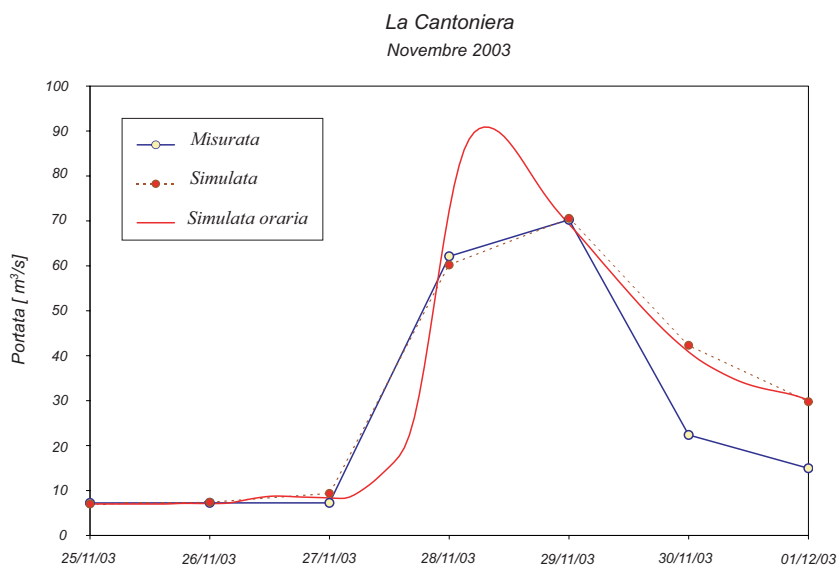


Figura 2.30: Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra le portate simulate e misurate per l'evento del novembre 2003.



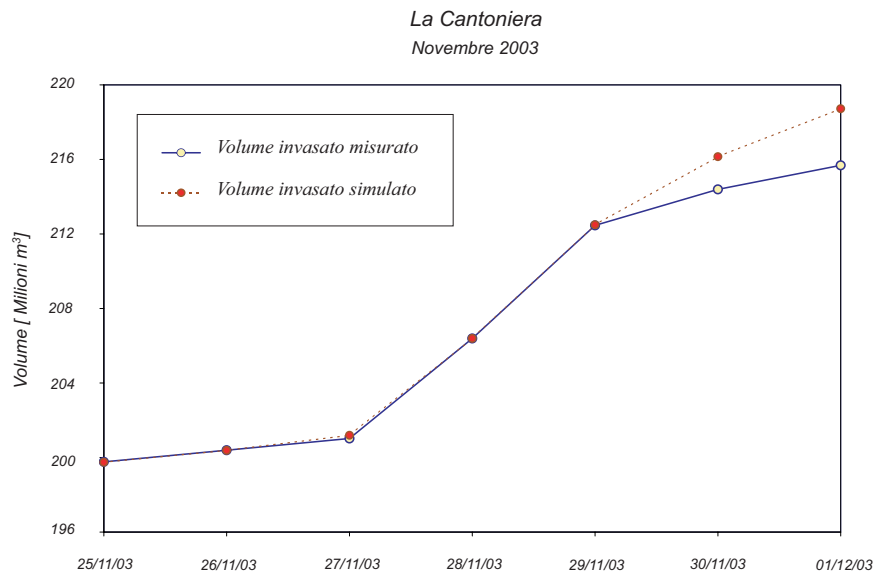


Figura 2.31: Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra i volumi invasati simulati e misurati per l'evento del novembre 2003.

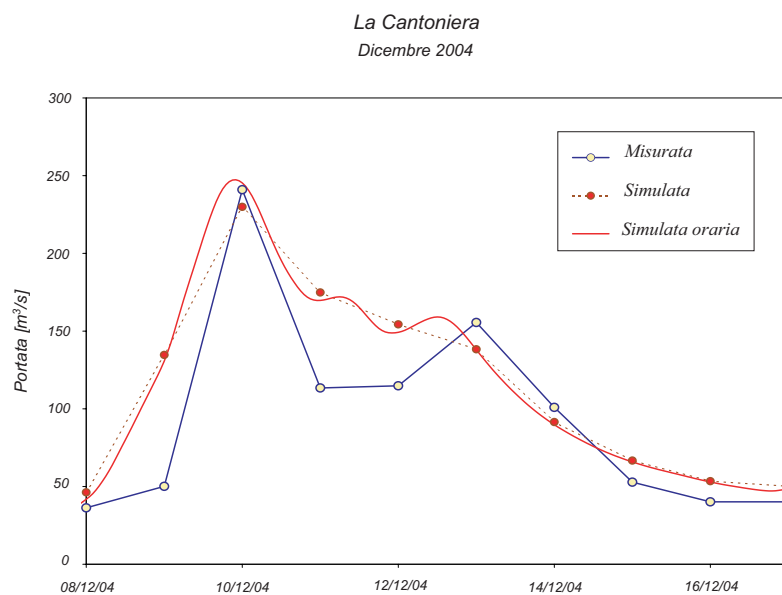


Figura 2.32: Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra le portate simulate e misurate per l'evento del dicembre 2004.

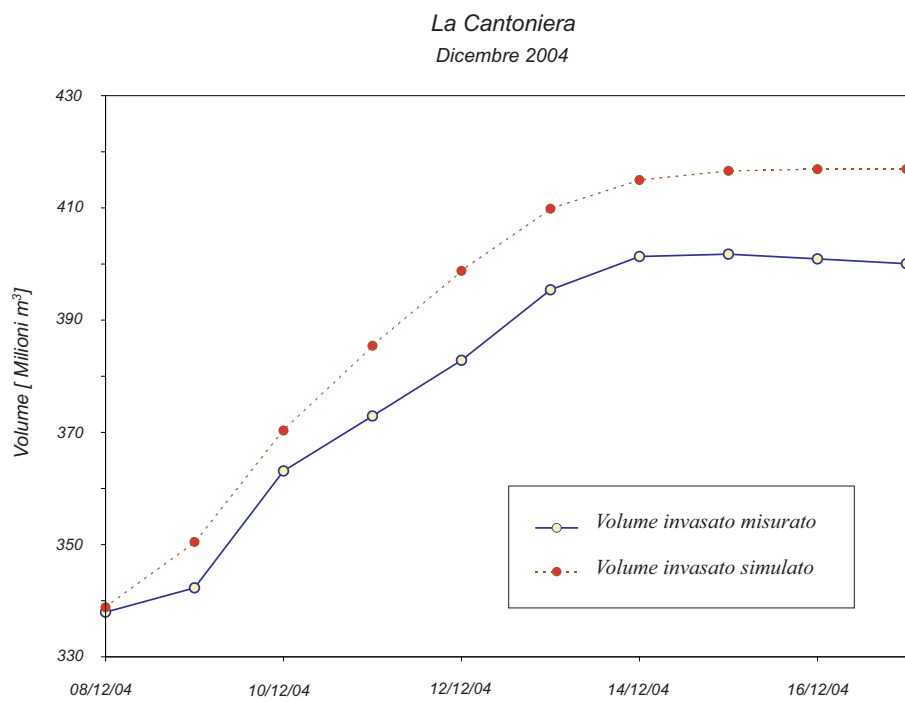


Figura 2.33: Il Tirso alla Diga Cantoniera; confronto tra i volumi invasati simulati e misurati per l'evento del dicembre 2004.

Appare evidente il buon accordo tra gli idrogrammi di piena calcolati dal modello matematico sviluppato e le osservazioni registrate per un numero significativo di piene. Sono da notarsi le diverse caratteristiche degli eventi riprodotti, relativamente sia alla durata dell'evento, che alla portata raggiunta al colmo e ai volumi coinvolti. Il fatto che i valori dei parametri che compaiono nel modello non debbano essere variati, a meno della stagionalità di cui si è data spiegazione, per descrivere in modo accurato eventi di piena diversi fra loro, indica che il modello matematico riproduce correttamente i processi in atto piuttosto che adattarsi ai singoli eventi, come spesso accade nel caso di modelli distribuiti. La dimostrata aderenza del modello ai processi idrologici dominanti lo qualifica dunque come uno strumento adatto alla previsione delle piene corrispondenti a precipitazioni qualsiasi, reali o sintetiche. Si osservi inoltre che le cumulate dei volumi invasati simulati sovrastimano le cumulate dei volumi misurati, in accordo con le considerazioni precedentemente esposte riguardo l'assenza di informazioni sui serbatoi in sinistra idraulica, ed in favore della sicurezza.

## 2.3 Il bacino del Fiume Brenta

### 2.3.1 Descrizione fisica del Bacino

Il Fiume Brenta è lungo circa 174 chilometri ed il suo corso principale può essere diviso in due parti: una montana, lunga circa 70 chilometri, che va dalle origini a Bassano del Grappa ed una di pianura che da Bassano prosegue fino alla foce che si trova presso Chioggia (VE). Il bacino del Brenta è compreso tra i bacini imbriferi dell'Astico-Bacchiglione a Sud-Ovest, dell'Adige ad Ovest e a Nord-Ovest e del Piave ad Est. Nel presente studio verrà preso in esame solo il bacino montano del Brenta (si veda la Figura 2.34), che copre una superficie di circa  $1567 \text{ km}^2$ ; a Bassano infatti il Fiume abbandona la valle montana per scorrere nell'alveo alluvionale di pianura, nel quale i deflussi di magra in gran parte si disperdono andando ad alimentare la circolazione subalvea ([44]).

Il Brenta ha origine dal lago di Caldonazzo, nel Trentino orientale, ad una quota di circa 450 m sul livello del mare, e dalle sorgenti prosegue verso Est ricevendo inizialmente le acque dal lago di Levico e poi quelle di numerosi torrenti tra cui ricordiamo il T. Centa, il T. Moggio, il T. Gàdena ed il T. Frenzela, provenienti dalle Prealpi e tributari di destra, ed il T. Ceggio, il T. Maso, il T. Grigno ed il T. Cison, tributari di sinistra che hanno origine sulle Alpi Dolomitiche. In Tabella 2.6 è indicata la suddivisione della superficie del bacino del Brenta nei sottobacini che afferiscono ai principali tributari. Il torrente Cison è sicuramente il più importante tra questi poichè, com'è possibile osservare in Tabella è caratterizzato da un bacino idrografico che ha una superficie pressochè uguale all'area del bacino del Brenta alla confluenza del Cison stesso. La rilevanza idrologica di tale affluente risiede anche nel fatto che esso è caratterizzato da un regime piovoso piuttosto intenso.

La particolare conformazione orografica che caratterizza il bacino del Fiume Brenta

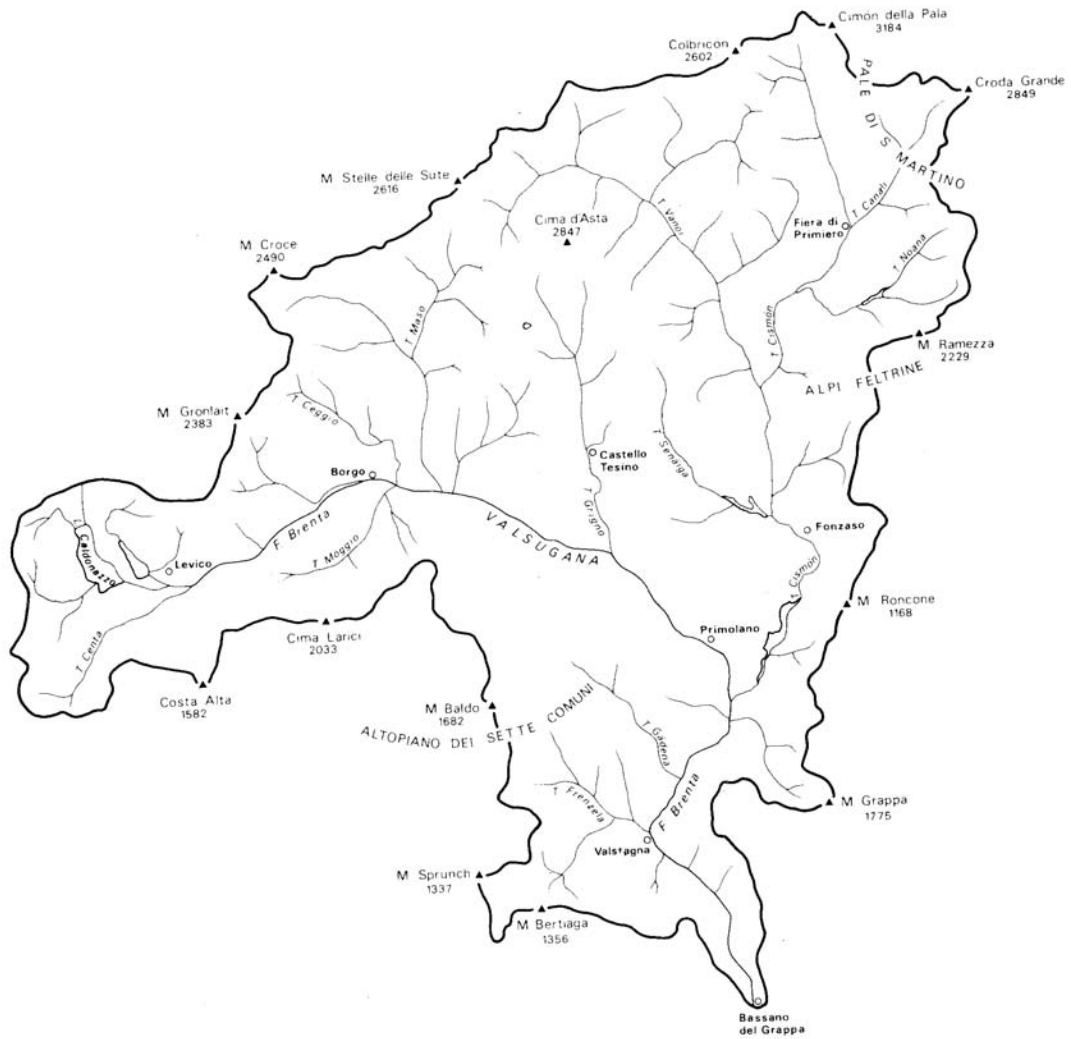


Figura 2.34: *Bacino del fiume Brenta chiuso a Bassano del Grappa. Tratto da [61].*

<b>Bacino</b>	<i>km<sup>2</sup></i>
Brenta dalle origini alla confluenza col Brenta di Levico incluso	110.86
Maso	114.89
Brenta alla confluenza del Maso incluso	409.16
Brenta alla confluenza del Grigno escluso	528.40
Grigno	87.46
Brenta alla confluenza del Cismòn escluso	672.81
Cismon alla confluenza del Vanoi escluso	203.45
Vanoi	236.15
Cismon dalle origini allo sbocco in Brenta	641.63
Brenta alla confluenza del Cismòn incluso	1314.43
Valstagna	89.29
Brenta a Bassano	1566.83

Tabella 2.6: *Aree dei principali sottobacini*

fa sì che l'altitudine media del bacino vada gradatamente aumentando da monte verso valle con le confluenze dei singoli affluenti che trovano origine ad alte quote ([44]). Così se l'altitudine media del bacino dalle origini alla confluenza con il Centa è di circa 794 m.s.l.m, alla confluenza col Cismòn è di circa 1204 m.s.l.m e a Bassano è di 1256 m.s.l.m.. Esiste una spiccata disomogeneità tra le zone che compongono il bacino montano: nella parte alta, tra il lago di Caldonazzo e la confluenza con il T. Grigno il bacino è inciso da una fitta rete idrografica; nella parte centrale il bacino è invece privo di torrenti di qualche importanza che cominciano a ricomparire, seppur in termini modesti, nella parte più meridionale del bacino, nella zona compresa tra la confluenza col T. Cismon e Bassano del Grappa. Le cause di tale fenomeno sono da ricercarsi nelle caratteristiche orografiche e geo-litologiche del bacino. Infatti le montagne che a Nord sovrastano il territorio di Levico e Caldonazzo, proseguendo poi fino a Borgo Val Sugana, sono formate principalmente da rocce eruttive (intrusive ed effusive) e metamorfiche. Formazioni dello stesso tipo prevalgono in tutti i maggiori rilievi che si estendono fino al torrente Cismon. Le rocce di questo tipo sono in genere impermeabili e, fatto salvo per le zone in cui esistono delle fratturazioni, l'acqua vi scorre sopra confluendo prima in rigagnoli e poi, via via, in ruscelli e torrenti. Nella parte restante del bacino, e particolarmente in quella centrale, affiorano rocce sedimentarie (dolomie, calcari, marne e arenarie) che spesso presentano una elevata permeabilità per fessurazione e per carsismo. Questo spiega per quale ragione il bacino appaia povero di corsi d'acqua superficiali nella zona centrale dove esistono invece numerose sorgenti (le più importanti presso Oliero) la cui acqua proviene dal massiccio del Grappa e dall'Altopiano di Asiago.

### 2.3.2 Il serbatoio del Corlo

Nello scorso secolo nel bacino del Brenta sono stati realizzati alcuni serbatoi artificiali per lo sfruttamento idroelettrico e irriguo. In particolare per quanto la possibilità di utilizzo per la laminazione delle piene sono presenti lungo il corso del T. Cismon gli sbarramenti di Val Schener, poco a monte della confluenza con il T. Vanoi e quello del Corlo, ubicato alla chiusura del Cismon stesso. Due altri rilevanti serbatoi sono posti quasi alla chiusura dei bacini di due affluenti del Cismon: il Val Noana e il Senaiga.

Sbarramento	Superficie afferente [ $km^2$ ]	Invaso utile [ $10^6m^3$ ]
Val Noana	31	10.89
Val Schener	203	8.5
Senaiga	58	6.95
Corlo	628	48.8

Tabella 2.7: *Caratteristiche dei principali serbatoi del Brenta. Tratto da [61].*

Le caratteristiche di questi invasi sono riassunte in Tabella 2.7, mentre in Figura 2.35 è rappresentata schematicamente la rete dei serbatoi.

In un sistema idraulico articolato come quello del Brenta, la capacità di laminazione della portata esercitata dai serbatoi può dipendere non solo dalla dimensione del bacino imbrifero da essi sotteso e dal loro volume utile di invaso, ma anche dalla gestione del sistema stesso: in un'ottica di pianificazione territoriale, un'opportuna gestione delle fasi tra le onde di piena provenienti da differenti rami può infatti produrre notevoli effetti di laminazione. In altri termini, il numero dei serbatoi e l'entità del volume utile per la regolazione suggeriscono la possibilità di valutare l'effetto che eventuali manovre degli organi di scarico possono avere sulle portate a valle.

Il bacino afferente al Corlo è compreso tra la quota minima di 203 m s.l.m., alla sezione di sbarramento, e quella massima di 3185 m s.l.m. del Cimon della Pala; l'altezza media è di 1390 m s.l.m..

Quota di massimo invaso [m s.l.m.]	268.7
Quota di minima regolazione [m s.l.m.]	237.0
Volume di invaso utile [ $10^6m^3$ ]	45
Portata massima dallo scarico di fondo [ $m^3/s$ ]	189
Portata massima dallo scarico di mezzofondo [ $m^3/s$ ]	311
Portata massima dallo scarico di superficie laterale [ $m^3/s$ ]	615
Portata massima dallo scarico di superficie sul ciglio diga [ $m^3/s$ ]	31

Tabella 2.8: *Caratteristiche principali del serbatoio del Corlo*

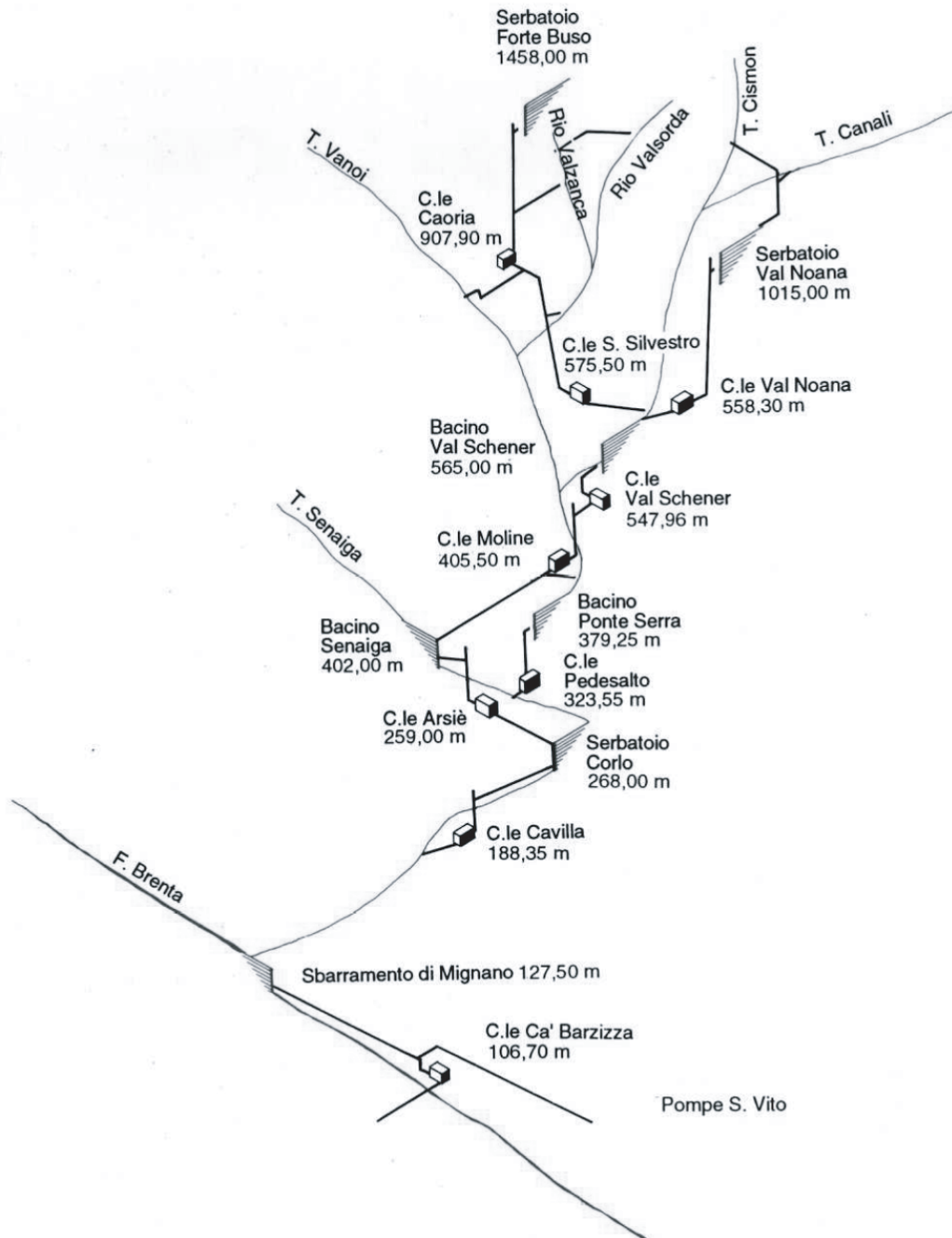


Figura 2.35: Schematizzazione dei serbatoi presenti nel Bacino del Brenta. Tratto da [61].

Quota pelo libero [m s.l.m.]	Invaso [ $10^6 m^3$ ]
237.0	0
243.7	5
248.5	10
252.4	15
255.8	20
258.9	25
261.6	30
264.1	35
266.5	40
268.7	45

Tabella 2.9: *Corrispondenza fra quote e volumi invasati nel lago di Corlo*

Per valutare la risposta del serbatoio a differenti eventi di piena, viene utilizzata la legge di continuità dei serbatoi: la portata defluita a valle in un certo intervallo di tempo è calcolata come funzione della portata in ingresso, del livello d'acqua nel serbatoio e dell'apertura degli scarichi nel medesimo intervallo. Per poter applicare tale metodologia, risulta di fondamentale importanza poter disporre della curva dei volumi e delle aree che riportano rispettivamente i volumi e le superfici invasate nel serbatoio in funzione della quota di invaso. Per la rappresentazione analitica della curva dei volumi è stata scelta la seguente espressione polinomiale in funzione della quota  $h$  del serbatoio mentre la curva delle superfici si può ricavare per derivazione ([61]).

$$V = a_v h^4 + b_v h^3 + c_v h^2 + d_v h + e_v \quad (2.49)$$

(dove  $a_v = 3.852666$ ,  $b_v = -3883.413$ ,  $c_v = 1501696.37$ ,  $d_v = -262337590.85$ ,  $e_v = -17368001146.60$  )

Dalla Formula 2.49 si ricava la Tabella 2.9, in cui sono indicate le quote corrispondenti a volumi invasati con scansione di 5 milioni di  $m^3$ .

Per una più ampia descrizione dei numerosi serbatoi presenti nella rete idrografica del bacino del Fiume Brenta, qui solo brevemente accennati, si faccia riferimento alla Relazione Tecnica [61]).

### 2.3.3 Interpolazione geostatistica delle precipitazioni: applicazione

Il modello della risposta idrologica del Fiume Brenta è stato sviluppato utilizzando i dati cartografici, idrologici e telerilevati di cui trova ampia descrizione nella Relazione Tecnica [61]. Nel presente Paragrafo si vogliono brevemente elencare gli eventi



di precipitazione utilizzati per la taratura e calibrazione del modello (Tabella 2.10), prestando particolare attenzione all'evento intenso del 2002.

Anno	Data del colmo di piena	Portata [ $m^3/s$ ]	Stazioni
1998	7 ottobre	1094	Veneto
1999	21 settembre	682	Veneto e Trentino
2002	26 novembre	783	Veneto e Trentino

Tabella 2.10: *Eventi registrati*

A titolo di esempio, in Figura 2.36 è riportata la rappresentazione spaziale delle precipitazioni cumulate (somma di tutti gli istanti temporali che costituiscono l'evento) per l'evento del 1999; si notino i confini del bacino del Fiume Brenta e le stazioni di misura interessate dagli eventi di precipitazione. La distribuzione temporale mediata sull'intero bacino del Brenta per l'evento del Settembre del 1999 è riportata in Figura 2.37.

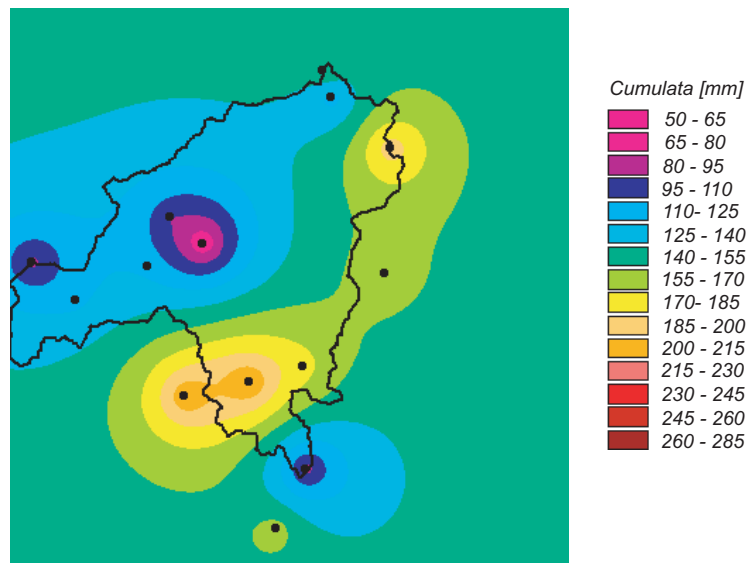


Figura 2.36: *Distribuzione spaziale delle piogge cumulate: evento del 1999 (174 ore).*

### L'evento del Novembre 2002

Nei periodi 13-18 Novembre e 24-27 Novembre 2002, il territorio del Triveneto è stato investito da due perturbazioni di origine atlantica in approfondimento sul bacino del Mediterraneo, entrambe caratterizzate da un intenso flusso dai quadranti meridionali che nel primo caso si è mantenuto meridionale fino a quasi la fine dell'evento e nel secondo caso ha assunto una componente più orientale. La provenienza del flusso è risultata fondamentale per la distribuzione complessiva delle precipitazioni: nel

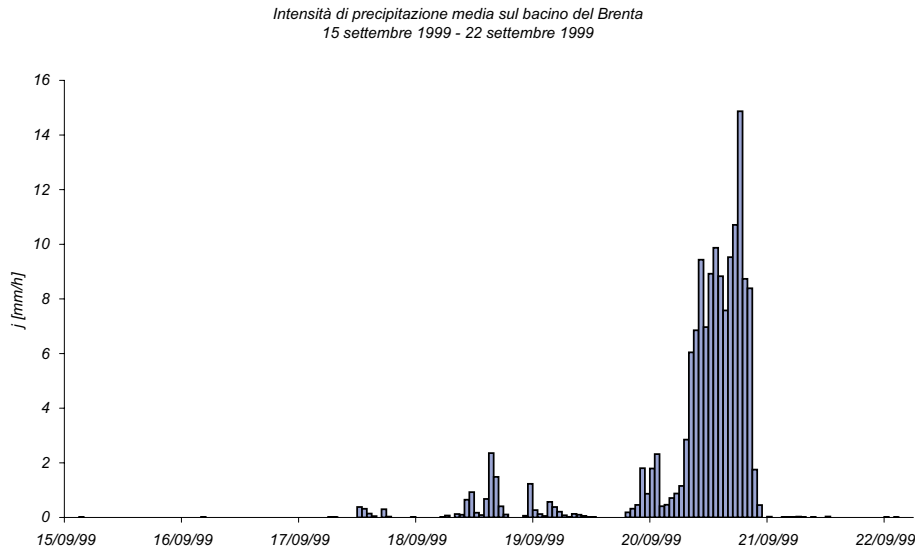


Figura 2.37: *Distribuzione temporale media delle precipitazioni: evento del 1999.*

primo caso queste si sono concentrate sul settore centro-dolomitico del bellunese e sull'alto pordenonese; nel secondo caso le piogge hanno interessato consistentemente anche la fascia prealpina. Entrambi i sistemi depressionari sono stati caratterizzati dalla persistenza di un flusso caldo e umido, un limite delle nevicite elevato (2000 - 2400 m s.l.m.) e un'elevata intensità del vento per tutto il periodo. Il bacino del Brenta è stato solo marginalmente interessato dal primo evento; precipitazioni complessivamente più significative si sono verificate nel secondo episodio ed hanno interessato l'alto bacino del Brenta. In particolare nelle giornate del 25 e del 26 Novembre le intensità massime di precipitazione sono risultate complessivamente sostenute ma non eccezionali. Nell'implementazione dei modelli si sono trascurati i contributi provenienti dallo scioglimento delle nevi e si è considerata tutta la precipitazione come pioggia. In Figura 2.39 si riporta, a titolo di esempio, lo ietogramma di precipitazione osservata nelle stazioni di misurata; una visualizzazione della posizione geografica delle stazioni di misura disponibili per l'evento del 2002 è rappresentata in Figura 2.38.

Si riportano, per completezza, la rappresentazione spaziale della mappa di precipitazione (Figura 2.40) e lo ietogramma medio sul bacino (Figura 2.41) per l'evento del 2002 ottenute attraverso l'applicazione della tecnica di interpolazione geostatistica (Kriging).

A titolo di esempio in Figura 2.42 viene riportato il variogramma calcolato per l'evento del 2002.

L'andamento dell'idrogramma a Bassano presenta due distinti colmi, seppur ravvicinati con portate massime rispettivamente di  $620 \text{ m}^3/\text{s}$  e  $790 \text{ m}^3/\text{s}$  (Figura 2.43). Va peraltro tenuto presente che nel corso degli eventi di piena in questione l'invaso del Corlo ha svolto una sensibile azione di laminazione della piena del Torrente

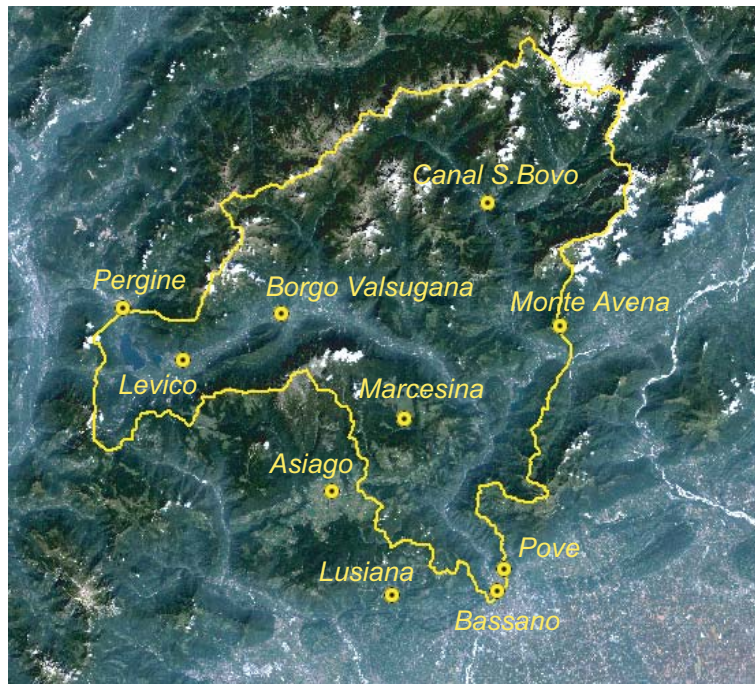


Figura 2.38: *Ietogramma di precipitazione per l'evento del 2002; stazione di misura di Pergine*

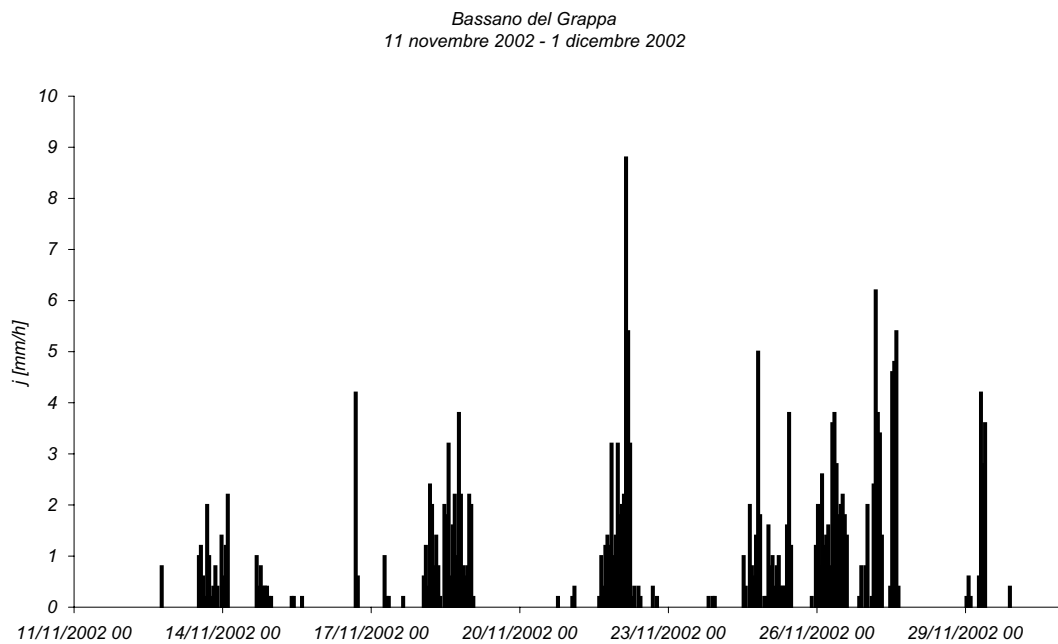


Figura 2.39: *Ietogramma di precipitazione per l'evento del 2002; stazione di misura di Bassano del Grappa*

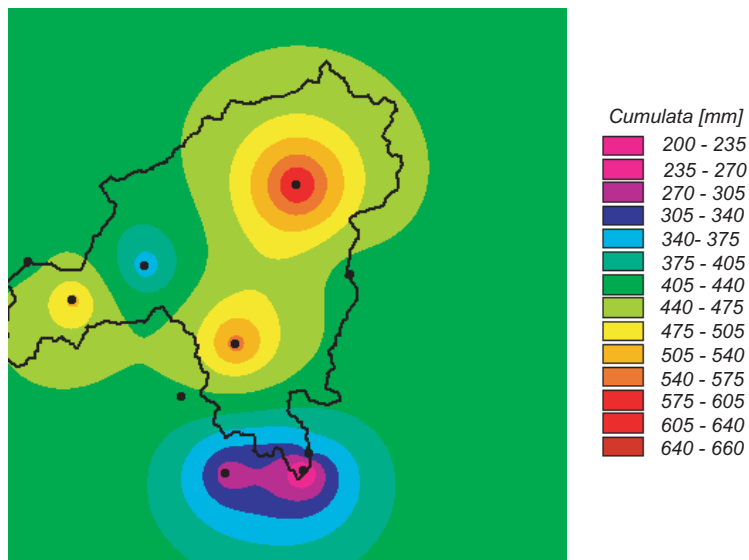


Figura 2.40: *Distribuzione spaziale delle piogge cumulate: evento del 2002 (481 ore).*

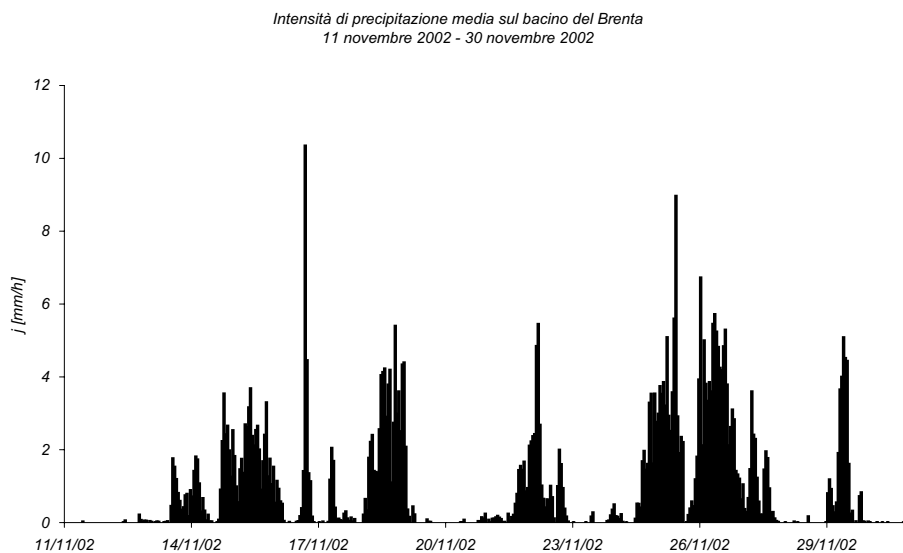


Figura 2.41: *Distribuzione temporale media delle precipitazioni: evento del 2002.*

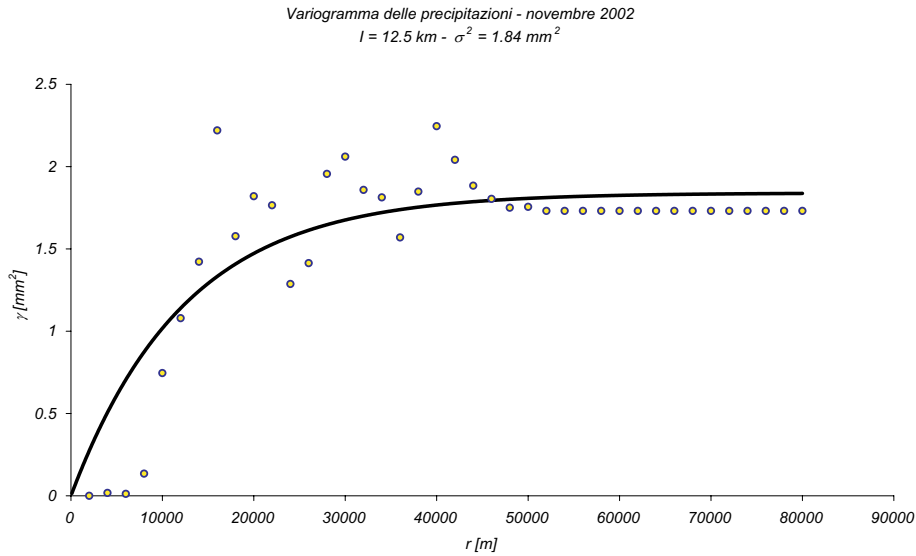


Figura 2.42: Variogramma calcolato per l'evento del Novembre 2002.

Cismon. Infatti al manifestarsi del primo episodio di piena, il 15 Novembre 2002, l'invaso si trovava ad una quota idrometrica di 251 m s.l.m., cioè ad un livello inferiore di 1 m rispetto a quella fissata dalla norma di salvaguardia. L'apertura degli scarichi, probabilmente avvenuta tardivamente, ha determinato un rapido incremento delle quote idrometriche che hanno in breve superato i 254 m s.l.m.; tale incremento è proseguito, seppur in misura graduale, nella fase di decrescita della piena. Pertanto, quando nella successiva giornata del 24 Novembre si è manifestato il secondo e più forte evento di piena, il livello dell'invaso si trovava a quota 255.5 m s.l.m, con un maggior volume invasato rispetto a quello corrispondente alla quota 252 m, quantificabile in circa 5 milioni di  $m^3$ .

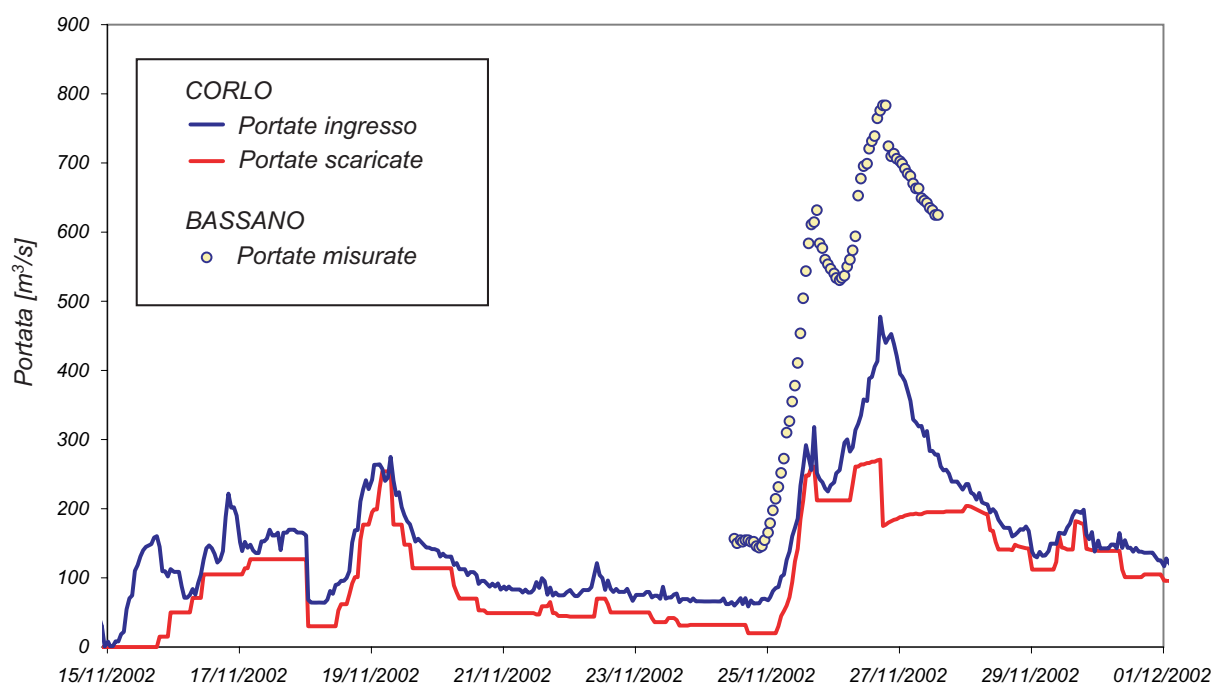


Figura 2.43: Portate osservate in corrispondenza delle sezioni del Corlo e Bassano per l'evento del 2002

### 2.3.4 Analisi geomorfologica del bacino del Fiume Brenta: applicazioni

Il dato iniziale delle elevazioni del terreno (DTM) del bacino del Fiume Brenta chiuso a Bassano è stato discretizzato in una matrice 800 X 800 a maglia quadrata, di lato 100 m. Seguendo il metodo ampiamente descritto nel Paragrafo 2.2.5 sono stati estratti numerosi reticoli idrografici caratterizzati da una densità di drenaggio variabili tra 0.2 e 0.5  $km^{-1}$ ; in accordo con le considerazioni precedentemente esposte per il caso del bacino del Fiume Tirso la Figura 2.44 mette in evidenza le differenze tra i reticoli idrografici estratti imponendo due diversi valori della soglia (criterio dell'area cumulata). Come si vede, al diminuire della soglia impiegata la densità di drenaggio della rete estratta aumenta.

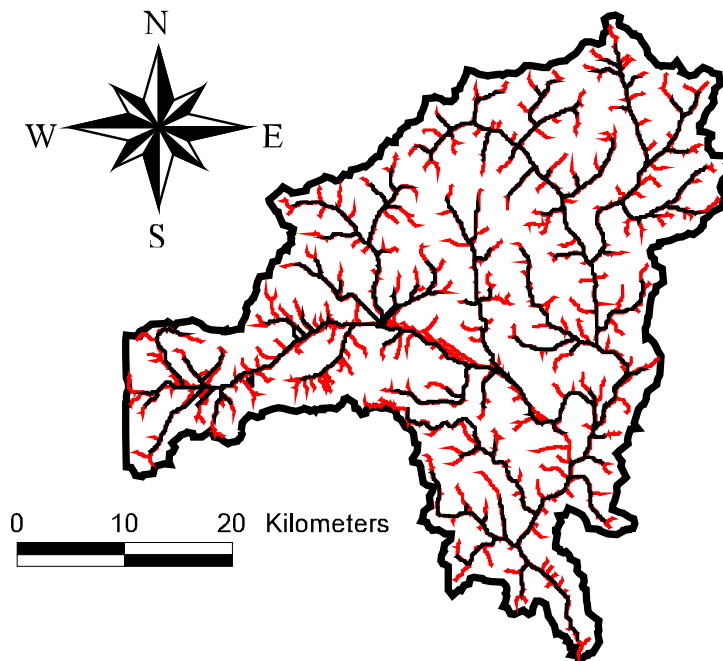


Figura 2.44: Confronto tra le due reti estratte: in azzurro la rete caratterizzata da un densità di drenaggio pari a 0.273  $km^{-1}$ , in blu la rete caratterizzata da un densità di drenaggio pari a 0.496  $km^{-1}$ .

Il reticolo idrografico caratterizzato da un densità di drenaggio pari a 0.496  $km^{-1}$  è stato poi utilizzato nell'implementazione del modello geomorfologico della risposta idrologica applicato al bacino del Fiume Brenta.

### 2.3.5 Produzione dei deflussi e approccio geomorfologico della risposta idrologica: applicazione

Nelle Tabelle 2.11 e 2.12 sono riportati, rispettivamente, i parametri di produzione dei deflussi e quelli idrodinamici ottenuti dalla taratura finale del modello geomorfologico applicato al bacino del Fiume Brenta. La taratura del modello idrologico è eseguita utilizzando l'evento di piena del Settembre del 1999 poichè per tale evento si aveva a disposizione il maggior numero di stazioni di osservazione della precipitazione attive; la validità dei parametri del modello è stata testata per i due eventi di piena considerati nella trattazione (Ottobre del 1998 e Novembre del 2002).

Tabella 2.11: *Parametri di taratura relativi alla produzione dei deflussi.*

	<b>Parametri di produzione dei deflussi</b>
$K_{Sat}$ [mm/h]	2.88
$\Phi$	0.435
$\Theta_{FC}$	0.25
$\Delta Z$ [mm]	650
$\eta$	1.0

Tabella 2.12: *Parametri di natura idrodinamica.*

	<b>Parametri idrodinamici</b>
$a$ [m/s]	2.5
$D$ [m <sup>2</sup> /s]	1000
$t_{sup}$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	6.0
$t_{prof}$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	40.0

Nei grafici riportati si osserva il generale buon accordo tra gli idrogrammi di piena calcolati dal modello matematico e le osservazioni registrate per un numero significativo di eventi di piena. Si noti che la capacità previsionale del modello idrologico è garantita dal fatto che i valori dei parametri che compaiono nel modello non debbano essere variati, a meno del contenuto d'acqua iniziale che rimane caratteristico di ogni evento, per descrivere in modo accurato eventi di piena diversi fra loro. Pur tuttavia si osserva una generale sottostima delle portate simulate in ingresso al serbatoio del Corlo; il comportamento del modello è giustificato in parte dalla scarsa presenza di stazioni di misura di precipitazione nella fascia settentrionale del bacino ed in particolare nel territorio afferente al serbatoio del Corlo ed in parte per la mancanza di informazioni riguardo il comportamento durante gli eventi di piena dei numerosi invasi presenti a monte del Corlo.



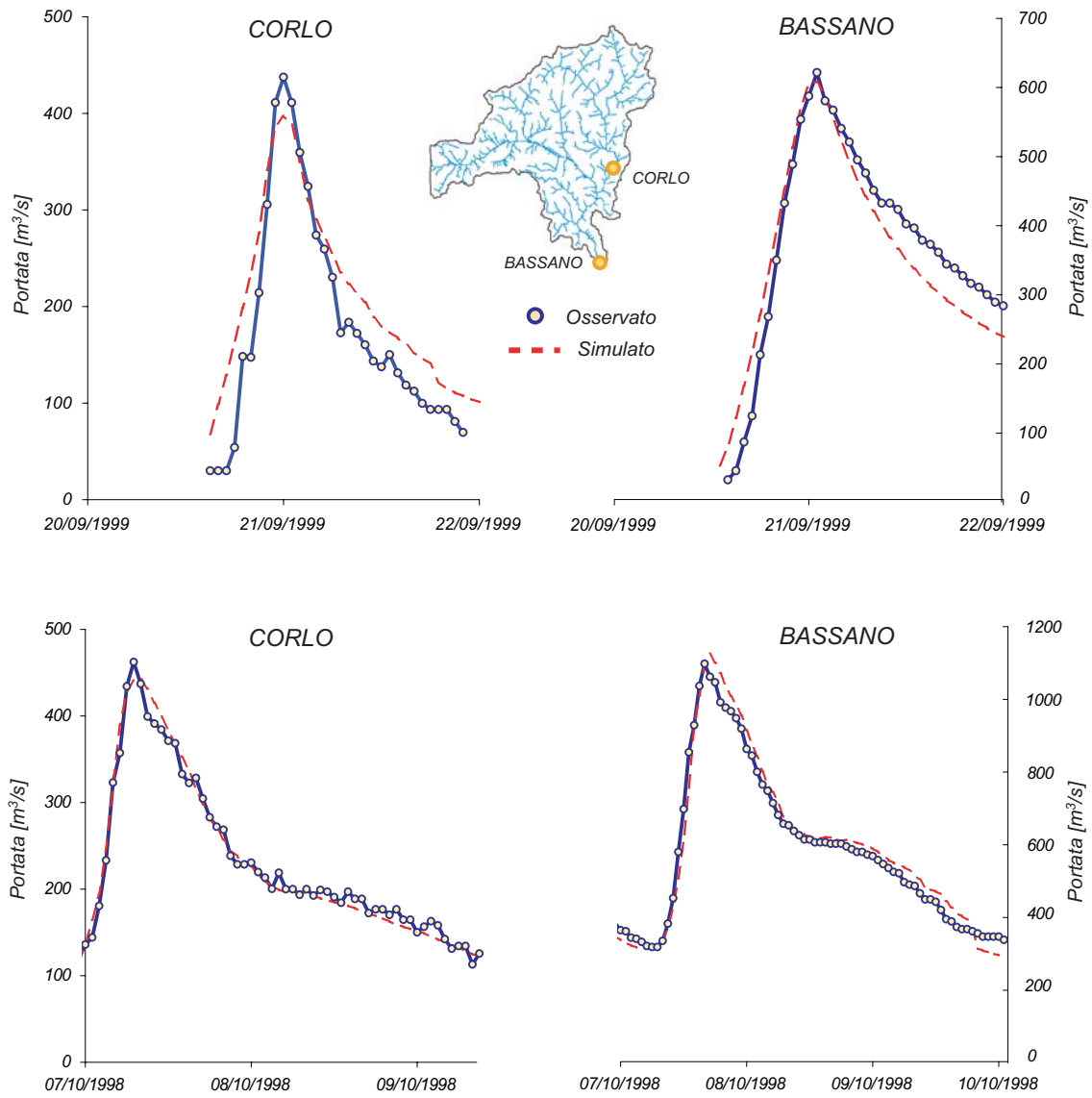


Figura 2.45: Taratura (evento del 1999) e validazione (evento del 1998); confronto idrogramma osservato e simulato dal modello idrologico in corrispondenza delle sezioni a monte del serbatoio del Corlo e di Bassano.

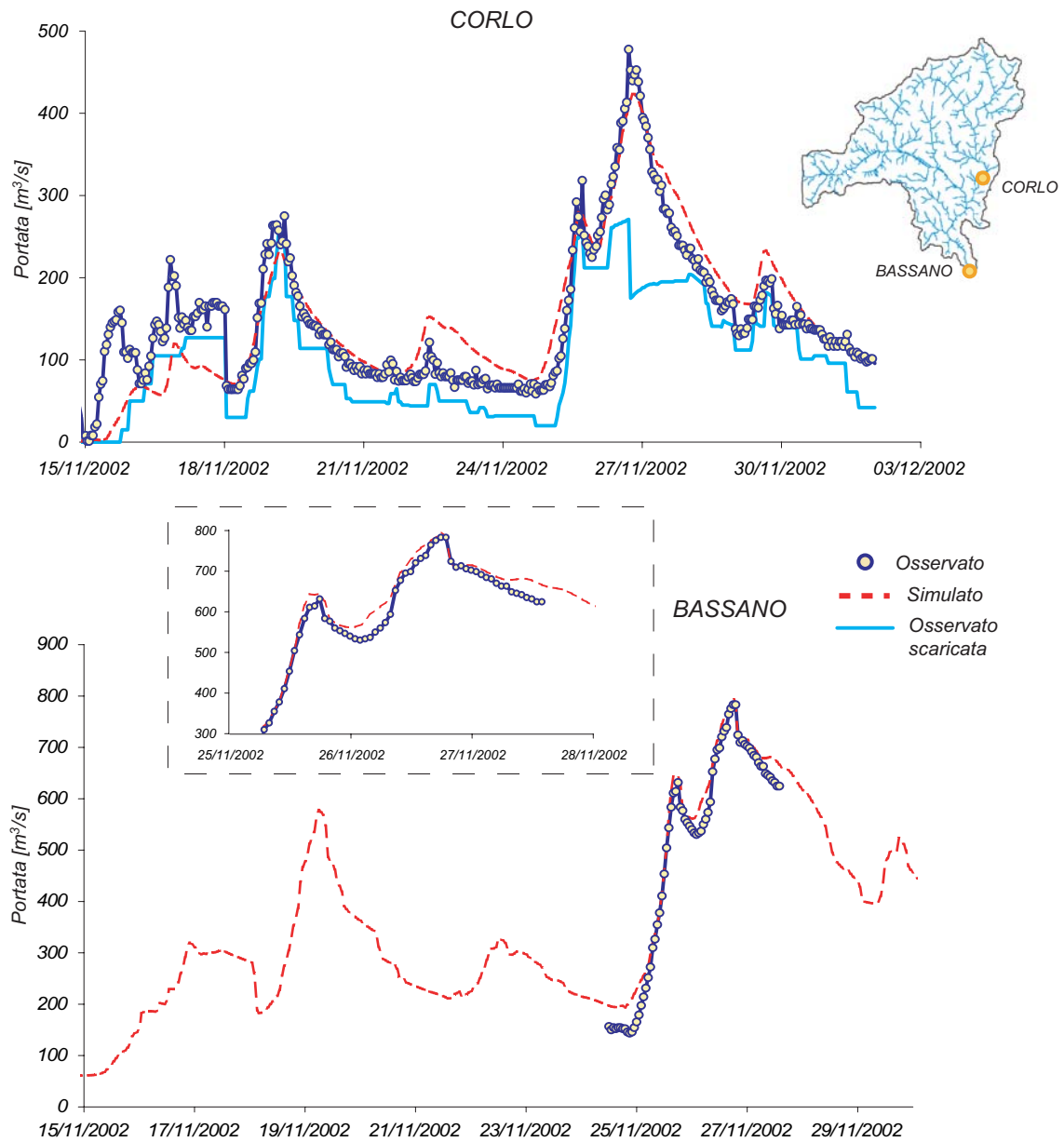


Figura 2.46: Validazione (evento el 2002); confronto idrogramma osservato e simulato dal modello idrologico in corrispondenza delle sezioni monte del serbatoio del Corlo e di Bassano.

## Capitolo 3

# Un modello meteorologico e idrologico accoppiato

L'utilizzo di un modello di previsione delle piene affidabile può rivestire un ruolo fondamentale nella gestione del territorio e delle risorse idriche, specialmente al fine di conciliare interessi contrastanti quali la mitigazione delle piene, la produzione di energia elettrica e l'approvvigionamento idrico. La letteratura recente che tratta dell'accoppiamento di modelli meteorologici e idrologici mostra il grande potenziale di questi strumenti nell'ambito della previsione delle piene ed in particolare nel caso di bacini di montagna dove le osservazioni a terra sono limitatamente utilizzabili a causa dei ridotti tempi di risposta dei bacini stessi. Tuttavia, pur essendo rilevanti i miglioramenti nelle capacità predittive dei modelli meteorologici (e.g. per il miglioramento delle parametrizzazioni dei processi convettivi e per il raffinamento della risoluzione spaziale), rimangono molte incertezze in merito all'affidabilità degli idrogrammi di piena previsti ([4], [32] e [84]).

Una importante discriminazione tra modelli di circolazione atmosferica si riferisce alla risoluzione spaziale a cui tali modelli operano. Da un lato si hanno i *Global Model* (GM) le cui celle hanno dimensione di qualche decina/centinaio di km, mentre all'altro estremo si collocano i *Limited Area Model* (LAM), che hanno una risoluzione spaziale che varia da qualche decina di km a qualche km. La diversa risoluzione spaziale che caratterizza tali modelli implica anche formulazioni diverse, poichè diversi sono i processi fisici 'risolti' alle diverse scale (e.g., particolarmente importanti sono le parametrizzazioni dei processi di tipo convettivo, responsabili di una rilevante componente di precipitazione ed operanti a scale spaziali dell'ordine di 1 km). Inoltre, le basse risoluzioni spaziali che caratterizzano i modelli globali non consentono di descrivere localmente in modo accurato la topografia superficiale e quindi gli associati processi dovuti alla forzante orografica. I LAM nascono per superare, almeno in parte, queste difficoltà. Essendo il campo di integrazione assai più limitato che nel caso dei modelli globali, la risoluzione spaziale può essere di

molto raffinata, consentendo di avvicinarsi alle scale della convenzione e di riprodurre in modo più accurato la topografia locale. Le condizioni al contorno ed iniziali necessarie ad un LAM devono ovviamente essere ottenute da un modello globale 'padre', dal quale evidentemente si possono ereditare inaccurately nella previsione della circolazione generale.

Una parte importante dell'inaccuratezza delle previsioni risiede nelle incertezze che caratterizzano le condizioni iniziali ed al contorno utilizzate nelle simulazioni. Per esplorare dunque un intervallo di possibili previsioni compatibili con le incerte condizioni iniziali ed al contorno, l'approccio detto di (*Ensemble forecasting*) perturba secondo opportuni algoritmi tali condizioni ed esegue una simulazione per ciascuna di esse. L'insieme delle simulazioni fornisce una previsione probabilistica, che caratterizza i valori previsti per le diverse grandezze di interesse per mezzo di una distribuzione di probabilità. Nel presente lavoro ci si è limitati ad esplorare l'utilità di previsioni deterministiche, pur osservando che il naturale completamento del lavoro svolto consiste nel valutare l'affidabilità di previsioni di piena d'insieme. Il modello meteo-idrologico utilizzato nel presente lavoro è stato applicato a due bacini montani, il Fiume Brenta ed il Fiume Piave, con riferimento ad alcuni eventi di piena ben misurati. In questo modo si è valutata la fattibilità e, preliminarmente, l'utilità di un supporto idrometeorologico per la previsione delle piene, particolarmente utile nella gestione dei bacini di applicazione, caratterizzati dalla presenza di numerosi serbatoi artificiali.

### 3.1 Il modello meteorologico ETA

Il sistema di previsione utilizzato nel presente studio si fonda su un modello della circolazione atmosferica ad area limitata per il Nord Italia; tale modello meteorologico è basato sul modello ETA, originariamente concepito presso l'Istituto di Meteorologia dell'Università di Belgrado, il quale attualmente lo sviluppa e lo aggiorna in collaborazione con il National Weather Service Americano e l'Università di Princeton (e.g. [42], [30] e [3]). L'applicazione del modello ETA, sviluppato da IlMeteo ([www.ilmeteo.it](http://www.ilmeteo.it)), per l'area di interesse ha richiesto il reperimento delle condizioni iniziali ed al contorno corrispondenti agli eventi meteorologici scelti per lo studio. Tali informazioni sono fornite dal modello meteorologico globale, con risoluzione spaziale molto meno raffinata, del centro europeo di previsione meteorologica di Reading ECMWF (*European Center for Medium-Range Weather Forecasts*).

Il modello meteorologico è stato eseguito in modo da ottenere previsioni per un orizzonte di cinque giorni consecutivi con restituzione dei risultati ad una risoluzione spaziale di  $0.1^\circ$  (e.g. si veda le Figure 3.4 e 3.28). Ciascuno dei *run* di cinque giorni viene ripetuto, a partire dall'inizio dell'evento di interesse, ogni 24 ore fino all'esaurimento dell'evento stesso. In tal modo si è in grado di valutare l'affidabilità

dei campi previsti per diversi orizzonti temporali di previsione. Le variabili meteorologiche a terra di interesse per la presente applicazione e ricavate dal modello ETA sono: precipitazione, temperatura, pressione, umidità relativa e velocità del vento.

## 3.2 Trattamento dei dati di previsione meteorologica

Affinchè i risultati del modello meteorologico possano essere utilizzati come *input* del modello idrologico è necessario che la griglia in coordinate geografiche sia trasformata in una griglia in coordinate piane coerente con quella che contiene il bacino idrografico e caratterizzata da una risoluzione adeguata all'accoppiamento con un modello idrologico.

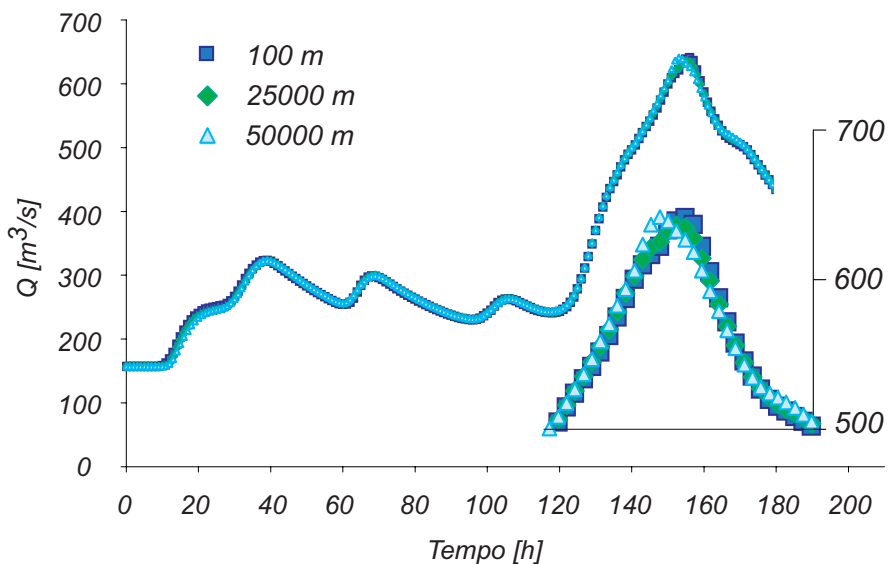


Figura 3.1: *Idrogrammi simulati a Bassano del Grappa (bacino del Brenta) per l'evento dell'Ottobre del 2000 con diverse scale di aggregazione della precipitazione (tratto da [52])*

Si sono pertanto svolte numerose indagini preliminari per valutare l'influenza della risoluzione spaziale con la quale è specificata la pioggia sulla risposta idrologica calcolata. I risultati di questi studi (per un approfondimento si veda [52]) mostrano che la risposta idrologica del bacino è principalmente sensibile, come atteso, alla precipitazione media istantaneamente iniettata nel bacino stesso. Al contrario, l'applicazione di tecniche di aggregazione spaziale a diverse scale dei campi di precipitazione dà luogo a differenze trascurabili negli idrogrammi calcolati (Figura

3.1) quando la risoluzione di tali campi sia variata anche in intervalli molto ampi. Tale risultato è parzialmente inaspettato per un bacino quale quello del Brenta caratterizzato da una superficie di circa  $10^3 km^2$  e da una marcata eterogeneità nella distribuzione delle tipologie di suoli. Si evince quindi che la scala delle eterogeneità della distribuzione delle tipologie di suoli sono inferiori alle scale caratteristiche delle strutture di precipitazione, risultando in una insensibilità nella risposta del bacino alla variabilità spaziale della precipitazione. Le conclusioni assumono carattere generale dal momento che tali analisi sono state svolte per bacini di diverse forme e dimensioni mostrando i medesimi comportamenti ([52]).

Al fine di determinare le circostanze per cui la relazione tra le eterogeneità dovute alla geomorfologia del bacino e alla precipitazione stessa giocasse un ruolo nella determinazione della risposta idrologica sono stati eseguiti ulteriori esperimenti nei quali si è trascurata la componente di separazione di deflussi e si è valutata unicamente la distribuzione dei tempi di residenza all'interno del bacino sollecitata da volumi unitari di precipitazione con durata di un'ora posizionati nel bacino in modo casuale. Quale misura della similarità o meno delle distribuzioni di probabilità dei tempi di residenza si è adottata una misura di divergenza, la *Jensen-Shannon divergence* generalizzata (JSD) ([27]). In Figura 3.2 si nota che la distribuzione dei tempi di residenza è prevalentemente dominata dai tempi di residenza all'interno dello stato versante i quali sono molto più lunghi rispetto ai tempi di residenza nello stato canale. Di conseguenza si conclude che qualora la scala delle eterogeneità delle precipitazioni sia maggiore della scala caratteristica del versante (meno di  $1 - 2 km$ ) qualsiasi distribuzione di precipitazione campiona tutti i possibili percorsi eterogenei e ciò si traduce in una medesima risposta del bacino.

I risultati emersi dalle analisi descritte hanno suggerito di non ricorrere a tecniche di disaggregazione spaziale dei campi di precipitazione previsti dai modelli meteorologici poichè diverse disaggregazioni non produrrebbero esiti sostanzialmente diversi alla sezione di chiusura. Di conseguenza si è proceduto ad adattare la griglia originale delle previsioni ad una griglia piana per mezzo del criterio del *nearest neighbour*, per la quale ai pixel di dimensione di qualche centinaio di metri, coerente con griglia caratteristica del modello idrologico, è associato il valore della cella di previsione a  $0.1^\circ$  più vicina. Tale metodo è stato utilizzato per evitare imprecisioni nell'assegnazione dei valori di precipitazione che naturalmente scaturirebbero dal rendere forzatamente piana la griglia in coordinate geografiche (e quindi curve). In Figura 3.3 si vedano il contorno del bacino del Brenta e il DTM in falsi colori; il riquadro bianco rappresenta il contorno della griglia meteorologica resa piana senza rispettare le coordinate curvilinee originali mentre il riquadro giallo rappresenta il contorno della griglia meteorologica resa piana nel rispetto delle coordinate geografiche dei pixel meteorologici (i cui centri sono i punti rossi nella Figura 3.3). La distanza tra i vertici Nord-Ovest e Sud-Est delle griglie (dove si notano le differenze massime) è anche di qualche migliaio di metri. Si riporta poi in rosso il contorno della griglia

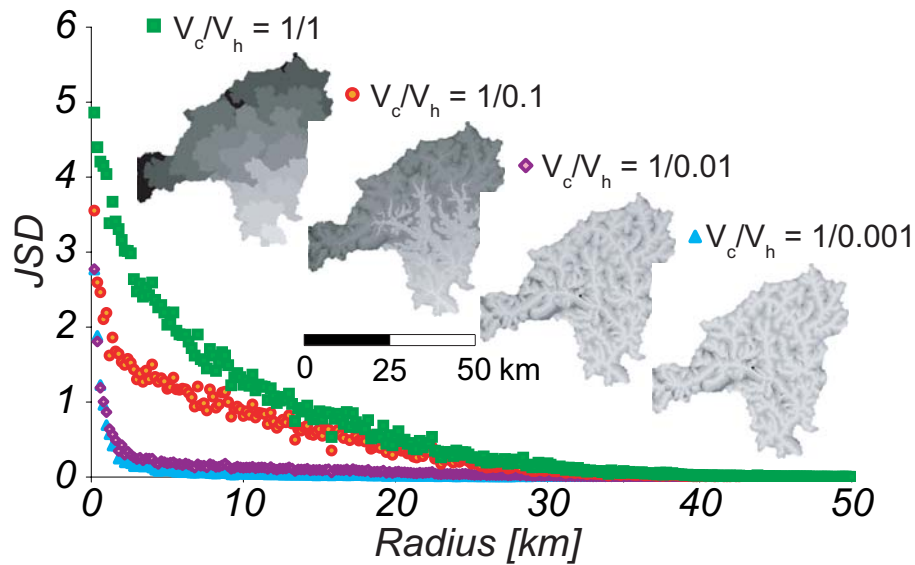


Figura 3.2: *JSD per diversi rapporti di velocità canale e versante nel bacino del Brenta. Bassi rapporti di velocità producono maggiori differenze in termini di risposta idrologica nella sezione di chiusura del bacino. Tratto da [52]*

meteorologica ritagliata sul perimetro del bacino in esame. In Figura 3.4 si riporta un esempio di un campo orario di precipitazione prevista proiettato sulla griglia di riferimento del bacino del Brenta.

I campi di precipitazione prevista così ottenuti, per la loro natura distribuita nello spazio e per l'adeguatezza delle risoluzioni spaziali e temporali che le caratterizzano, sono adatti al loro utilizzo come input al modello idrologico geomorfologico del bacino di interesse.

### 3.3 Il bacino del Fiume Brenta: analisi delle precipitazioni previste dal modello meteorologico

La griglia meteorologica in coordinate piane che delimita il bacino del Fiume Brenta è formata da pixel quadrati di 100 m x 100 m con vertice Nord-Ovest definito dalle coordinate Gauss Boaga:  $E = 1670030$  m,  $N = 5140025$  m. In Figura 3.4 si riporta un esempio di un campo orario di precipitazione prevista proiettato sulla griglia di riferimento del bacino del Brenta.



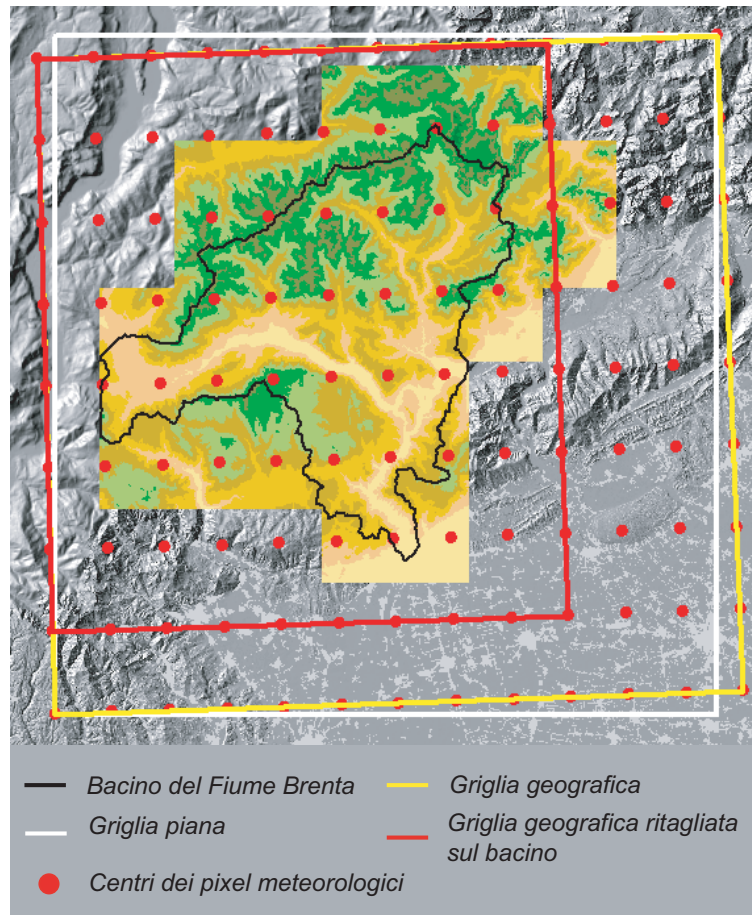


Figura 3.3: La griglia meteorologica sul bacino del Fiume Brenta.

### 3.3.1 Precipitazioni previste e osservate: la distribuzione temporale

Da uno studio approfondito dei volumi medi di pioggia previsti sull'intera superficie afferente al bacino del Brenta è emerso che le precipitazioni previste tendono a sottostimare i valori di pioggia osservati ed interpolati attraverso le tecniche di Kriging. Tale risultato è particolarmente evidente nel caso dell'evento del 1998, il quale è infatti talmente sottostimato da indurre a pensare a qualche errore sistematico nella applicazione del modello meteorologico. Si sono quindi confrontati i volumi di pioggia mediamente precipitati nel bacino del Brenta a differenti orizzonti temporali; con  $lag_0$  si indicherà di seguito il confronto fatto tra previsione e osservazione al medesimo passo temporale, e.g. la previsione per il giorno 1 con la precipitazione osservata al giorno 1. Di conseguenza con  $lag_1$  si indicherà il confronto fatto tra previsione eseguita il giorno 1 per il giorno 2 e le osservazioni del giorno 2 e così per tutti gli intervalli temporali sui cui è possibile eseguire un confronto. In Figura 3.5



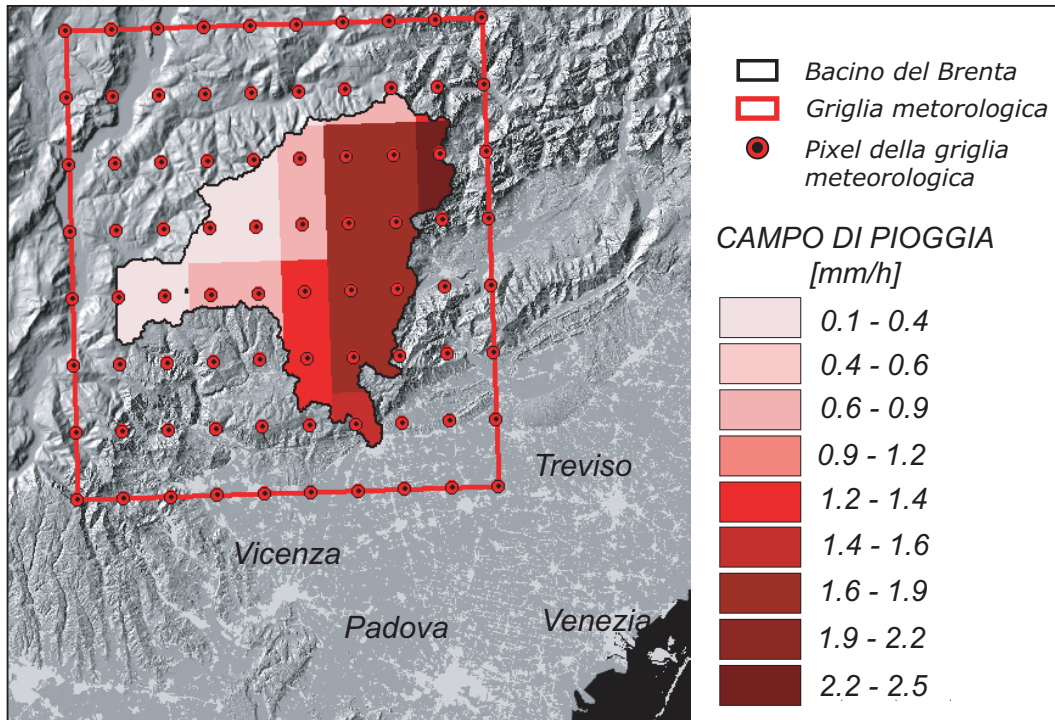


Figura 3.4: Campo di precipitazione previsto per il 26 Novembre 2002 alle ore 19.

sono riportati i confronti eseguiti seguendo la tecnica illustrata per tutti gli intervalli temporali presi in esame per l'evento del 1993.

Ciò che si osserva per l'evento del 1993 è la generale tendenza a sottostimare i volumi mediamente precipitati da parte delle previsioni meteorologiche. È possibile anche osservare come le stime previste siano pressochè corrette quando il confronto venga eseguito al medesimo passo temporale (lo stesso giorno) mentre tendano a peggiorare all'aumentare dell'orizzonte temporale, come era lecito attendersi. Le medesime considerazioni, qui esposte per l'evento del 1993 si applicano anche agli eventi del 1998 e del 1999 come si evince dalla Figura 3.6.

Per quanto riguarda le previsioni dell'evento del 2000, si può notare dalla Figura 3.7 che in alcuni confronti il modello meteorologico sovrastima mentre in altri sottostima i volumi medi precipitati.

Anche per l'evento del 2002 (cfr. Figura 3.8) si nota che le previsioni in qualche confronto tendono a sovrastimare, a volte anche del doppio, i volumi misurati. Se ne conclude quindi che il modello meteorologico applicato all'area afferente al bacino del Fiume Brenta non ha un comportamento univoco per gli eventi simulati (e.g. sia in termini di sovrastima sia di sottostima) nel confronto giorno per giorno tra le precipitazioni previste e osservate; ciò induce ad effettuare ulteriori analisi riguardo l'affidabilità delle previsioni.

Nonostante le inaccurately evidenziate, il modello meteorologico tuttavia forni-

sce delle previsioni in generale buon accordo con le osservazioni rispetto al numero di ore asciutte; in Figura 3.9 sono riportati i confronti tra il numero di ore asciutte previste e misurate al passo temporale  $lag_0$ . Si noti come per l'evento del 2000 non sempre le previsioni rispettano il numero di ore asciutte misurate; ciò è in accordo con il fatto che l'evento del 2000 tende ad essere sovrastimato dal modello meteorologico per alcune previsioni.

Si è poi voluta valutare ulteriormente la capacità previsionale del modello meteorologico considerando non i volumi giornalieri mediati sul bacino (per cui la media stessa potrebbe in qualche modo compensare sottostime e sovrastime se queste avvengono all'interno di uno stesso periodo di osservazione) bensì le altezze di pioggia campionate in intervalli standard di riferimento (6-12-24-48-72-98-120 ore). Nell'analisi svolta sono stati considerati insieme tutti gli eventi intensi, in tal modo si riesce a valutare il comportamento medio del modello prescindendo dal particolare evento di precipitazione. La Figura 3.10 riassume i risultati. Si può notare come tale analisi avvalori i risultati delle indagini precedentemente svolte che indicano la tendenza del modello a sottostimare gli eventi misurati, pur essendoci alcune eccezioni (previsioni del 2000 e del 2002) che rimangono limitate a confronti giornalieri e non a scala di evento (qualche giorno).

EVENTO 1993

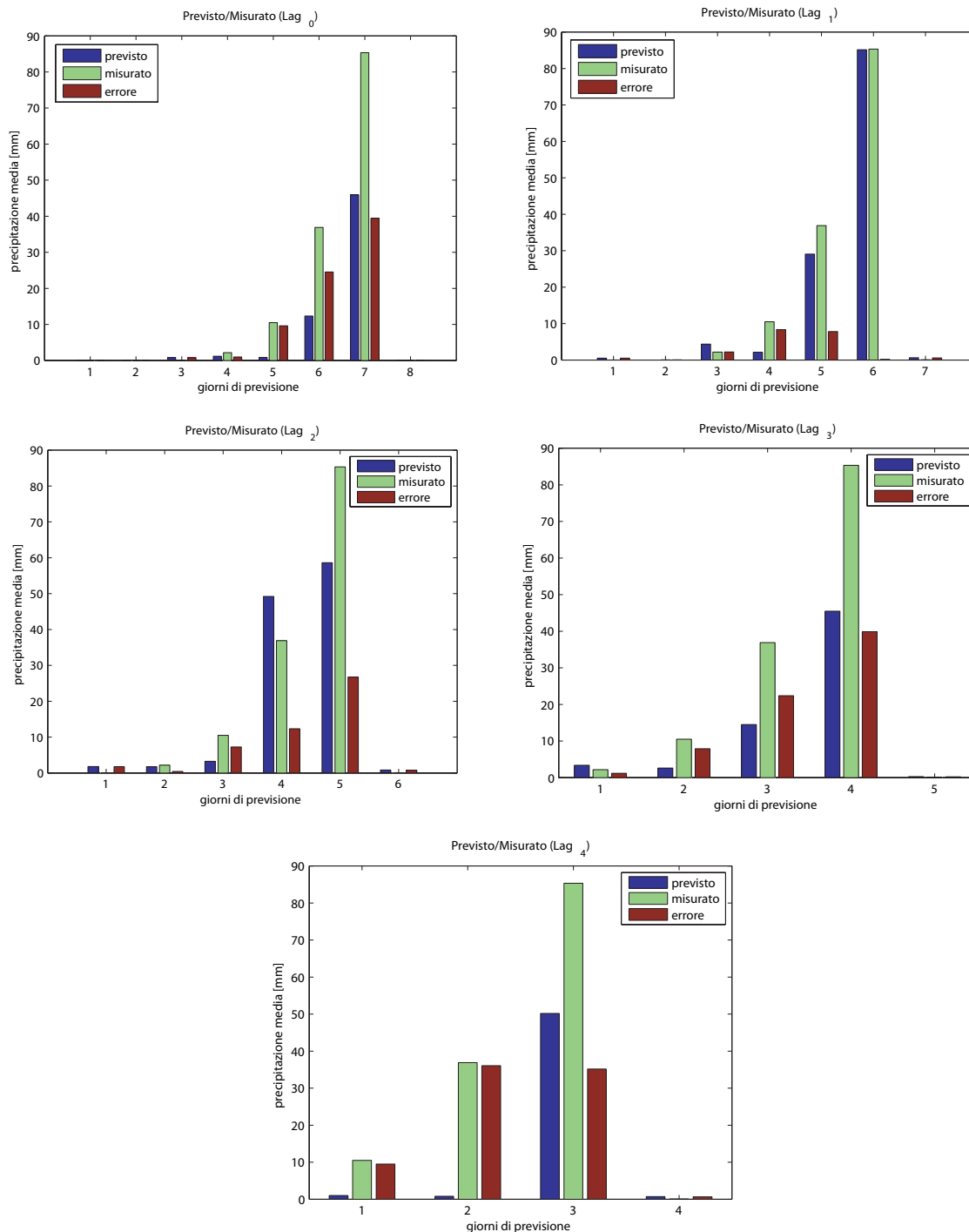


Figura 3.5: Confronto tra altezze di pioggia mediate sul bacino del Brenta (previste e misurate) al medesimo passo temporale (evento del 1993).

## EVENTO 1999

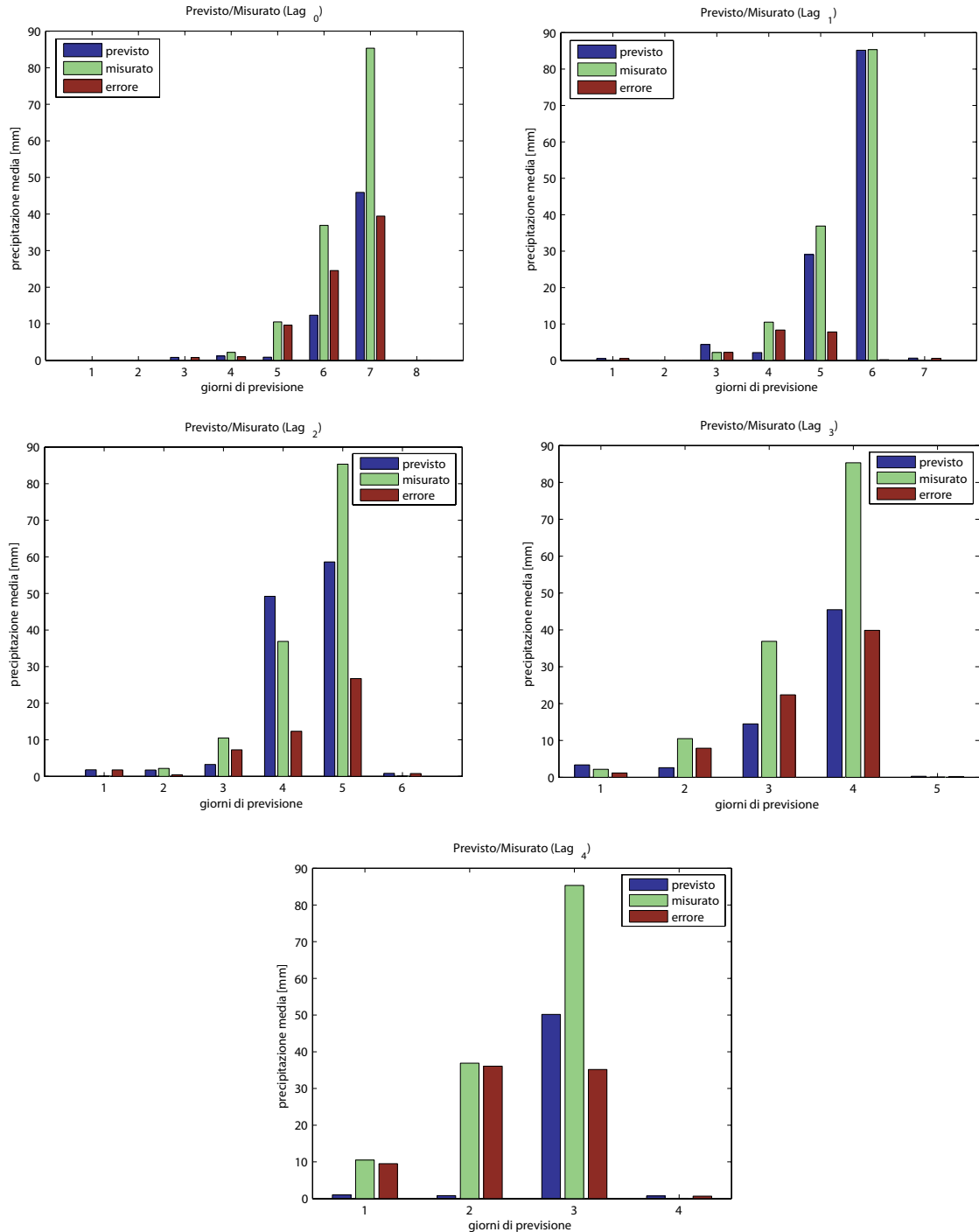


Figura 3.6: Confronto tra altezze di pioggia mediate sul bacino del Brenta (previste e misurate) al medesimo passo temporale (evento del 1999).

EVENTO 2000

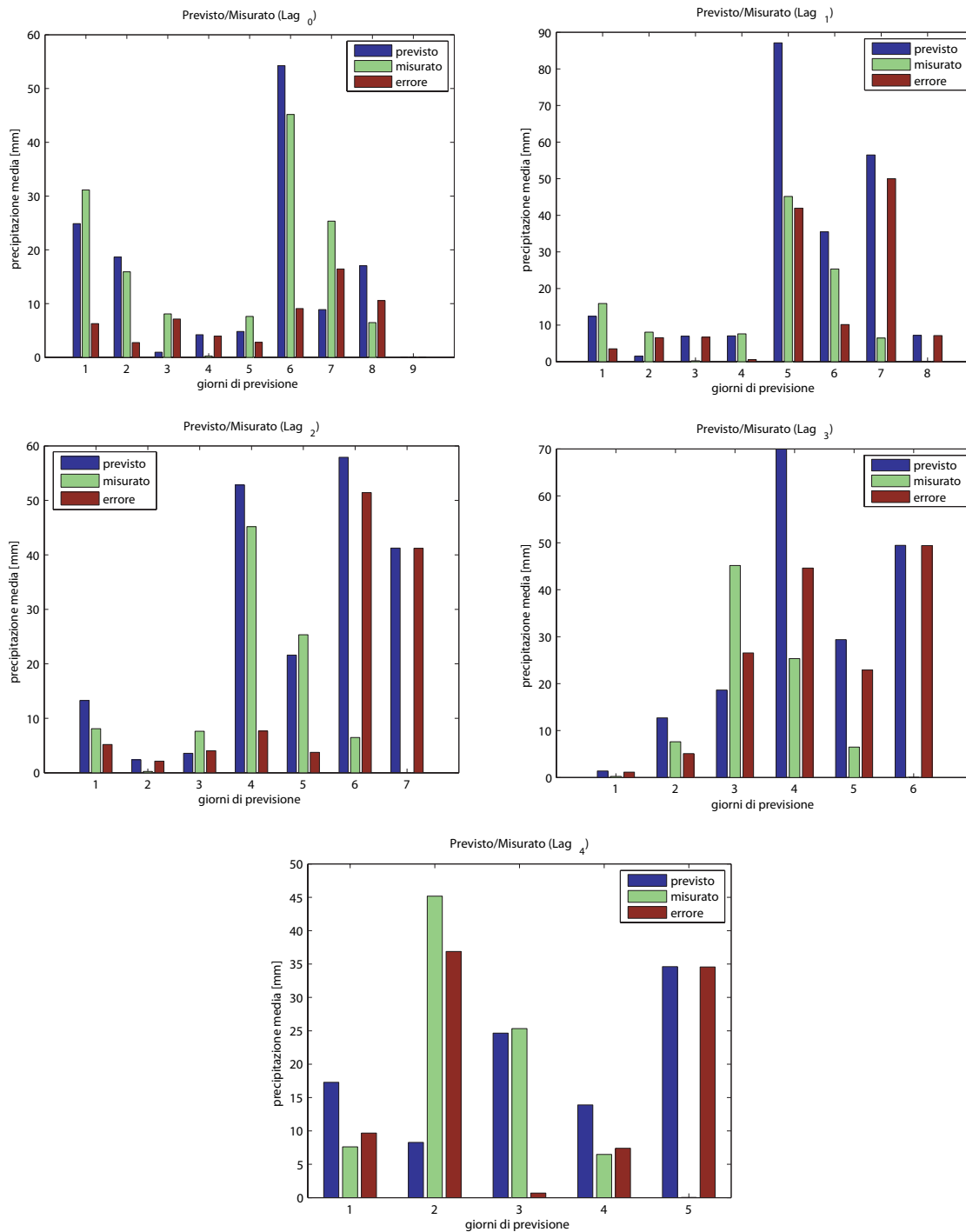


Figura 3.7: Confronto tra altezze di pioggia mediate sul bacino del Brenta (previste e misurate) al medesimo passo temporale (evento del 2000).

## EVENTO 2002

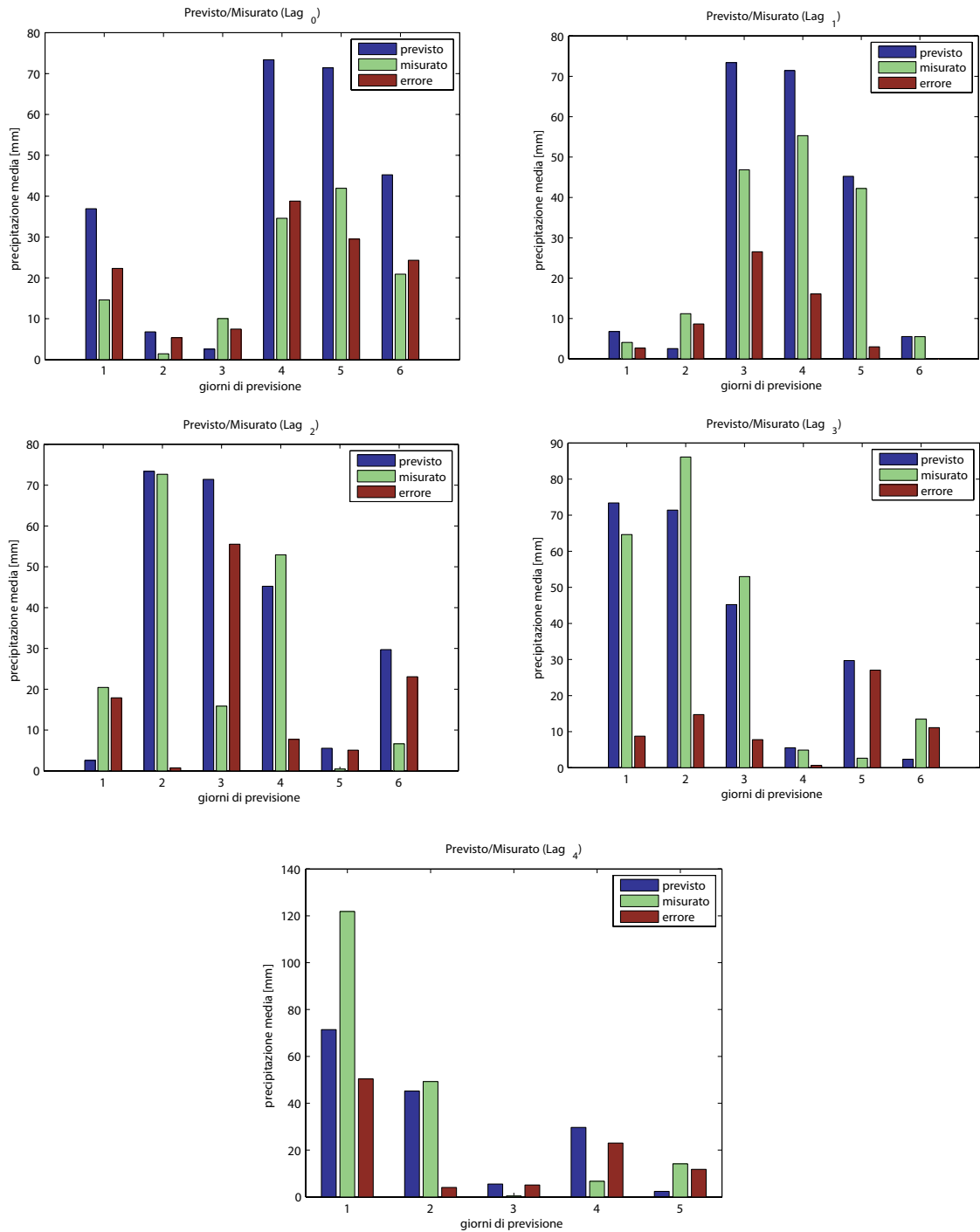


Figura 3.8: Confronto tra altezze di pioggia mediate sul bacino del Brenta (previste e misurate) al medesimo passo temporale (evento del 2002).

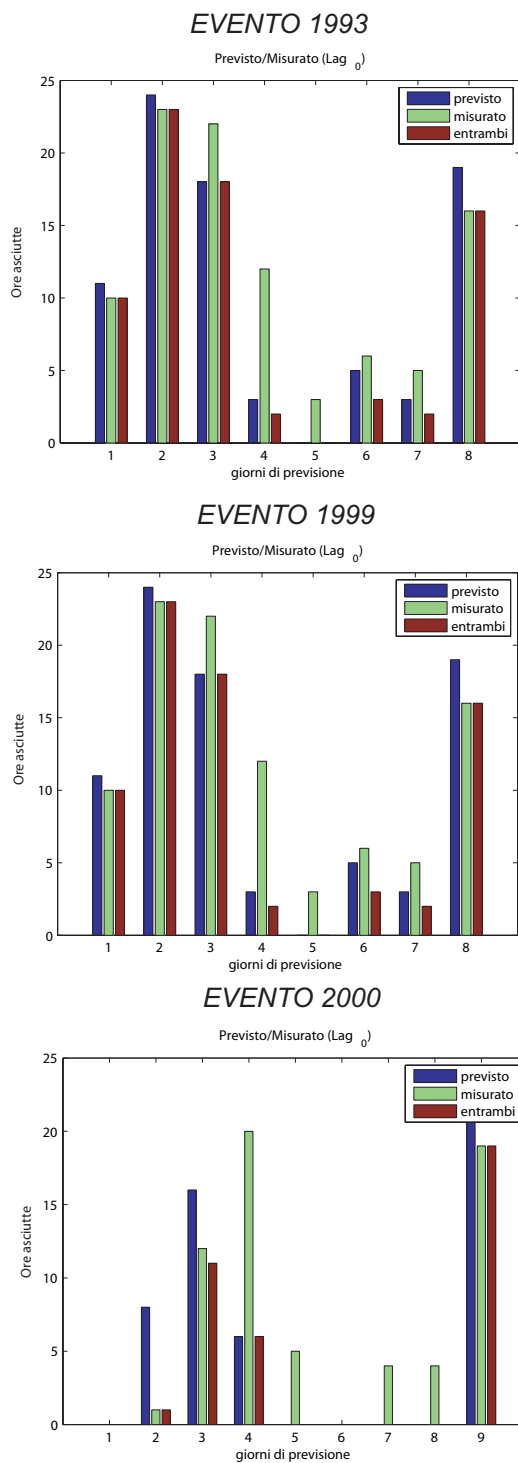


Figura 3.9: Confronto tra il numero di ore asciutte previste e misurate (eventi del 1993, 1999 e 2000).

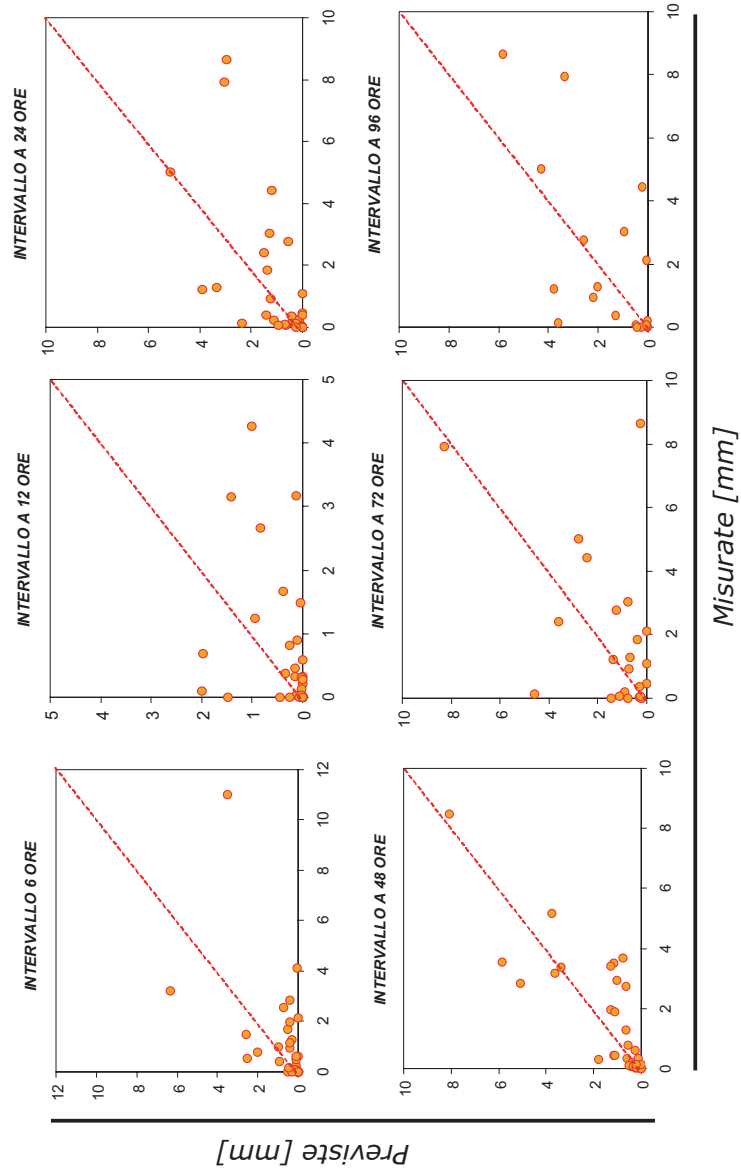


Figura 3.10: Confronto tra precipitazioni previste e osservate per gli intervalli di campionamento.



### 3.3.2 Precipitazioni previste e osservate: la distribuzione spaziale

Pur essendosi ampiamente discusse le evidenze secondo le quali ha primaria importanza, in termini di risposta idrologica, il volume totale precipitato all'interno del bacino, rispetto alla distribuzione spaziale dei campi di pioggia, è parso interessante valutare, ai fini del presente studio, se le previsioni meteorologiche fossero caratterizzate da errori sistematici per le alcune fasce territoriali. I confronti tra le precipitazioni previste ed osservate sono stati eseguiti valutando le distribuzioni spaziali cumulate di pioggia prevista ed osservata, dove per i campi osservati si è avuto cura di aggregare i valori di pioggia ad una scala coerente con la scala della griglia meteorologica (circa 11 km); ciò è stato eseguito per ogni *run* di previsione di 120 ore a partire dalle 12.00 UTC di ogni giorno per tutti gli eventi. Le mappe con le differenze di precipitazione distribuite spazialmente sono state normalizzate dividendo per il numero di ore di confronto; questo perchè alcuni confronti sono stati possibili per un numero di dati inferiore a 120 ore poichè non c'era accordo temporale tra le osservazioni e le previsioni.

I risultati sono riportati nelle Figure 3.11 - 3.15. È evidente che il modello meteorologico ha difficoltà a riprodurre correttamente la distribuzione spaziale dei campi di precipitazione osservati (per quanto quest'ultima informazione sia comunque soggetta ad errore poichè si prendono come riferimento le precipitazioni misurate interpolate e aggregate ad una scala di 10 km). Si noti in particolare la sottostima dell'evento del 1998; di esso però va detto che le stazioni di misura delle precipitazioni operative sono solamente 6, di cui solo 3 posizionate all'interno del bacino stesso e non uniformemente distribuite ma concentrate solo nella fascia meridionale a valle del serbatoio del Corlo (si veda la Figura ??); risulta quindi difficile giudicare l'affidabilità del modello per questo particolare evento intenso di precipitazione. È interessante notare come il modello meteorologico preveda sin dal 21 Novembre l'evento intenso del 2002, passando da una sovrastima iniziale ad una sottostima nelle ore più critiche dell'evento stesso; tale risultato sarà confermato anche nelle analisi svolte per il bacino del Piave (Paragrafo 3.4.2, Figura 3.31) in cui si nota come la prima previsione (del 22 Novembre) sovrastima la precipitazione misurata mentre le successive previsioni tendono a sottostimare le osservazioni. Dalle Figure 3.11 - 3.15 emerge inoltre che il modello meteorologico tende a sovrastimare le altezze medie di precipitazione nelle fasce ad orografia meno marcata (principalmente le fasce fortemente canalizzate del bacino, rappresentate con le tonalità più chiare nel DTM in falsi colori) mentre tende a sottostimare il campo di pioggia nelle fasce ad orografia più marcata, in particolare nella fascia settentrionale del bacino appartenente al Trentino Alto Adige.

### Le previsioni dell'ECMWF Global Model

Assodata la relativa insensibilità degli idrogrammi di piena calcolati, alla risoluzione spaziale dei campi di precipitazione in input, appare interessante valutare la possibilità dell'utilizzo di campi di precipitazione previsti dal modello globale (e quindi ad una risoluzione più grossolana rispetto al modello ad area limitata) del centro europeo di previsione *ECMWF* di Reading. L'interesse nasce infatti dalla possibilità di reperire direttamente dal sito internet del centro di previsione europeo *ECMWF* ([90]) i campi di precipitazione previsti negli ultimi 40 anni, grazie ad un ricco archivio di dati (MARS). In Figura 3.16 si riportano le distribuzioni dell'errore calcolato tra i valori dei campi di precipitazione osservati e previsti; si noti che la risoluzione spaziale (dimensione del pixel) del modello globale è di  $0.5^\circ$  e non  $0.1^\circ$  come per il modello LAM e di conseguenza il bacino è interessato da pochi pixel di previsione. Tuttavia le previsioni fornite dal modello globale stimano piuttosto bene il volume mediamente precipitato all'interno del bacino del Brenta (l'errore sia in termini di sovrastima sia di sottostima è ridotto), per quanto un unico evento di confronto non sia sufficiente per trarre conclusioni generali.

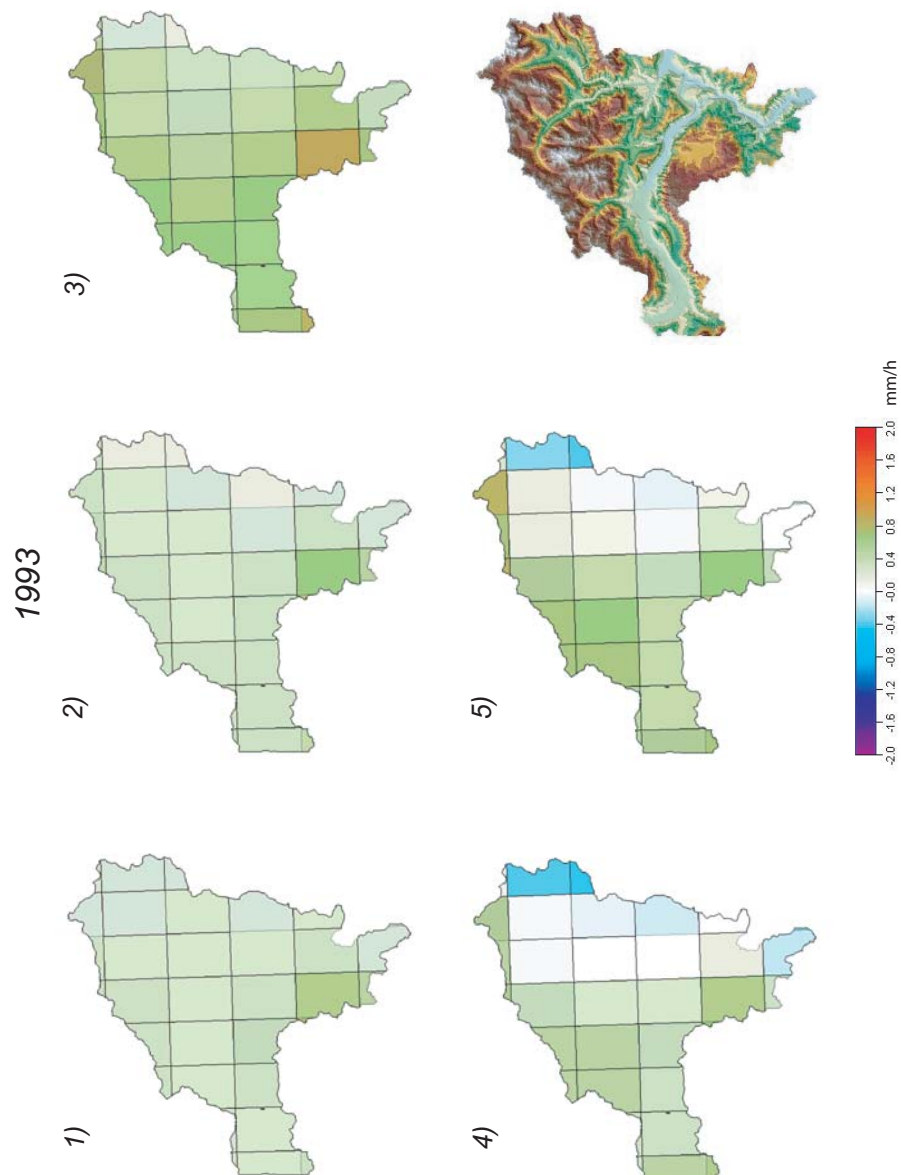


Figura 3.11: Altezza media, differenza tra precipitazioni misurate e previste, per l'evento del 1993. Confronti: dal 1) al 6) ovvero dal 27 Settembre al 1 Ottobre 1993.

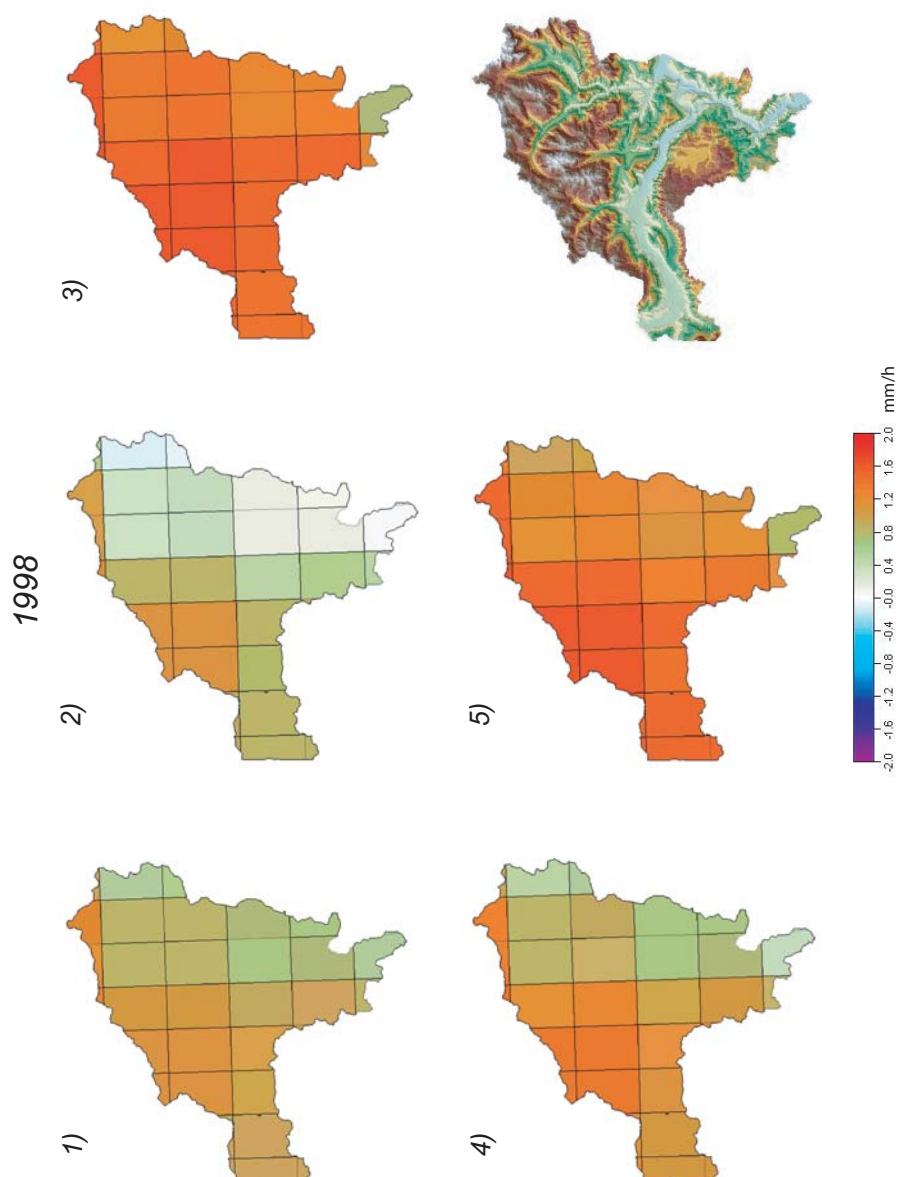


Figura 3.12: Altezza media, differenza tra precipitazioni misurate e previste, per l'evento del 1998. Confronti: dal 1) al 6) ovvero dal 2 Ottobre al 7 Ottobre 1998.

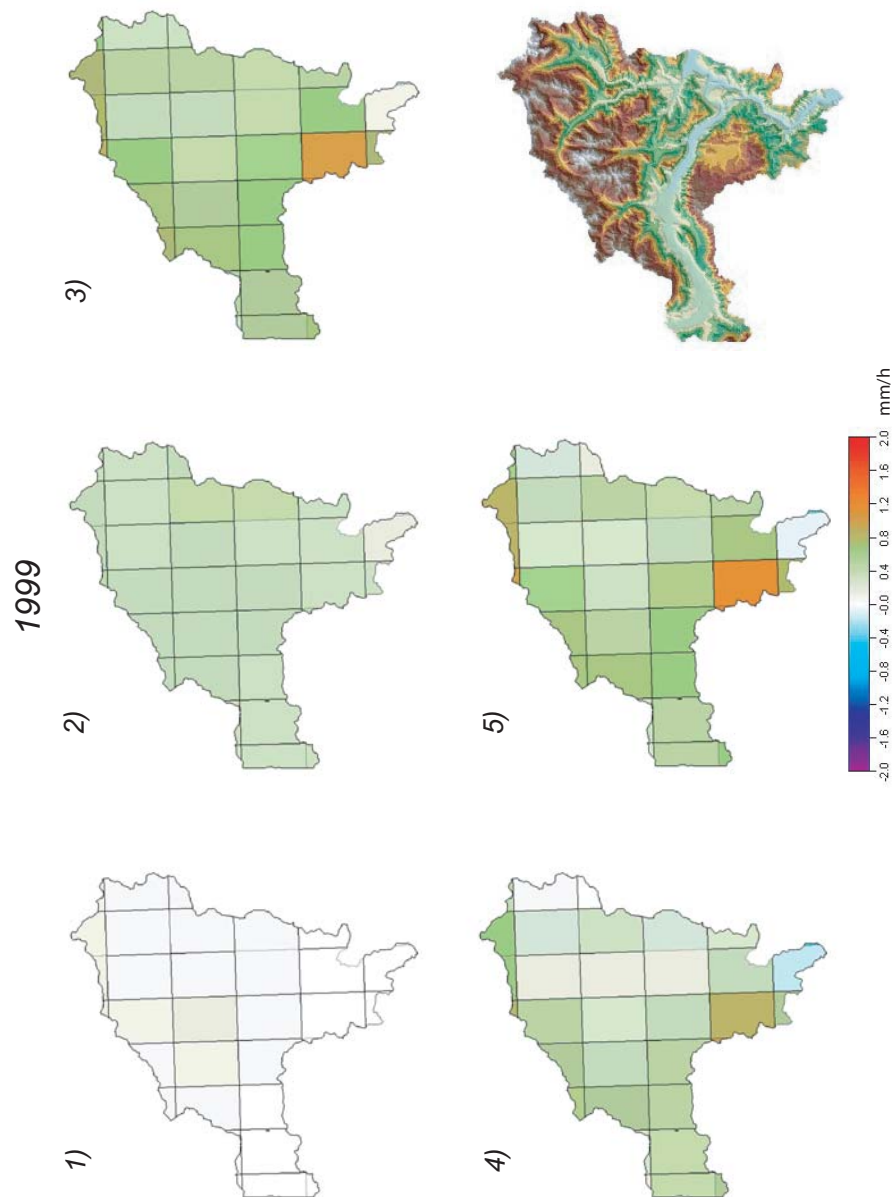


Figura 3.13: Altezza media, differenza tra precipitazioni misurate e previste, per l'evento del 1999. Confronti: dal 1) al 6) ovvero dal 15 Settembre al 19 Settembre 1999.

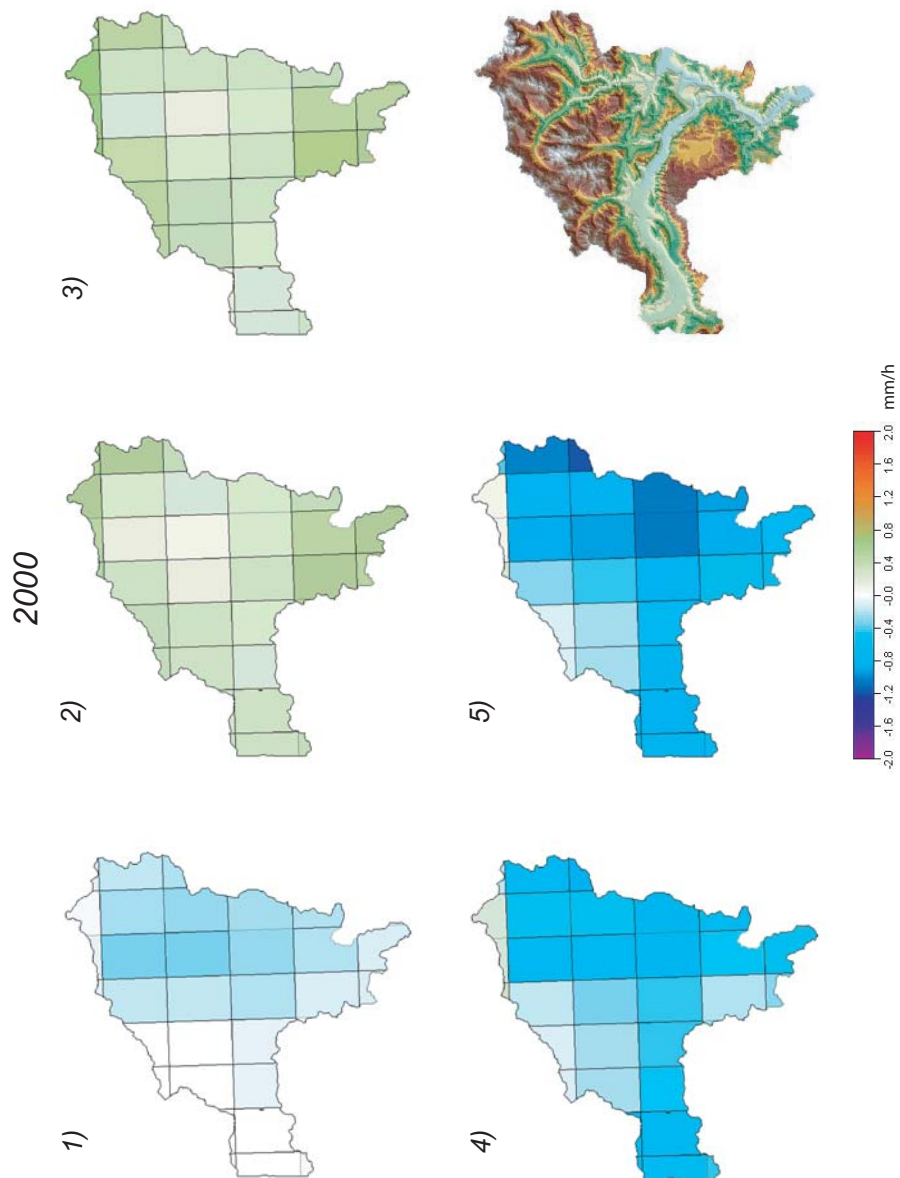


Figura 3.14: Altezza media, differenza tra precipitazioni misurate e previste, per l'evento del 2000. Confronti: dal 1) al 6) ovvero dal 6 Ottobre al 11 Ottobre 2000.

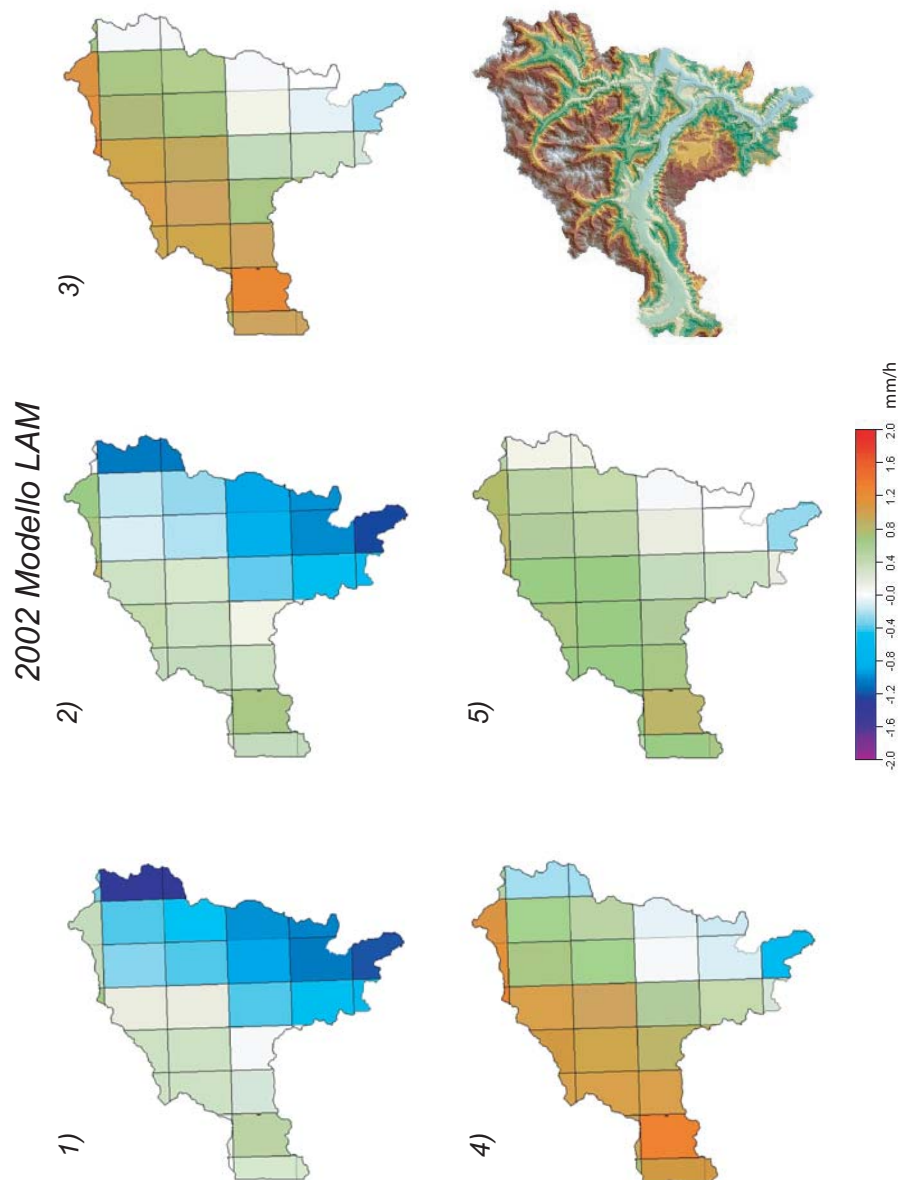


Figura 3.15: Altezza media, differenza tra precipitazioni misurate e previste, per l'evento del 2002. Confronti: dal 1) al 6) ovvero dal 21 Novembre al 26 Novembre 2002.



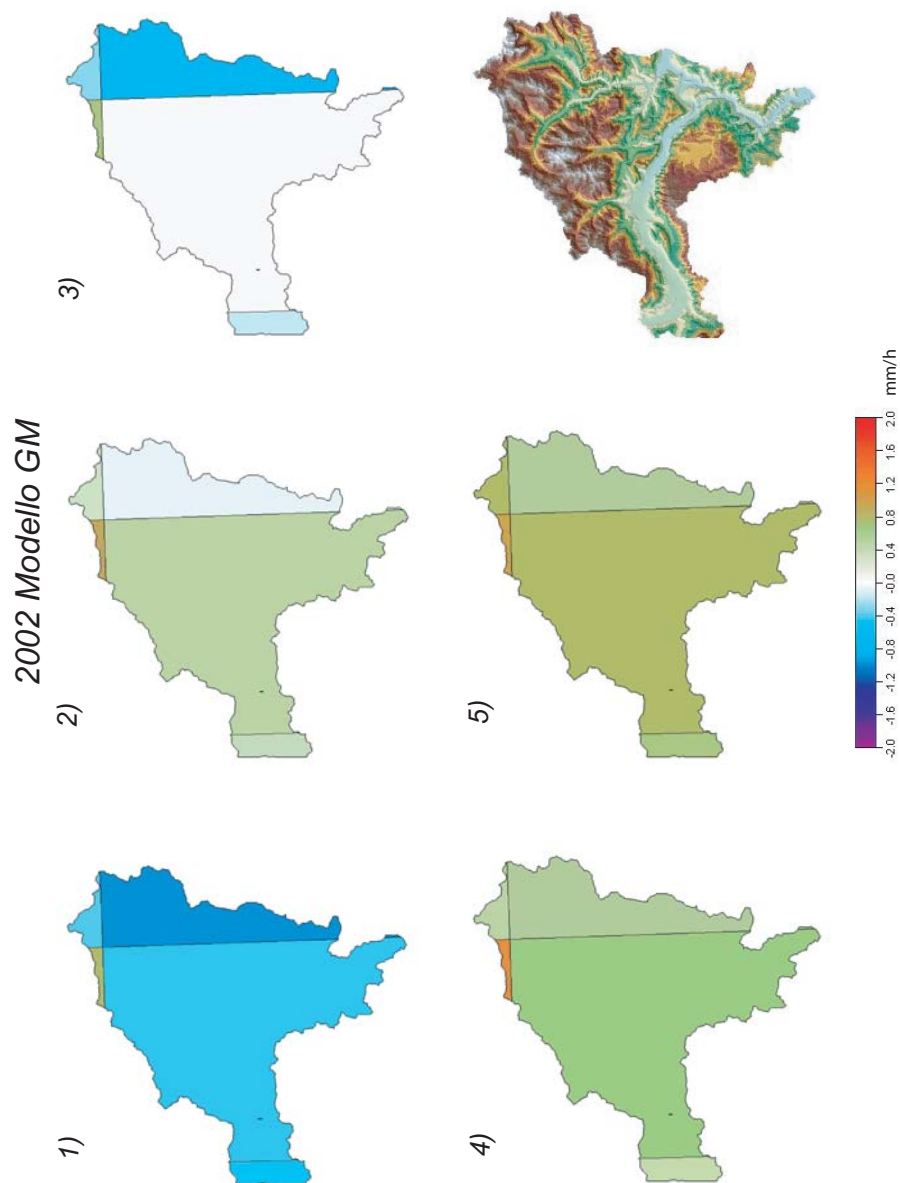


Figura 3.16: Altezza media, differenza tra precipitazioni misurate e previste dal modello globale, per l'evento del 2002. Confronti: dal 1) al 6) ovvero dal 22 Novembre al 26 Novembre 2002.



### 3.4 Il bacino del Fiume Piave: applicazione del modello accoppiato

Il corso del Fiume Piave, Nord-Est dell'Italia, con una lunghezza totale di circa 220 *km*, può essere diviso in un primo tratto montano di circa 156 *km* dalle sorgenti alla sezione di Nervesa della Battaglia ed un secondo tratto di pianura che sfocia nel mare Adriatico, nei pressi di Venezia. Nel presente studio si è considerato solamente il tratto montano del bacino, caratterizzato da intense precipitazioni e brevi tempi di risposta. Il bacino alpino del Piave può essere poi suddiviso in dieci sottobacini principali (cfr. Figura 3.17) i quali drenano in alcuni dei più importanti serbatoi idroelettrici italiani, il maggiore dei quali ha un volume di invaso pari a 70 milioni di  $m^3$  (Pieve di Cadore).

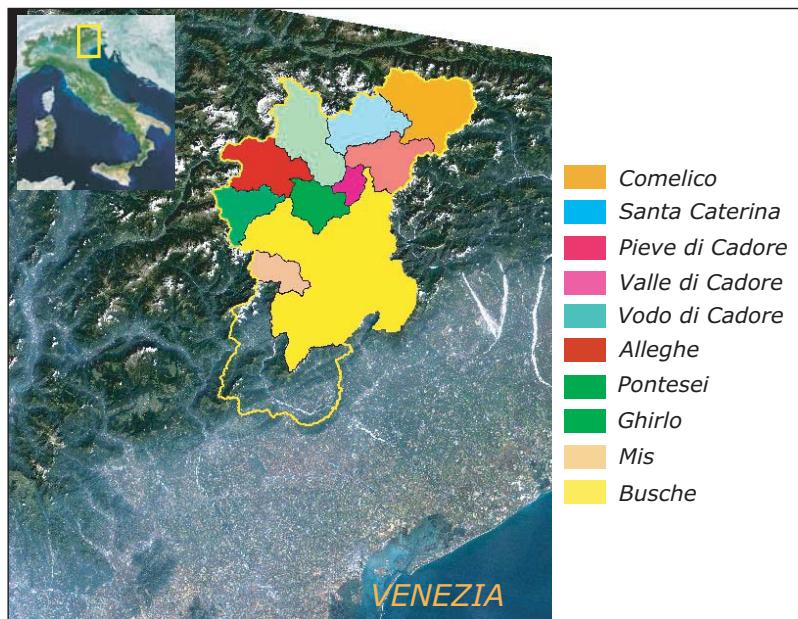


Figura 3.17: *Il bacino del Fiume Piave ed i principali serbatoi presenti nella rete idrografica.*

La risposta del bacino del Fiume Piave ad eventi di precipitazione intensa è stata descritta attraverso un modello delle risposta idrologica a fondamento geomorfologico come descritto nel Capitolo 3. Nel presente lavoro di tesi si riportano brevemente i principali risultati di tale modellazione, mentre per i dettagli si rimanda a [21] ed alle Relazioni Tecniche [62] e [19].

### 3.4.1 Il modello idrologico: cenni

La Figura 3.18 rappresenta gli idrogrammi osservati e simulati per l'evento di taratura (novembre 2002), in corrispondenza dell'ingresso al serbatoio del Comelico (1), del serbatoio di Santa Caterina (2), del serbatoio di Pieve di Cadore (3), e di quello di Alleghe (4). La Figura 3.19 mostra invece il confronto tra le portate osservate e simulate in corrispondenza della traversa di Busche (5) per alcuni eventi rilevanti registrati nel territorio bellunese nell'ultimo decennio. E' interessante notare come i risultati ottenuti consentano di riprodurre in modo adeguato diversi eventi di piena sia primaverili sia autunnali, sulla base di un unico set di parametri derivato in sede di taratura.

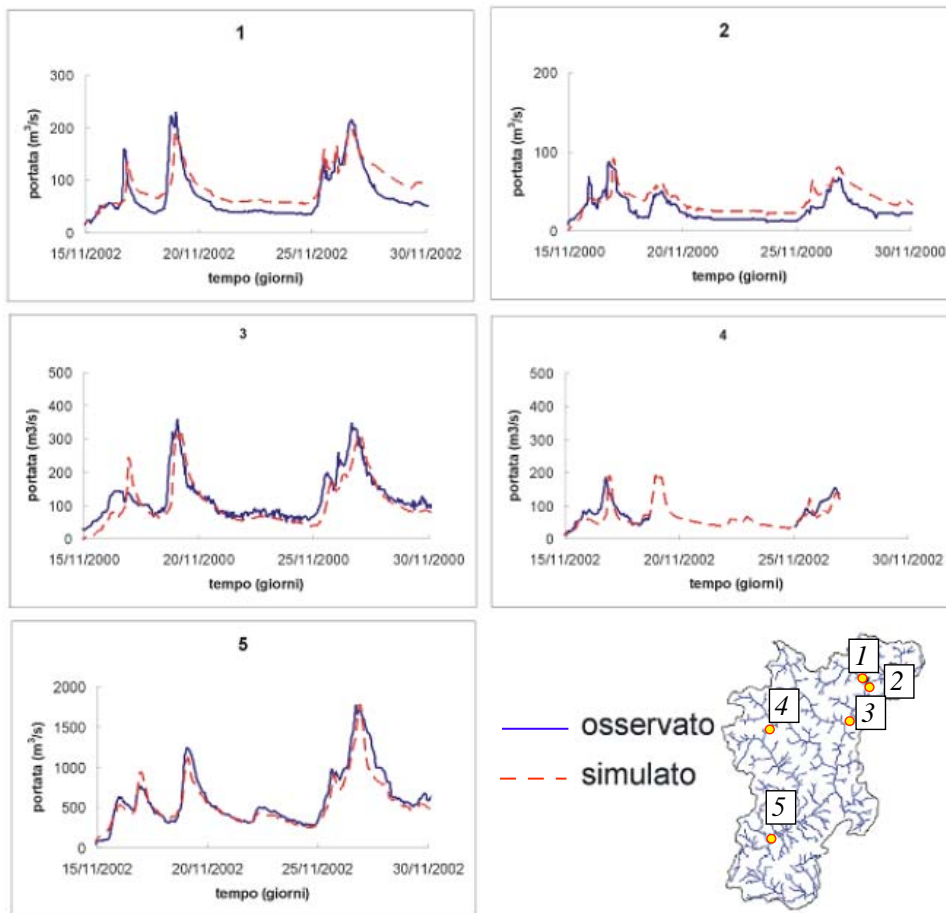


Figura 3.18: Confronto tra idrogrammi osservati e simulati per l'evento di piena del novembre 2002 in corrispondenza dei serbatoi del Comelico (1), di Santa Caterina (2), di Pieve di Cadore (3), di Alleghe (4) e della traversa di Busche (5). Tratto da [62].

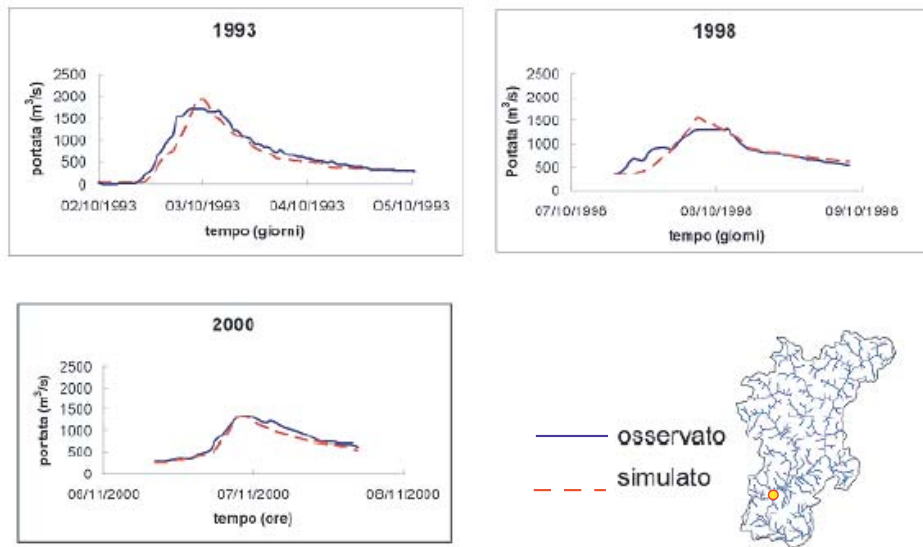


Figura 3.19: *Confronto tra idrogrammi osservati e simulati per alcuni eventi significativi di piena dell'ultimo decennio in corrispondenza della traversa di Busche. Tratto da [62].*

Si noti solamente che i parametri relativi alla separazione dei deflussi ed i parametri dinamici del modello geomorfologico sono stati opportunamente calcolati per ciascun sottobacino; in tal modo si è potuta ottenere una rappresentazione del territorio dettagliata nella descrizione geometrica ma concentrata nei parametri garantendo la necessaria robustezza al modello implementato. Il modello idrologico è stato messo a punto nei sottobacini situati a monte delle sezioni degli invasi artificiali, mentre le registrazioni delle portate scaricate sono state utilizzate come condizioni al contorno per la taratura del modello nella rimanente parte del bacino.

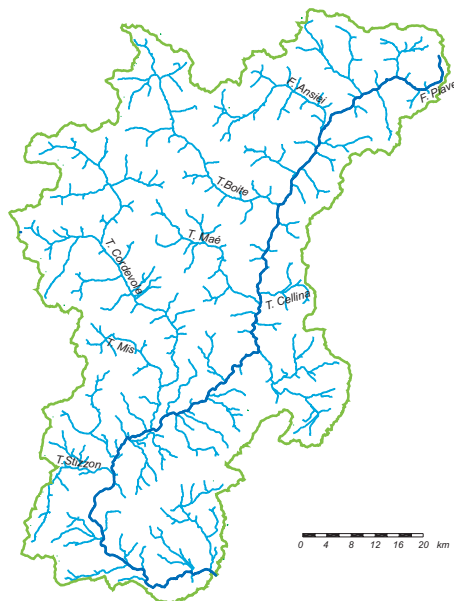


Figura 3.20: *Il bacino del Fiume Piave: gli affluenti principali.*

Tabella 3.1: I principali serbatoi presenti nel bacino del Fiume Piave.

Serbatoio	Ente Gestore	Capacità di invaso utile $10^6 \cdot m^3$
Santa Caterina	Enel Produzione	7
Vodo	Enel Produzione	1.4
Valle di Cadore	Enel Produzione	6
Pieve di Cadore	Enel Produzione	72
Pontesei	Enel Produzione	4
Ponte Ghirlo	Enel Produzione	0.3
Mis	Enel Produzione	38.5
Comelico	Enel Produzione	1.5

Per i dettagli riguardo l'implementazione del modello di risposta idrologica per il Fiume Piave si rimanda a [62] e [19]; nel presente lavoro di tesi si è voluto, a partire da un modello precedentemente implementato, tarato e validato con un opportuno set di eventi di piena, applicare la forzante meteorologica prevista dai modelli a scala limitata e globale e valutare la risposta del modello in corrispondenza di sezioni significative, quali ad. es. quelle a monte dei principali serbatoi. È stata quindi eseguita una valutazione di massima degli effetti di laminazione dei serbatoi assumendo un funzionamento semplificato dei due maggiori invasi, il serbatoio del Mis ed il serbatoio di Pieve di Cadore (Tab. 3.1 e Fig. 3.17), sulla base delle manovre operate durante gli eventi di piena del 1993, 1998 e 2002. Per l'evento del 1993 si riporta (si veda la Fig. 3.21) l'andamento delle portate misurate alla sezione di chiusura del bacino da confrontarsi con le portate simulate dal modello.

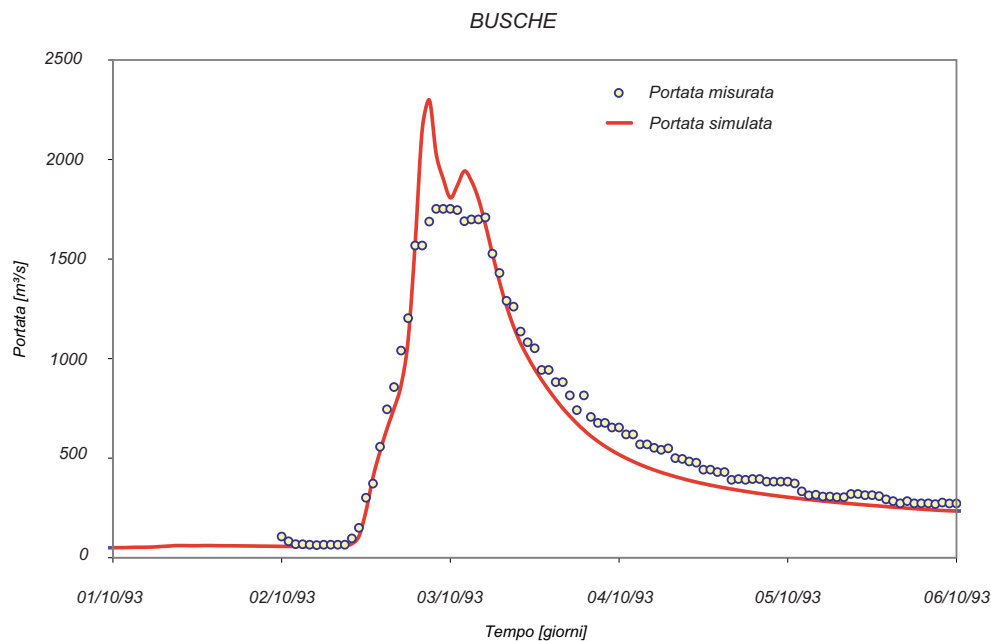


Figura 3.21: *Confronto tra le portate misurate e quelle simulate dal modello in corrispondenza della sezione di Busche per l'evento dell'Ottobre 1993.*

L'evento dell'Ottobre del 1998 è caratterizzato da una portata al picco alla sezione di Busche pari a  $1300 \text{ m}^3/\text{s}$  registrata il 7 Ottobre; il funzionamento seppur semplificato dei serbatoi di Pieve di Cadore e Mis riproduce correttamente le manovre operate durante l'evento di piena (e.g. Figure 3.22 e 3.23). In Figura 3.24 è possibile osservare il confronto tra le portate misurate e simulate alla sezione di Busche.

In Fig. 3.25 si riporta l'andamento delle portate scaricate dall'invaso di Pieve di Cadore in seguito all'evento di piena del 2002 ed il confronto tra le portate misurate in ingresso al serbatoio e quelle simulate dal modello idrologico. In Figura 3.26 si

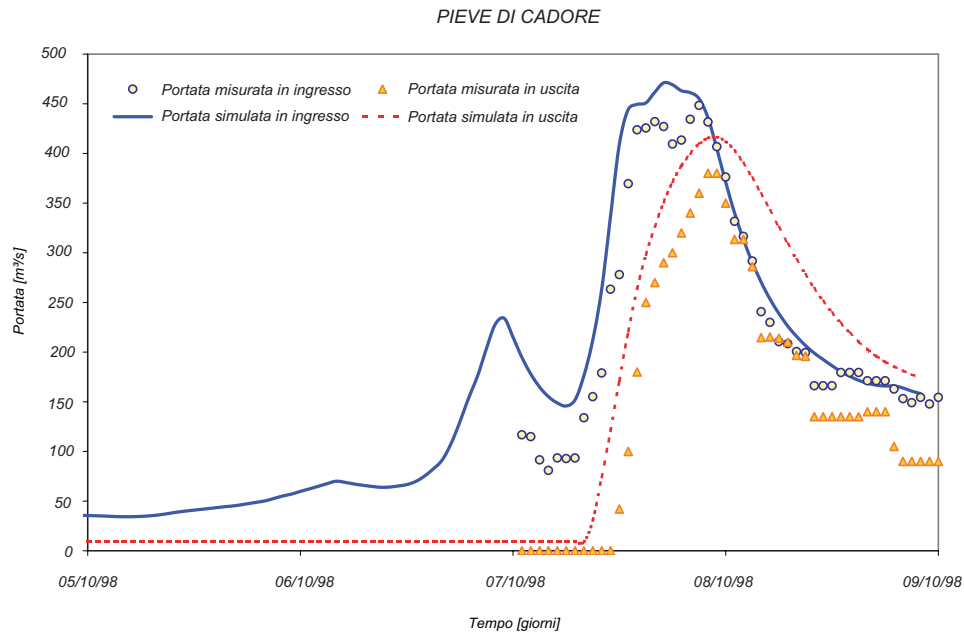


Figura 3.22: Confronto tra le portate scaricate, le portate misurate e quelle simulate dal modello in corrispondenza del serbatoio di Pieve di Cadore per l'evento dell'Ottobre 1998.

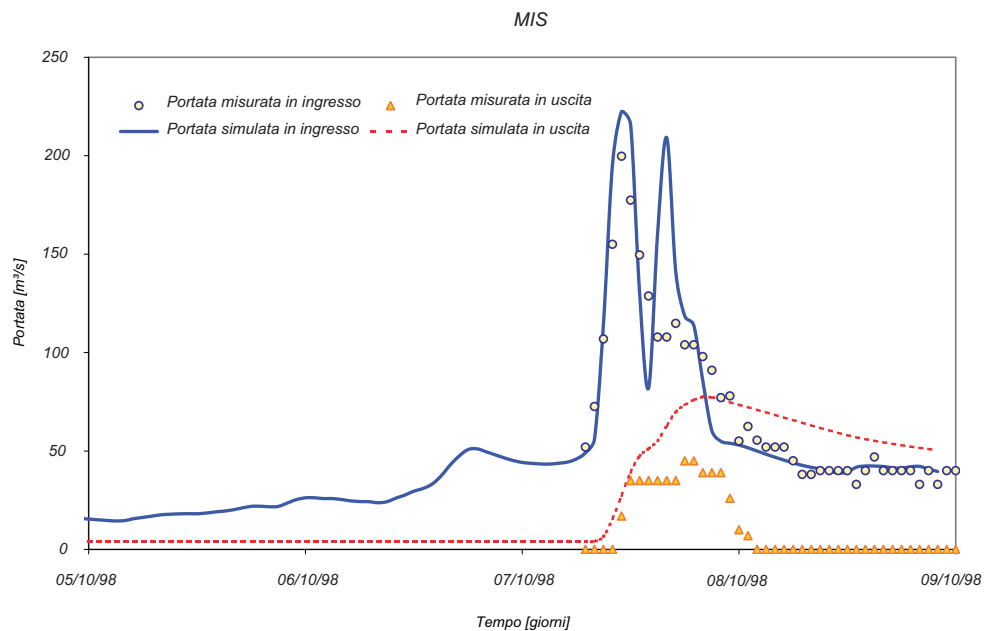


Figura 3.23: Confronto tra le portate scaricate, le portate misurate e quelle simulate dal modello in corrispondenza del serbatoio di Mis per l'evento dell'Ottobre 1998.

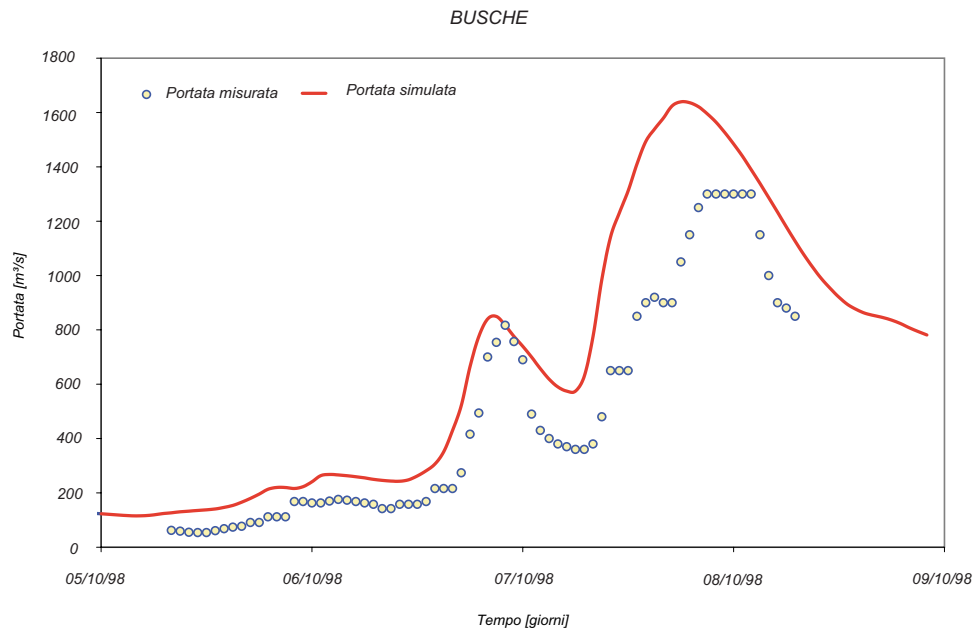


Figura 3.24: *Confronto tra le portate misurate e quelle simulate dal modello in corrispondenza della sezione di Busche per l'evento dell'Ottobre 1998.*

osserva il confronto tra le portate misurate, le portate simulate dal modello idrologico trascurando gli invasi presenti nel bacino e le portate simulate dal modello idrologico nel quale si tiene conto del contributo di invaso dei serbatoi del Mis e di Pieve di Cadore.

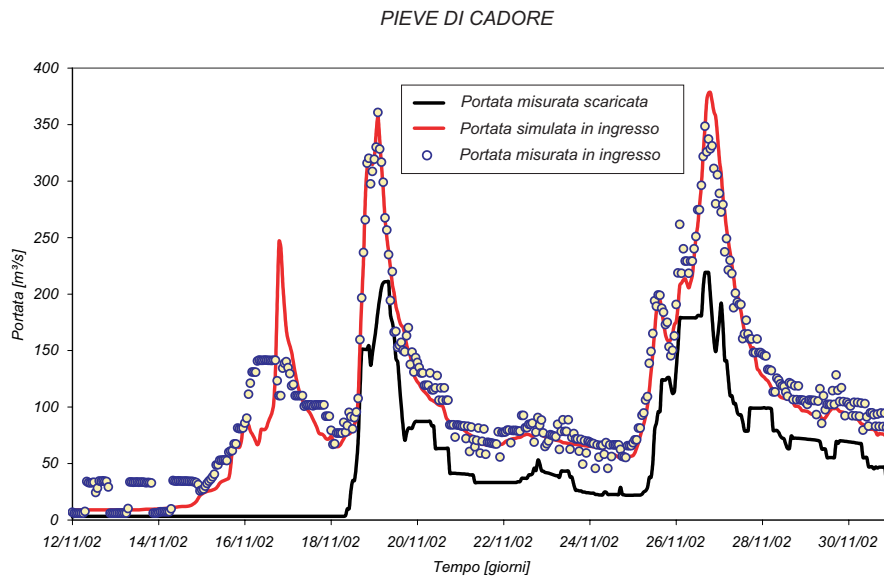


Figura 3.25: Confronto tra le portate scaricate, le portate misurate e quelle simulate dal modello in corrispondenza del serbatoio di Pieve di Cadore durante l'evento del 2002 .

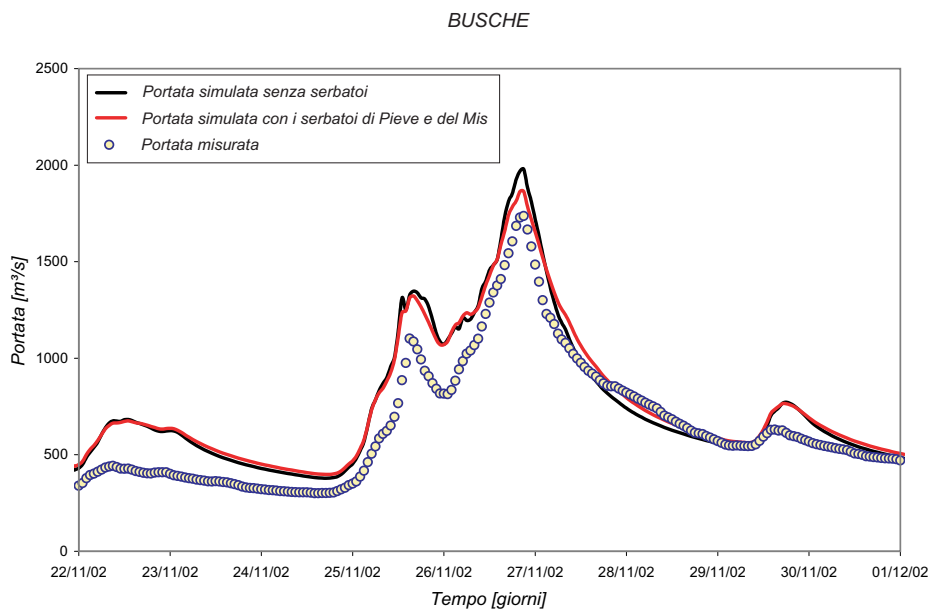


Figura 3.26: Confronto tra le portate misurate alla sezione di Busche, quelle simulate dal modello trascurando i serbatoi e le portate simulate dal modello considerando il serbatoio del Mis e il serbatoio di Pieve di Cadore per l'evento del 2002.



La griglia meteorologica in coordinate geografiche per il bacino del Fiume Piave si compone di 120 pixel di  $0.1^\circ$  di lato compresi nei seguenti intervalli di coordinate:  $45.8^\circ$ - $46.7^\circ$  di latitudine e  $11.7^\circ$ - $12.8^\circ$  di longitudine (si veda la Fig. 3.27). La griglia in coordinate piane che delimita il bacino è formata da pixel quadrati di  $100\text{ m} \times 100\text{ m}$  con vertice sud-ovest definito dalle coordinate Gauss Boaga:  $E = 1706120\text{ m}$ ,  $N = 5071916\text{ m}$ . In Fig. 3.28 si riporta un esempio di un campo orario di precipitazione prevista proiettato sulla griglia di riferimento del bacino in esame. I campi di grandezze meteorologiche così ottenuti sono utilizzati come forzanti del modello di risposta idrologica implementato.

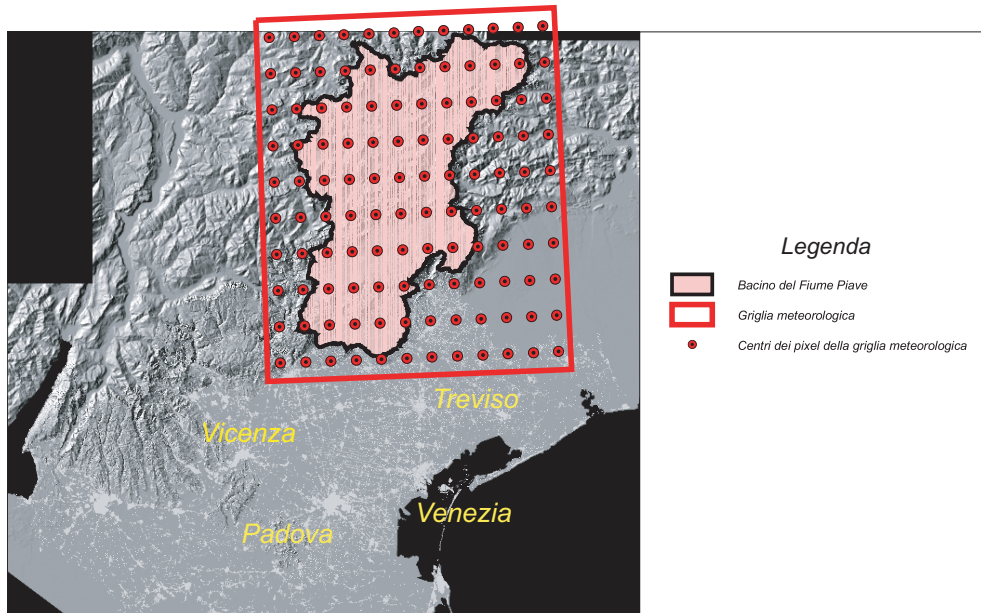


Figura 3.27: Il bacino del Fiume Piave e la griglia meteorologica di riferimento per i campi di precipitazione previsti.

### 3.4.2 Precipitazioni previste e osservate: la distribuzione temporale

Al fine di una preliminare valutazione dell'affidabilità delle previsioni meteorologiche fornite dal modello ETA applicato alle condizioni iniziali ed al contorno fornite da Reading, si è proceduto all'analisi dell'evento del Novembre 2002. Le simulazioni del modello meteorologico riguardano il periodo compreso tra le ore 12 UTC del 22 Novembre 2002 e le ore 12 UTC del 1 Dicembre 2002 in modo da coprire ampiamente il periodo di formazione dell'onda di piena e la sua fase di esaurimento (si noti che il

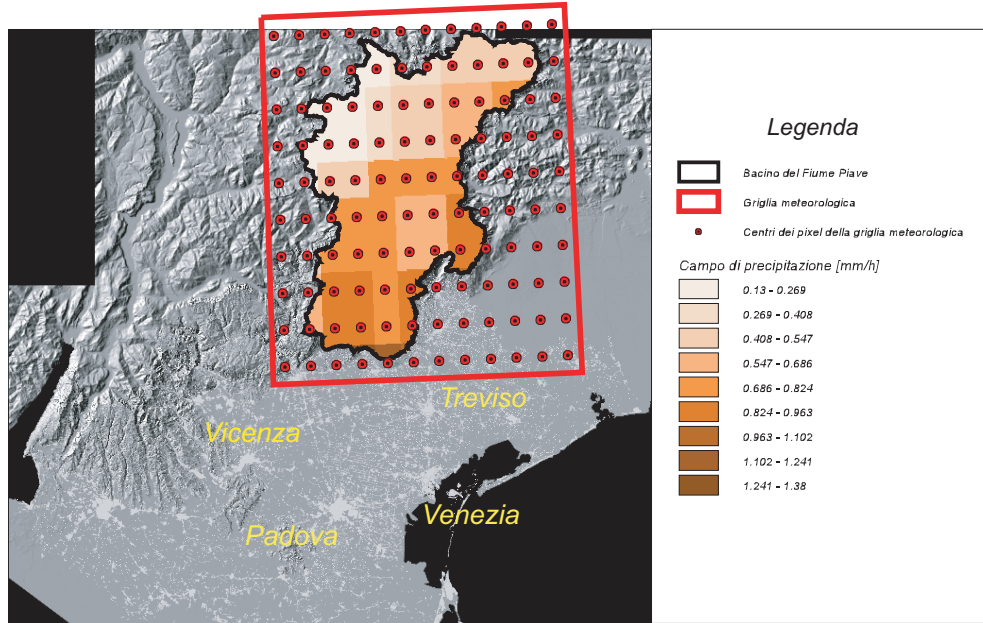


Figura 3.28: Campo di precipitazione previsto per il 26 Novembre 2002 alle ore 17.

colmo di piena si è verificato nella sezione di Busche alle ore 17 del 26 Novembre). Le Figure 3.29 e 3.30 mostrano come il modello di previsione meteorologica tenda, per l'evento esaminato, a sottostimare l'intensità di precipitazione mediamente caduta sul bacino del Piave, pur valutando correttamente il *timing* dell'evento e le ore asciutte. E' possibile inoltre osservare come il modello meteorologico ETA riproduca serie di precipitazione meno intermittenti rispetto alle piogge osservate; tale risultato è in generale accordo con le analisi di Jasper, et al. ([32]) che fanno riferimento a diversi modelli di previsione meteorologica.

Nella Figura 3.31 si riassumono i risultati delle analisi svolte in termini di volume mediamente precipitato all'interno del bacino per ogni singolo *run* del modello meteorologico. Si osserva che mediamente il volume cumulato in ogni previsione simulata è sottostimato rispetto al medesimo calcolato mediante le precipitazioni osservate (pur interpolate con il Kriging).

Si riporta, a sostegno delle considerazioni precedenti, la valutazione delle previsioni per l'evento di precipitazione del 1993; il periodo preso in esame è compreso tra le ore 12 del 30 Settembre 1993 e le ore 12 del 7 Ottobre 1993 ed è tale da coprire tutte le fasi della piena del Fiume Piave per quell'evento. Come è possibile osservare in Figura 3.32, anche per questo evento si osservano una generale sottostima dell'intensità di precipitazione media sul bacino ed una corretta valutazione delle ore asciutte e del *timing* dell'evento meteorico.

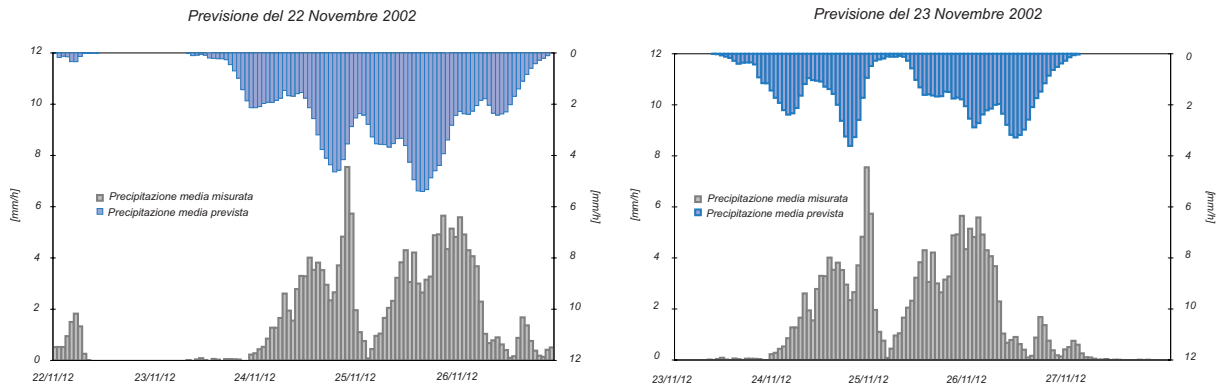


Figura 3.29: Intensità di precipitazione media sul bacino del Fiume Piave: misurata versus prevista per i giorni 22 e 23 Novembre 2002.

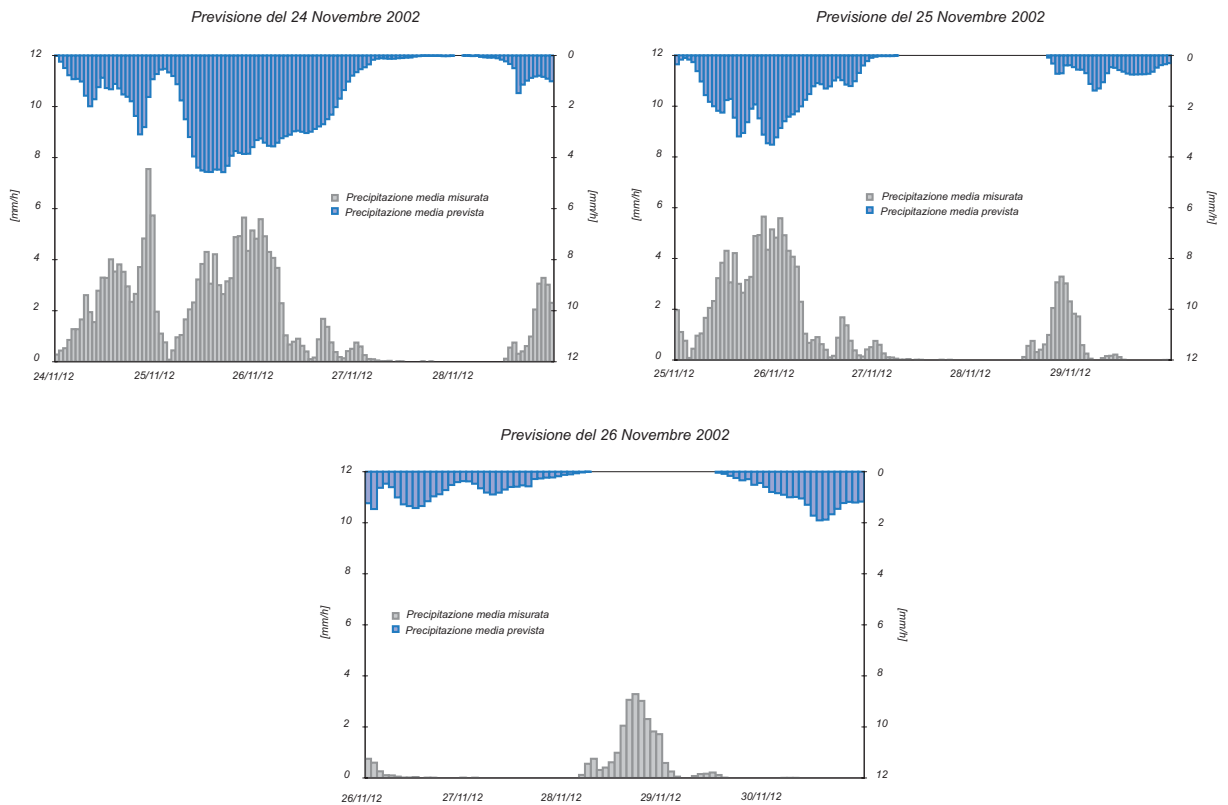


Figura 3.30: Intensità di precipitazione media sul bacino del Fiume Piave: misurata versus prevista per i giorni 24, 25 e 26 Novembre 2002.

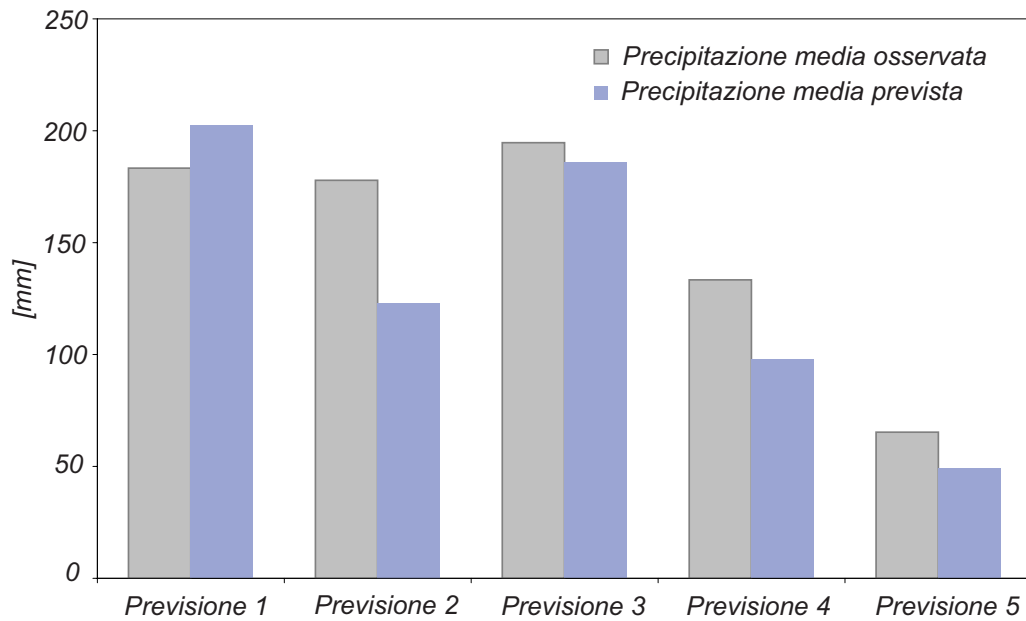


Figura 3.31: Confronto tra i volumi mediamente previsti e osservati per i run del modello meteorologico ETA.

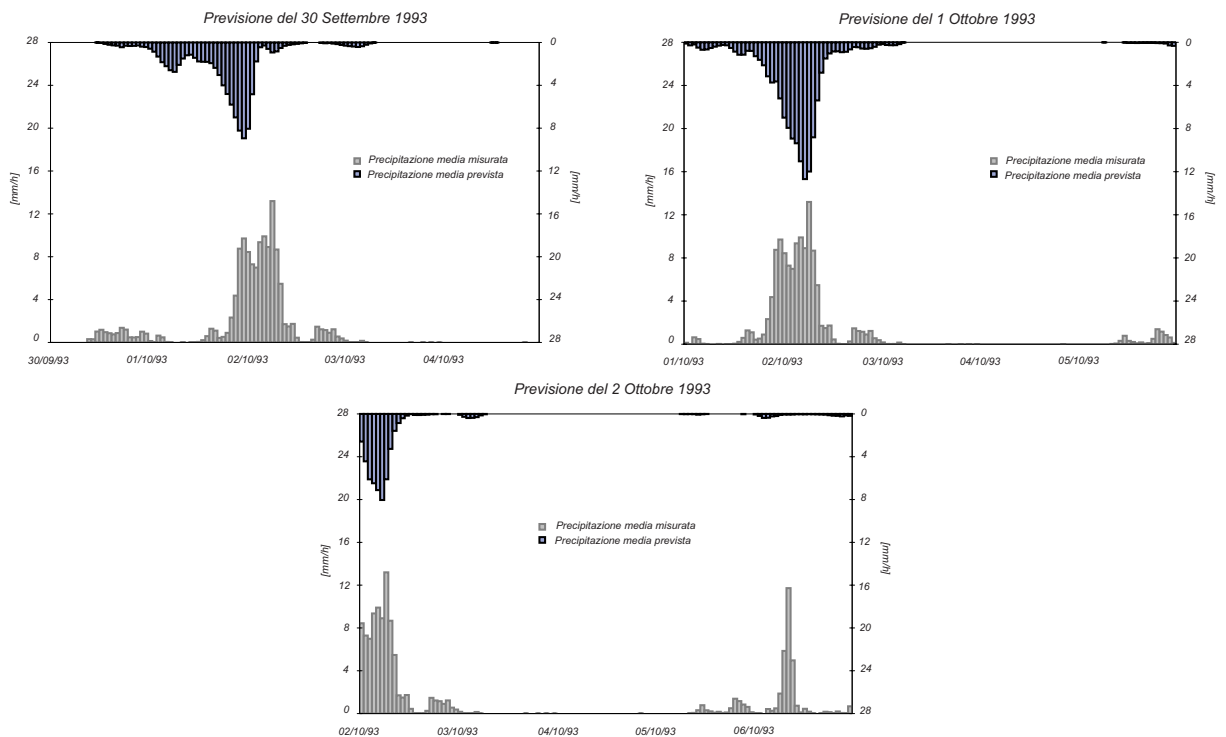


Figura 3.32: Intensità di precipitazione media sul bacino del Fiume Piave: misurata versus prevista per i giorni 30 Settembre, 1 e 2 Ottobre 1993.

Tali osservazioni sono del tutto in accordo con le considerazioni tratte per il bacino de Fiume Brenta. Infatti si è osservata una generale sottostima da parte del modello meteorologico dei volumi mediamente precipitati all'interno dei bacini esaminati.

### 3.4.3 Valutazione degli idrogrammi previsti in sezioni caratteristiche del bacino

Vale la pena notare come lo scopo delle attività di cui si riferisce nella presente tesi riguardi la possibile realizzazione di un sistema accoppiato di previsione meteorologica e modellazione idrologica ed idraulica, con particolare riguardo alla sua fattibilità. Per tale ragione nel caso del bacino del Fiume Piave si è proceduto all'accoppiamento dei due modelli per verificare in termini di deflusso alla sezione di chiusura la sottostima osservata nelle precipitazioni. In Figura ?? ed in Figura 3.34 si riportano i confronti tra le portate misurate a Busche e le portate simulate dal modello idrologico utilizzando in *input* i dati di precipitazione attesi dal modello ETA.

Le analisi svolte mostrano come i caratteri salienti dell'evento considerato siano colti correttamente dalle previsioni ottenute dal modello meteorologico-idrologico accoppiato, anche se le portate previste tendono nel complesso a sottostimare quelle misurate. In particolare, i risultati esplorativi ottenuti suggeriscono la possibilità di prevedere l'ordine di grandezza della portata al colmo e la forma generale dell'idrogramma con anticipi dell'ordine dei giorni. Le applicazioni preliminari presentate mostrano dunque come il modello meteorologico-idrologico approntato possa potenzialmente costituire un utile strumento per la previsione delle piene e per l'attuazione di misure di mitigazione dei loro effetti. L'effettiva accuratezza della previsione rispetto a diversi orizzonti temporali richiederebbe ovviamente l'esame di un ben più vasto insieme di eventi rappresentativi, nonchè la valutazione della possibile presenza di falsi positivi: situazioni nelle quali, in assenza di eventi di piena, il sistema preveda valori significativi delle portate. Lo studio dettagliato di tale accuratezza costituisce un'interessante possibile estensione di tale lavoro di ricerca.

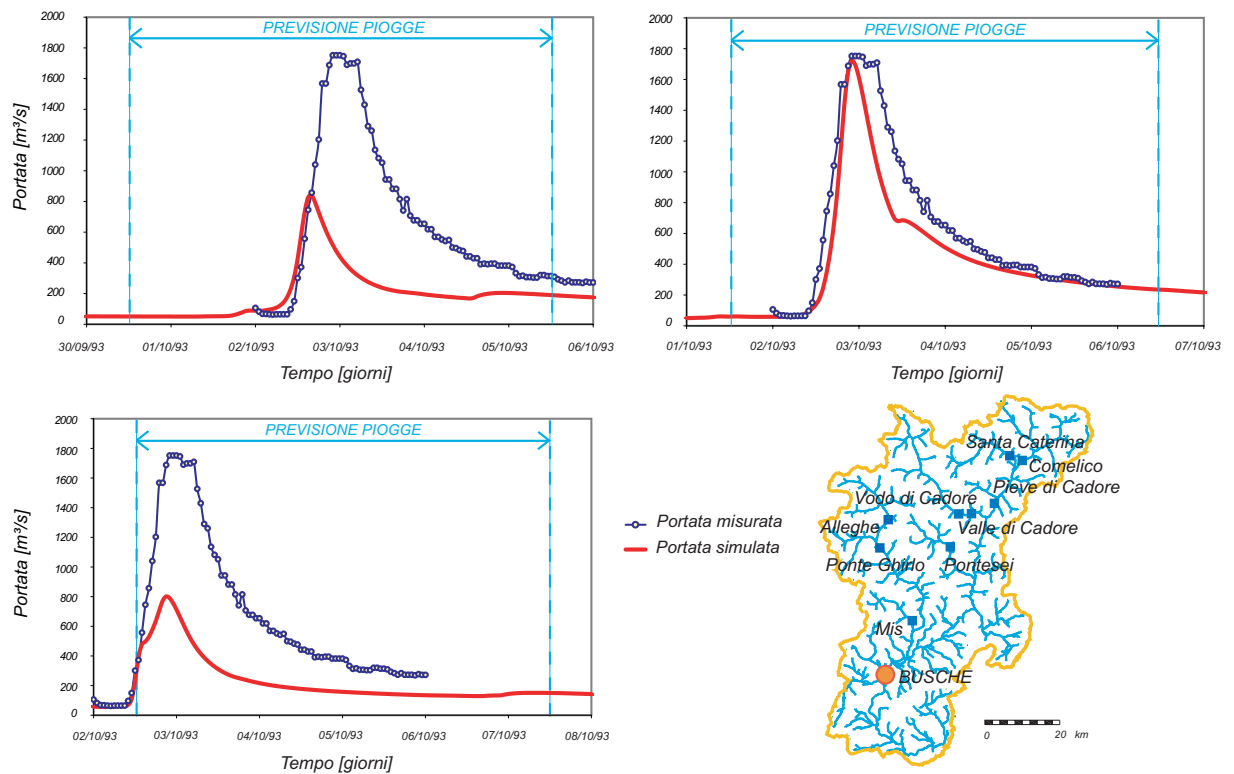


Figura 3.33: Confronto tra le portate misurate e simulate date le precipitazioni previste per l'evento del Settembre 1993.

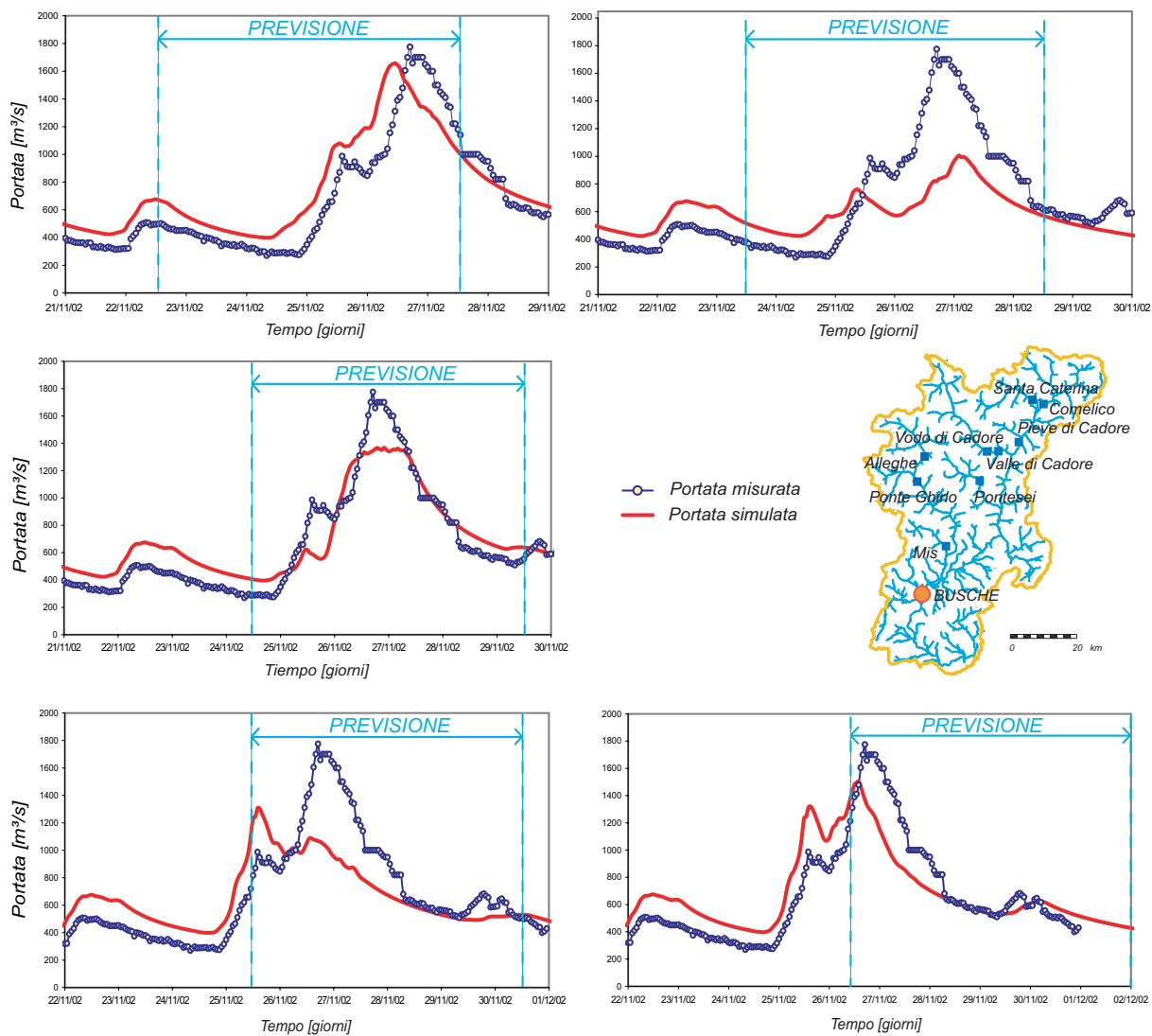


Figura 3.34: Confronto tra le portate misurate e simulate date le precipitazioni previste per l'evento del Novembre del 2002.





## Capitolo 4

# Un modello stocastico di generazione di variabili climatiche

Lunghe serie di dati meteorologici sono necessarie in molte applicazioni di tipo eco-idrologico e di gestione della risorsa idrica, soprattutto con riferimento ad analisi riguardanti la valutazione dei tempi di ritorno di eventi di piena o degli effetti di cambiamenti climatici nei sistemi idrologici. Spesso, tuttavia, non sono disponibili osservazioni per periodi sufficientemente lunghi e a risoluzioni sufficientemente elevate per molte variabili di interesse idrologico (e.g. precipitazioni o portate orarie). In questo contesto risultano di grande utilità modelli stocastici in grado di generare sequenze sintetiche di valori delle variabili meteo-idrologiche di interesse rispettose di assegnate statistiche osservate [86].

Nel presente lavoro si è sviluppato e messo a punto un modello stocastico che consenta di generare le forzanti idro-meteorologiche necessarie per la simulazione continua della risposta di un sistema idrografico. In particolare le variabili di principale interesse qui considerate sono la precipitazione oraria e i valori giornalieri di temperatura massima e minima, umidità relativa massima e minima, velocità media del vento e sua direzione, radiazione incidente. In sistemi costieri, tipicamente di rilevante importanza ecologica e socio-economica e particolarmente soggetti agli effetti dei cambiamenti climatici, i deflussi sono inoltre condizionati in modo decisivo dalle condizioni di marea. Per tale ragione si è provveduto alla generazione, correlata alle rimanenti grandezze, della pressione atmosferica e della componente del livello di marea dovuta a processi meteorologici (la componente astronomica deterministica essendo di relativamente semplice determinazione). Il modello stocastico multivariato sviluppato si presenta dunque come strumento di generale applicabilità utile in simulazioni montecarlo di tipo idrologico, ma anche in valutazioni del trasporto di soluti (e.g. nutrienti [7]) e nella modellazione eco-geomorfologica di ambienti estuarini ([15] e [40]).

Il modello sviluppato rientra nella classe di modelli che fanno capo all'impostazione proposta da Richardson ([56]), basata su uno schema autoregressivo multivariato.

L'impostazione utilizzata prevede la generazione di una sequenza di precipitazioni orarie utilizzando un modello di tipo Bartlett-Lewis ([71, 72, 39]), in base alla quale sono generate le variabili correlate di interesse con risoluzione giornaliera. I valori orari della componente meteorologica di marea sono ottenuti con uno schema di disaggregazione che consente di preservare la forma osservata dello spettro di potenza (e, quindi, della funzione di autocovarianza, e.g. [43] e [55]). L'applicazione di un modello autoregressivo, che postula distribuzioni di tipo gaussiano, avviene utilizzando tecniche di 'normalizzazione' del tipo Normal Score Transform ([25], [46], [33] e [35]). In tal modo è possibile rispettare la forma dettagliata delle distribuzioni di probabilità originali unitamente alle correlazioni tra le variabili aleatorie.

Il modello sviluppato è stato applicato al rilevante caso della laguna di Venezia, utilizzando le locali osservazioni meteorologiche (Istituto Cavanis, [www.istitutoveneto.it](http://www.istitutoveneto.it)) e la lunga serie di osservazioni di marea di Punta della Salute (circa 80 anni).

## 4.1 Il Modello autoregressivo di ordine 1, AR(1)

Uno dei modelli idrologici multivariati più utilizzati in idrologia è il modello autoregressivo AR(1) ([41]), che può essere formulato nel modo seguente ([5]):

$$\mathbf{Z}_t = \mathbf{A}\mathbf{Z}_{t-1} + \mathbf{B}\varepsilon_t \quad (4.1)$$

dove  $\mathbf{Z}_t$  è il vettore di dimensione  $K$ , con  $K$  numero di variabili da generare;  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  sono le matrici parametriche dei coefficienti di autoregressione di dimensione  $K \times K$  ed il vettore  $\varepsilon_t$  rappresenta  $K$  valori tra loro non correlati (rumore bianco) distribuiti in modo gaussiano con media nulla e varianza unitaria. Le matrici parametriche  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  si calcolano con lo scopo di preservare un limitato numero di momenti statistici.

La stima della covarianza di  $\mathbf{Z}_t$  si ottiene post-moltiplicando l'equazione 4.1 per la trasposta di  $\mathbf{Z}_t$  e valutando il valore atteso di tale prodotto.

$$E[\mathbf{Z}_t \mathbf{Z}_t^T] = \mathbf{A}E[\mathbf{Z}_{t-1} \mathbf{Z}_t^T] + \mathbf{B}E[\varepsilon(t)[\mathbf{Z}_{t-1}^T \mathbf{A}^T + \varepsilon_t^T \mathbf{B}^T]] \quad \varepsilon_t \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{1}) \quad (4.2)$$

Definendo la covarianza come  $\mathbf{M}_0 = E[\mathbf{Z}_t \mathbf{Z}_t^T]$  (matrice simmetrica) e la covarianza all'intervallo uno come  $\mathbf{M}_1^T = E[\mathbf{Z}_{t-1} \mathbf{Z}_t^T]$  (matrice non necessariamente simmetrica) e sfruttando le proprietà di  $\varepsilon(t)$  la 4.2 diventa

$$\mathbf{M}_0 = \mathbf{A}\mathbf{M}_1^T + \mathbf{B}\mathbf{B}^T. \quad (4.3)$$

L'equazione 4.3 mette in relazione i momenti  $\mathbf{M}_0$  e  $\mathbf{M}_1$  ed i parametri  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  attraverso una equazione di matrici quadratiche. Al fine di risolvere completamente

il sistema in oggetto è necessaria un'altra equazione la quale può ottenere dall'equazione 4.1 post-moltiplicando per  $\mathbf{Z}^T(t-1)$  e valutando il valore atteso di tale espressione che definisce la covarianza all'intervallo uno.

$$E[\mathbf{Z}_t \mathbf{Z}_{t-1}^T] = \mathbf{A}E[\mathbf{Z}_{t-1} \mathbf{Z}_{t-1}^T] + \mathbf{B}E[\varepsilon_t \mathbf{Z}_{t-1}^T] \quad (4.4)$$

Applicando nuovamente le proprietà di  $\varepsilon(t)$  la 4.4 si riduce alla forma,

$$\mathbf{M}_1 = \mathbf{A}\mathbf{M}_0 \quad (4.5)$$

dove

$$E[\mathbf{Z}_t \mathbf{Z}_t^T] = E[\mathbf{Z}_{t-1} \mathbf{Z}_{t-1}^T] = \mathbf{M}_0 \quad (4.6)$$

per la stazionarietà del sistema. L'equazione 4.5 può essere risolta per  $\mathbf{A}$  se  $\mathbf{M}_0$  è una matrice definita positiva; per cui

$$\mathbf{A} = \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_0^{-1} \quad (4.7)$$

da cui, sostituendo nella 4.3, si ottiene un'espressione quadratica per  $\mathbf{B}$ ,

$$\mathbf{B}\mathbf{B}^T = \mathbf{M}_0 - \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{M}_1^T. \quad (4.8)$$

Si rimanda all'Appendice B per i dettagli riguardo due delle possibili soluzioni di  $\mathbf{B}$  data la forma quadratica  $\mathbf{B}\mathbf{B}^T$ ; in questa sede basti osservare che  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  si ottengono operativamente dalle stime delle matrici di covarianza al passo temporale zero e uno.

Per il processo multivariati AR(1) descritto valgono le seguenti proprietà ([5], [56]) per l'autocorrelazione e la varianza:

$$\rho_k = \rho_1^k. \quad (4.9)$$

$$\sigma_z^2 = \frac{\sigma_a^2}{1 - \rho_1^2}. \quad (4.10)$$

dove  $\sigma_a^2$  indica la varianza del rumore bianco  $\varepsilon_t$ .

E' importante notare che diversi autori nei loro lavori (e.g. [53]) hanno messo in evidenza come le applicazioni di tipo idrologico del modello AR(1) richiedano di far variare i parametri del modello non solo rispetto alla località, ma anche al periodo dell'anno, limitando quindi gli effetti delle non-stazionarietà stagionali. Tale operazione può farsi assumendo in prima istanza che la non stazionarietà risieda unicamente nella media e nella varianza del processo. In tal caso, indicate con  $\mu_t$  e

con  $\sigma_t^2$  la media e la varianza al tempo  $t$  (ad es. mese  $t$ ) si può introdurre il nuovo processo stocastico:

$$\mathbf{X}_t = \frac{\mathbf{Z}_t - \mu_t}{\sigma_t}. \quad (4.11)$$

che risulta stazionario con media nulla e varianza unitaria. Tale tecnica di normalizzazione non è ovviamente adatta a trattare variabili aleatorie che non siano almeno approssimativamente normali. Tale considerazione riguarda molte variabili idrologiche intrinsecamente positive, caratterizzate da distribuzioni fortemente dissimetriche ('skewed'), quali ad esempio la velocità del vento e la marea meteorologica. Inoltre tale normalizzazione, pur rispettando il momento primo e secondo della distribuzione, non consente di riprodurre le distribuzioni di variabili fisicamente limitate, quali ad es. l'umidità relativa, la direzione del vento o la temperatura, con effetti macroscopici nelle serie sintetiche generate. Per ovviare a tali limitazioni si è seguito un approccio che consenta di conservare non solo i momenti ma anche la forma originaria delle distribuzioni.

## 4.2 Normal Score Transform

La *Normal Score Transform* (NST) è una trasformazione che permette di trasformare una variabile aleatoria  $Z$  avente distribuzione arbitraria ( $F(z) = Prob\{Z \leq z\}$ ) in una variabile aleatoria normale ( $Y$ ) (e.g. [33], [25]). La trasformazione può essere visualizzata graficamente come una corrispondenza tra  $F(z)$  e la frequenza cumulata di non superamento (*cdf*) Gaussiana  $G(y) = Prob\{Y_t \leq y\}$ . Formalmente la NST è dunque definita dalla seguente relazione:

$$Y = G^{-1}[F(Z)] \quad (4.12)$$

dove  $G^{-1}(\cdot)$  è la *cdf* Gaussiana inversa. La NST può essere vista operativamente come una tabella di corrispondenza tra i quantili di probabilità  $z_p$  e  $y_p$  delle due distribuzioni, per cui  $z_p$  e  $y_p$  corrispondono alla stessa frequenza cumulata  $p$ :

$$G(y_p) = G[G^{-1}(F(Z_p))] = F(Z_p) = p \quad \forall p \in [0, 1] \quad (4.13)$$

Da un punto di vista operativo l'applicazione della NST richiede due passaggi successivi:

1. I dati originali  $Z_t$  vengono ordinati in senso crescente e gli viene associata una distribuzione di frequenza cumulata di non superamento discreta utilizzando la relazione di Weibull  $F_i^*(Z_t \leq z_i) = i/(N + 1)$   $i \in [1, N]$ , dove  $N$  è il numero di dati nel campione ([25]).

2. Viene calcolato il valore  $y_t$  corrispondente al valore osservato  $z_t$  attraverso la relazione  $Y_t = G^{-1}[F^*(Z_t)]$ .

La probabilità che  $Z_t$  sia minore del minimo valore campionario della variabile aleatoria, come anche la probabilità che sia ecceduto il massimo valore osservato, risultano, correttamente, non nulle ed hanno una rilevante importanza per la riproduzione degli estremi delle distribuzioni. Il limite principale della NST risiede infatti nell'incapacità di produrre, in fase di generazione, valori esterni all'intervallo definito dalle osservazioni. Tale circostanza non ha conseguenze di rilievo per variabili le cui fluttuazioni sono fisicamente limitate, quali ad es. l'umidità relativa, la temperatura, la pressione o la direzione del vento. Tuttavia, correzioni sono richieste per variabili non limitate, quale ad esempio l'altezza di marea meteorologica, essendo ovviamente desiderabile riprodurre in modo soddisfacente i valori estremi. Di conseguenza, per gli intervalli (aperti) esterni ai valori minimi e massimi osservati si è estesa la cdf discreta utilizzando delle 'code' con espressione analitica fissata adattate utilizzando un numero fissato tra i valori rispettivamente più bassi e più alti del campione ([46]). In particolare si sono valutati i risultati ottenuti con distribuzioni esponenziali, in legge di potenza, doppio esponenziali e di Weibull (per i valori minimi, [34]).

### 4.3 La precipitazione

La precipitazione è assunta essere il processo che guida l'intera generazione dell'insieme di variabili idro-meteorologiche correlate. A questo scopo, secondo l'impostazione modellistica tradizionale i valori di precipitazione vengono utilizzati per definire due distinti stati ('asciutto' o 'bagnato'), ai quali vengono fatte corrispondere diverse statistiche [86]. Nel presente lavoro si sono distinti tre diversi stati per descrivere in modo più dettagliato le relazioni statistiche tra le variabili di interesse valutate a due tempi successivi  $t$  e  $t - 1$ . In particolare si definisce lo stato 'bagnato' se la pioggia è diversa da zero sia al tempo  $t$  sia al tempo  $t - 1$ , lo stato 'asciutto' nel caso in cui la pioggia sia nulla in entrambi gli istanti temporali, e lo stato 'misto' per rappresentare la transizione da uno stato bagnato ad uno asciutto o viceversa:

- Stato bagnato:  $P(t) > 0$  e  $P(t - 1) > 0$ ;
- Stato asciutto:  $P(t) = 0$  e  $P(t - 1) = 0$ ;
- Stato misto:  $P(t) > 0$  e  $P(t - 1) = 0$  o  $P(t) = 0$  e  $P(t - 1) > 0$ ;

dove  $P(t)$  indica la precipitazione al tempo  $t$ .

Una ulteriore suddivisione è stata ottenuta tenendo in considerazione l'influenza della stagionalità sulle variabili climatiche considerate. Si è quindi proceduto a

dividere ulteriormente il campione di dati in mesi e a considerare quindi 36 sottoinsiemi di variabili relativi a ciascuna possibile combinazione di mesi e di stati (12 mesi e 3 stati di pioggia). Secondo questa suddivisione i dati meteorologici sono resi stazionari all'interno del campione di appartenenza.

### 4.3.1 Il Modello Stocastico di Bartlett-Lewis

I modelli stocastici di precipitazione utilizzano processi stocastici di punto ([10]) o nel piano ([11] e [12]) per descrivere la generazione di sequenze temporali o di campi di precipitazione con assegnate caratteristiche statistiche. Quindi, ove si disponga di una sequenza di registrazioni storiche limitata nel tempo tali modelli permettono di generare una serie di eventi di pioggia statisticamente equivalenti alle precipitazioni misurate ma caratterizzati da una maggiore durata rispetto alle serie osservate (e.g. centinaia di anni). Inoltre tali modelli consentono di ottenere le precipitazioni con opportune risoluzioni temporali (e.g. oraria) idonee al loro utilizzo nei modelli di risposta idrologica anche quando le serie storiche reperibili sono caratterizzate da una cadenza giornaliera. Per i dettagli analitici si veda la Sezione 4.3.1.

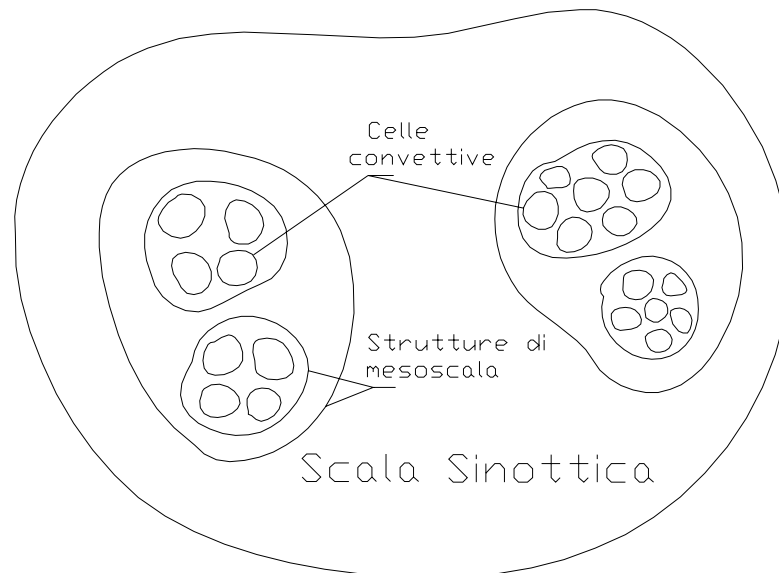


Figura 4.1: *Struttura spaziale gerarchica caratteristica degli eventi di precipitazione. Tratta da [37].*

La struttura dei modelli stocastici di precipitazione è modellata sulla base dell'organizzazione spaziale della precipitazione. Questa è infatti un fenomeno altamente non omogeneo, organizzato spazialmente in strutture gerarchiche a scale progressivamente maggiori [85] (Figura 4.1). Si possono distinguere le seguenti strutture:

- microscala o scala convettiva, dell'ordine di 5-10 km, alla quale predominano le celle convettive caratterizzate da elevate intensità di precipitazione e durate inferiori all'ora. Le celle sono in genere organizzate in gruppi;
- mesoscala, dell'ordine di 5-50 km, alla quale sono organizzate le perturbazioni. A tale scala si osservano gruppi di celle; essa è caratterizzata da intensità di precipitazione minori di quelle delle celle convettive;
- scala sinottica, di ordine superiore ai 100 km, alla quale si osservano raggruppamenti di insiemi di celle. Questa è la scala caratteristica della circolazione globale.

La precipitazione misurata a terra è il risultato del movimento di questo insieme di celle. In un punto di osservazione, ad esempio, la precipitazione sarà dunque caratterizzata da una sequenza correlata di valori che rifletta la successione delle strutture alle diverse scale.

Un modello particolarmente accessibile dal punto di vista analitico e pertanto facilmente utilizzabile nelle applicazioni idrologiche è il modello stocastico di Bartlett-Lewis ([71]). Questo ha i suoi fondamenti teorici su un processo Poissoniano di origine degli eventi di parametro  $\lambda$ . La probabilità  $P(s)$  che si realizzino  $s$  eventi in un intervallo  $\Delta t$  è perciò definita nel modo seguente:

$$P(s) = (\lambda \Delta t)^s \frac{e^{-\lambda \Delta t}}{s!} \quad (4.14)$$

in cui  $s$  è il numero di perturbazioni che hanno inizio nell'intervallo di tempo  $\Delta t$ . Si può mostrare [71] che il tempo che intercorre tra due perturbazioni (i.e. interarrival time) successive,  $t_s$ , è distribuito esponenzialmente:

$$P(T_s \leq t_s) = 1 - e^{-\lambda t_s} \quad (4.15)$$

Secondo il modello di Bartlett-Lewis il processo di generazione delle celle ha termine dopo un tempo  $t_g$  anch'esso distribuito in maniera esponenziale:

$$P(T_g \leq t_g) = 1 - e^{-\gamma t_g} \quad (4.16)$$

Ad ogni evento è associato un numero casuale di celle le cui origini seguono un processo Poissoniano di parametro  $\beta$ . La probabilità di osservare  $c$  celle nell'intervallo  $\Delta t$  è pertanto:

$$P(c) = (\beta\Delta t)^c \frac{e^{-\beta\Delta t}}{c!} \quad (4.17)$$

Il tempo di arrivo di due celle successive  $t_c$  e l'intensità  $i$  delle celle sono ancora distribuiti esponenzialmente:

$$P(T_c \leq t_c) = 1 - e^{-\beta t_c} \quad (4.18)$$

$$P(I \leq i) = 1 - e^{-\frac{i}{\mu_i}} \quad (4.19)$$

Infine, si assume una distribuzione esponenziale anche per la durata delle celle  $t_d$ :

$$P(T_d \leq t_d) = 1 - e^{-\eta t_d} \quad (4.20)$$

La struttura del modello prevede che il numero medio di celle per ogni evento sia generato da una distribuzione geometrica con media:

$$\mu_c = 1 + \frac{\kappa}{\phi} \quad (4.21)$$

dove  $k$  e  $\phi$  sono parametri adimensionali così definiti:

$$\begin{aligned} \kappa &= \beta/\eta \\ \phi &= \gamma/\eta \end{aligned} \quad (4.22)$$

Il processo di generazione è illustrato graficamente in Figura 4.2. Il modello così implementato risulta poco adatto ad un uso accoppiato con i modelli afflussi-deflussi che rappresenta l'applicazione di maggior interesse nella modellistica idrologica. Questo perché, come altri modelli di punto, tende a sovrastimare in maniera significativa il verificarsi di periodi asciutti [72]. La corretta caratterizzazione della risposta idrologica di un bacino dipende in modo imprescindibile da un'accurata descrizione dell'alternarsi di periodi asciutti e periodi piovosi.

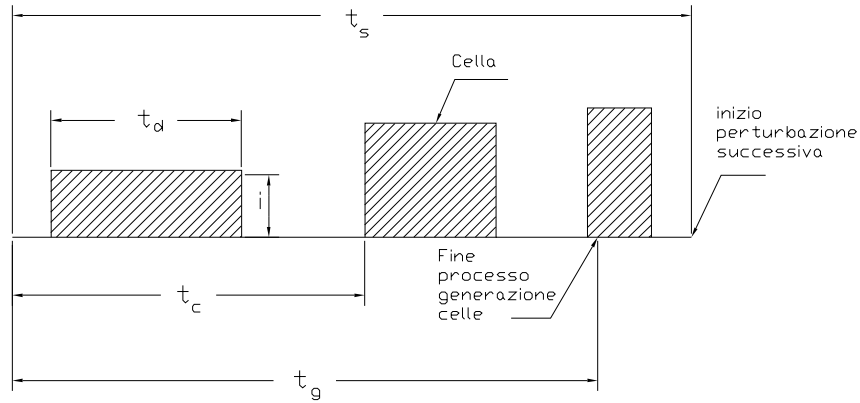
Al fine di ottenere una riproduzione della probabilità di pioggia più aderente alla realtà è possibile introdurre un ulteriore grado di libertà ed assumere quindi che il parametro  $\eta$ , da cui dipende la durata delle celle, possa variare casualmente da evento ad evento [72], secondo una comune distribuzione Gamma di indice  $\alpha$  e parametro di scala  $\nu$ . La densità di probabilità è pertanto descritta dalla seguente equazione:

$$f(\eta) = \frac{\nu^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \cdot e^{-\nu\eta} \cdot \eta^{\alpha-1} \quad (4.23)$$

$$E(\eta) = \frac{\alpha}{\nu} \quad (4.24)$$

$$var(\eta) = \frac{\alpha}{\nu^2} \quad (4.25)$$



Figura 4.2: *Struttura del modello di Bartlett-Lewis*

dove si assume  $\alpha > 1$  per avere una durata positiva delle celle.

Considerando i parametri descritti dall'equazione (4.22) si può pensare di tenere  $\beta$  e  $\gamma$  fissati con  $\eta$  variabile o viceversa di fissare  $\kappa$  e  $\phi$ . Quest'ultima scelta è sicuramente la più conveniente in quanto permette di avere degli eventi con una struttura comune ma su scale differenti. Ossia, nel nuovo modello differenti perturbazioni sono composte da celle caratterizzate da media e varianza della durata variabili da evento ad evento. In modo simile, la media degli intervalli di inter-arrivo delle celle e la media della durata della perturbazione (rispettivamente  $\beta^{-1}$  e  $\gamma^{-1}$ ) variano anch'essi casualmente ma in modo tale che  $\kappa$  e  $\phi$  rimangano costanti in tutto il processo. Tale assunzione è fisicamente plausibile perché perturbazioni più lunghe saranno caratterizzate da celle che tendono ad avere vita più lunga e da tempi di inter-arrivo più lunghi [72].

Dalle espressioni appena introdotte si possono dedurre altre caratteristiche fisiche che concorrono a determinare la struttura della precipitazione, in particolar modo è possibile ricavare il numero, la durata e l'intensità delle celle che compongono un evento:

- il numero medio di celle per evento si ricava dall'equazione (4.21):

$$\mu_c = 1 + \frac{\kappa}{\phi}$$

- la durata media delle celle è pari a:

$$E\left(\frac{1}{\eta}\right) = \frac{\nu}{\alpha - 1}$$

- la durata media dell'evento discende dalle precedenti espressioni e si può esprimere come:

$$\mu_T = E\left(\frac{1}{\eta}\right) \cdot \mu_c$$

- la media dei tempi di inter-arrivo delle celle si ricava dalla prima dell'equazioni (4.22) e risulta essere pari a:

$$\beta = \kappa \cdot E(\eta)$$

che tramite la (4.24) diventa:

$$\beta = \kappa \cdot \frac{\alpha}{\nu}$$

Le funzioni di probabilità sopra introdotte consentono di determinare le espressioni di alcune grandezze statistiche a diversi intervalli di aggregazione, che verranno utilizzate per la taratura. Allo scopo di tener presente come le caratteristiche delle precipitazioni variano al variare dell'intervallo di aggregazione, si considerano grandezze statistiche riferite sia ad aggregazioni dei dati su 24 ore, che ad aggregazioni su 48 ore ed in particolare:

dati aggregati su 24 ore:

- media ( $E_1$ );
- varianza ( $Var_1$ );
- autocovarianza con lag pari ad uno ( $Cov_1$ );
- frazione di giorni asciutti ( $P_1$ );

dati aggregati su 48 ore:

- varianza ( $Var_2$ );
- frazione dei giorni asciutti ( $P_2$ ).

Le grandezze sopra descritte possono essere espresse in funzione dei parametri del modello [72]:

$$\begin{aligned}
E_1 &= \frac{h\lambda\mu_c\mu_x\nu}{\alpha-1} \\
Var_1 &= 2A_1[h(\alpha-3)\nu^{2-\alpha} - \nu^{3-\alpha} + (\nu+h)^{3-\alpha}] - 2A_2[h\phi(\alpha-3)\nu^{2-\alpha} - \nu^{3-\alpha} + (\nu+h\phi)^{3-\alpha}] \\
Cov_1 &= A_1[(\nu+2h)^{3-\alpha} - 2(\nu+h)^{3-\alpha} + \nu^{3-\alpha}] - A_2[(\nu+2h\phi)^{3-\alpha} - 2(\nu+h\phi)^{3-\alpha} + \nu^{3-\alpha}] \\
P_1 &= \exp\left\{-h\lambda - \frac{\lambda}{\phi}\frac{\nu}{\alpha-1}\left[1 + \phi(k+\phi) - \frac{1}{4}\phi(k+\phi)(k+4\phi) + \frac{1}{72}\phi(k+\phi)(4k^2 + 27k\phi + 72\phi^2)\right] + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\lambda}{\phi+k}\frac{1}{\alpha-1}\left[\nu + \frac{k\nu^\alpha}{\phi}(\nu+h(k+\phi)^{\alpha-1})\right](1-k-\phi + \frac{3}{2}k\phi + \phi^2 + \frac{1}{2}k^2)\right\} \\
Var_2 &= 2A_1[2h(\alpha-3)\nu^{2-\alpha} - \nu^{3-\alpha} + (\nu+2h)^{3-\alpha}] - 2A_2[2h\phi(\alpha-3)\nu^{2-\alpha} - \nu^{3-\alpha} + (\nu+2h\phi)^{3-\alpha}] \\
Cov_2 &= A_1[(\nu+4h)^{3-\alpha} - 2(\nu+2h)^{3-\alpha} + \nu^{3-\alpha}] - A_2[(\nu+4h\phi)^{3-\alpha} - 2(\nu+2h\phi)^{3-\alpha} + \nu^{3-\alpha}] \\
P_2 &= \exp\left\{-2h\lambda - \frac{\lambda}{\phi}\frac{\nu}{\alpha-1}\left[1 + \phi(k+\phi) - \frac{1}{4}\phi(k+\phi)(k+4\phi) + \frac{1}{72}\phi(k+\phi)(4k^2 + 27k\phi + 72\phi^2)\right] + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\lambda}{\phi+k}\frac{1}{\alpha-1}\left[\nu + \frac{k\nu^\alpha}{\phi}(\nu+2h(k+\phi)^{\alpha-1})\right](1-k-\phi + \frac{3}{2}k\phi + \phi^2 + \frac{1}{2}k^2)\right\}
\end{aligned} \tag{4.26}$$

dove  $h$  indica l'intervallo base di aggregazione dei dati utilizzati che, nel caso in esame vale 24 ore e le costanti  $A_1$  e  $A_2$  sono definite da:

$$A_1 = \frac{\lambda\mu_c\nu^\alpha}{(\alpha-1)(\alpha-2)(\alpha-3)}\left(2\mu_x^2 + \frac{k\phi\mu_x^2}{\phi^2-1}\right) \tag{4.27}$$

$$A_2 = \frac{\lambda\mu_c k\mu_x^2\nu^\alpha}{\phi^2(\phi^2-1)(\alpha-1)(\alpha-2)(\alpha-3)} \tag{4.28}$$

La taratura del modello avviene sostituendo al primo membro delle espressioni sopra introdotte, i valori delle grandezze statistiche delle serie storiche. Risolvendo il sistema di equazioni che si ottiene, è possibile calcolare il valore dei sei parametri incogniti minimizzando la funzione obiettivo:

$$\begin{aligned}
F &= \left(1 - \frac{E_1}{E_{1*}}\right)^2 + \left(1 - \frac{Var_1}{Var_{1*}}\right)^2 + \left(1 - \frac{Var_2}{Var_{2*}}\right)^2 \\
&\quad + \left(1 - \frac{Cov_1}{Cov_{1*}}\right)^2 + \left(1 - \frac{P_1}{P_{1*}}\right)^2 + \left(1 - \frac{P_2}{P_{2*}}\right)^2
\end{aligned} \tag{4.29}$$

nella quale i termini segnati dall'asterisco rappresentano i valori ottenuti dalle serie storiche, mentre i rimanenti rappresentano le grandezze valutate attraverso le espressioni (4.26).

Mese	$\lambda [h^{-1}]$	$\nu [h]$	$\alpha$	$\beta/\eta$	$\gamma/\eta$	$\mu [mm/h]$
Gennaio	$8.95 \cdot 10^{-3}$	$5.88 \cdot 10^{-1}$	5.09	0.680	$2.95 \cdot 10^{-2}$	2.56
Febbraio	$8.2 \cdot 10^{-3}$	4.69	6.84	0.276	$7.54 \cdot 10^{-2}$	2.51
Marzo	$5.09 \cdot 10^{-3}$	8.21	8.26	$4.87 \cdot 10^{-2}$	$1.95 \cdot 10^{-2}$	3.66
Aprile	$1.05 \cdot 10^{-2}$	14.2	27.96	$6.85 \cdot 10^{-2}$	$2.40 \cdot 10^{-2}$	4.19
Maggio	$1.29 \cdot 10^{-2}$	12.61	12.07	0.587	0.191	1.70
Giugno	$1.4 \cdot 10^{-2}$	2.77	10.72	1.757	$7.40 \cdot 10^{-2}$	1.14
Luglio	$9.58 \cdot 10^{-3}$	9.02	14.93	0.717	0.304	3.74
Agosto	$9.36 \cdot 10^{-3}$	2.86	8.60	0.946	0.1	2.63
Settembre	$9.61 \cdot 10^{-3}$	2.02	7.47	0.699	$1.31 \cdot 10^{-1}$	5.67
Ottobre	$8.44 \cdot 10^{-3}$	1.41	5.27	0.567	$6.35 \cdot 10^{-2}$	3.54
Novembre	$8.12 \cdot 10^{-3}$	15.62	21.35	0.159	$5.25 \cdot 10^{-2}$	3.85
Dicembre	$98.74 \cdot 10^{-3}$	1.76	9.01	0.497	$53.86 \cdot 10^{-2}$	3.39

Tabella 4.1: Parametri di calibrazione del modello di Bartlett-Lewis per la stazione di Venezia.

Tale operazione è stata effettuata utilizzando il metodo del simplesso, che risolve il problema della minimizzazione multidimensionale, ossia trova il minimo di funzioni di più variabili indipendenti [54]. In Tabella 4.3.1 è riportato il *set* di parametri di calibrazione del modello per la stazione di Venezia.

## 4.4 Down-scaling temporale dei dati di marea

La risoluzione giornaliera del modello, più che sufficiente a riprodurre la scala caratteristica di variabilità di umidità, temperatura, pressione, velocità e direzione del vento, non è invece adeguata a descrivere la scala delle fluttuazioni del livello della marea meteorologica. Una tecnica di downscaling è stata dunque applicata per disaggregare i valori giornalieri di marea generati alla scala oraria. L'obiettivo di tale procedura è la generazione di una serie stocastica di dati a scala oraria rispettosa dei totali giornalieri e dell'autocorrelazione osservata alle piccole scale (e.g. [43]). Si sono valutate le prestazioni di due diverse tecniche di disaggregazione; una prima procedura accoppia allo spettro giornaliero generato una legge di potenza per le piccole scale, una seconda procedura accoppia allo spettro giornaliero generato lo spettro delle variabili orarie osservate alle piccole scale.

Nel primo caso operativamente si procede come segue (e.g. [55]):

1. Si stima lo spettro di potenza  $|\hat{P}(f)|^2$  (dove  $f$  è la frequenza) del livello di marea osservato a scala oraria;

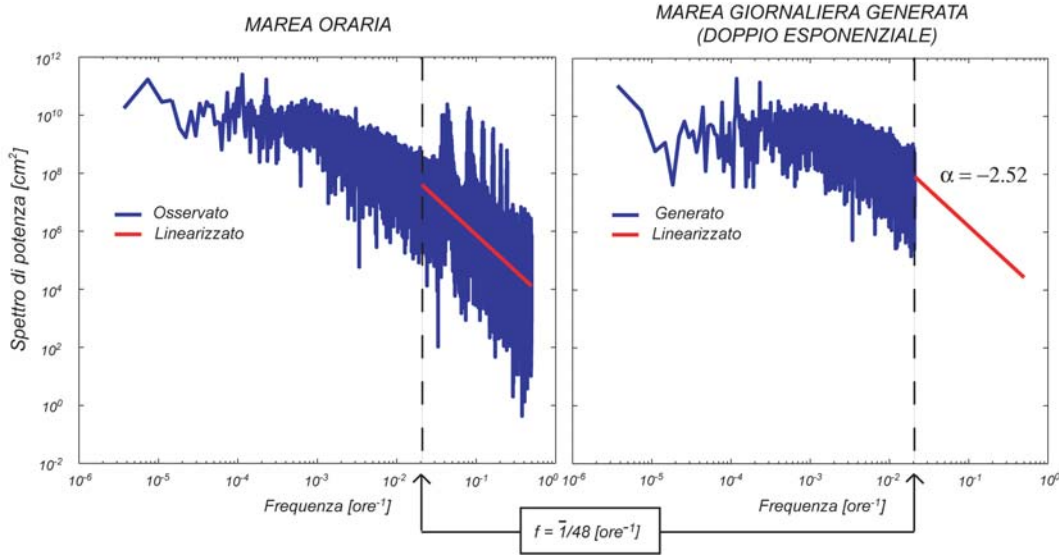


Figura 4.3: Spettro di potenza calcolato per il livello di marea oraria osservato e generato; linearizzazione nel piano logaritmico mediante una legge di potenza di parametro  $\alpha$ .

2. Si estrapola lo spettro di potenza  $|\hat{P}(f)|^2$  per le piccole scale, ovvero si assume che lo spettro di potenza caratteristico del livello di marea abbia un comportamento secondo una legge di potenza e si stima la pendenza logaritmica dello spettro ( $\alpha$ );
3. Si ottiene una trasformata di Fourier del livello di marea orario generato costruita con la trasformata di Fourier della serie giornaliera generata (fino alla frequenza  $\bar{f} = 1/48 \text{ ore}^{-1}$ ) e, per le frequenze a piccola scala, con la trasformata di Fourier  $\hat{g}(f)$  definita come:

$$\hat{g}(f) = |\hat{g}(f)| \exp(i\phi) \quad (4.30)$$

dove  $\phi(f)$  sono fasi uniformemente distribuite estratte in modo casuale e dove  $|\hat{g}(f)|^2 \propto (f)^\alpha$  è lo spettro linearizzato dalla serie oraria osservata.

La seconda tecnica è stata applicata al fine di riprodurre correttamente le fluttuazioni dello spettro orario le quali si discostano molto da un andamento a legge di potenza (come si vede in Figura 4.3).

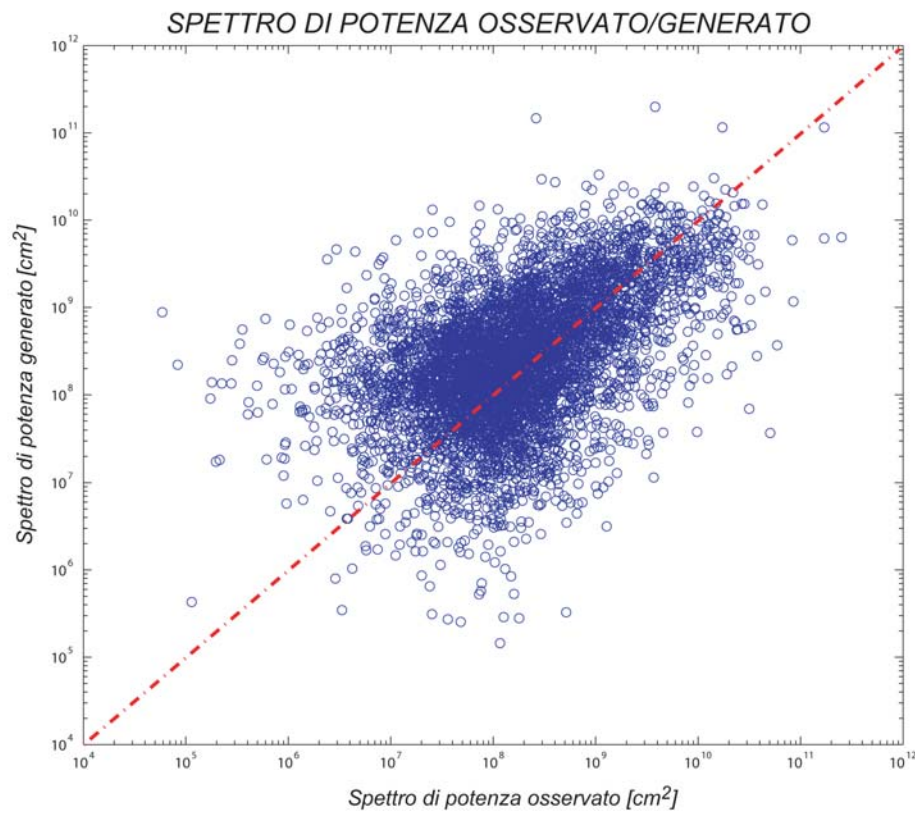


Figura 4.4: Confronto tra lo spettro di potenza osservato e generato entrambi alla scala giornaliera.

## 4.5 Il Modello stocastico di generazione di variabili climatiche: calibrazione dei parametri

### 4.5.1 Analisi dei dati osservati

La calibrazione del modello sviluppato è stata eseguita sulla base di più di 30 anni di dati osservati presso l'Istituto Cavanis a Venezia (Fig. 4.5). Le variabili climatiche misurate dall'Osservatorio dell'Istituto Cavanis negli anni 1968 – 1998 e di interesse nelle applicazioni idrologiche sviluppate nel presente lavoro sono riassunte nella Tabella 4.5.1.

<b>Variabile climatica</b>	<b>Unità di misura</b>	<b>Intervallo temporale di misura</b>
Pressione atmosferica	hPa	tri-giornaliera (8, 14 e 19)
Umidità	%	tri-giornaliera (8, 14 e 19)
Precipitazione	mm	giornaliera
Temperatura minima	°C	giornaliera
Temperatura massima	°C	giornaliera
Direzione del vento	°	tri-giornaliera (8, 14 e 19)
Velocità del vento	km/h	tri-giornaliera (8, 14 e 19)

Tabella 4.2: Variabili climatiche registrate nella stazioni di misura in corrispondenza dell'Istituto Cavanis.

Poichè la serie di variabili climatiche misurate dall'Istituto Cavanis non fornisce l'umidità minima e massima ma solo l'umidità media si è deciso di utilizzare, per la sola umidità, le osservazioni registrate nella vicina stazione di Mestre. Alla serie di dati così costruita sono state associate le misure di livello di marea osservate a Punta della Salute (VE) (Fonte: Consorzio Venezia Nuova) ([8]). La serie di livelli osservati è stata depurata dai contributi dovuti all'eustatismo e alla subsidenza e dalla marea astronomica, ricavandone in tal modo la sola componente meteorologica. Appare appena il caso di sottolineare l'importanza che riveste la corretta previsione dei contributi di marea e la valutazione di possibili effetti dovuti ai cambiamenti climatici per la città di Venezia ([68]) e di conseguenza l'utilità di sviluppare un generatore stocastico in grado di riprodurre serie sintetiche di marea meteorologica quale forzante dei modelli idrologico-idraulici.



Figura 4.5: Istituto Cavanis, stazione di misura delle variabili climatiche giornaliere dal 1968 al 1998.

Nelle Figure 4.7 - 4.14 sono riportate le frequenze cumulate di superamento delle variabili climatiche analizzate per tutti i 12 mesi in cui è stato suddiviso il campione, nello stato bagnato. Nelle Figure si osserva la tendenza verso un valore limite per l'umidità minima e massima (fisicamente limitata tra 0 e 100), per la temperatura minima e massima, per la pressione atmosferica e la direzione del vento; ciò giustifica l'assunzione adottata nel modello di limitare tali variabili ai loro massimi valori osservati assumendo che statisticamente gli estremi delle variabili non si discostano da essi. I livelli di marea meteorologica e la velocità del vento non mostrano invece un limite fisico evidente nelle serie osservate; si è quindi deciso, per semplicità, di approssimare la velocità del vento al massimo valore osservato nella serie storica (assunzione che può essere facilmente rimossa) e di stimare i massimi valori di marea attraverso un corretto *fitting* dei dati estremi osservati, mediante una distribuzione di probabilità doppio esponenziale di Gumbel per i massimi e un distribuzione di probabilità di Weibull per i minimi ([34])<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>La funzione di distribuzione cumulata doppio esponenziale di Gumbel a due parametri è definita come:  $F(x) = e^{-e^{-\frac{\mu-x}{\beta}}}$ , dove  $\mu$  e  $\beta > 0$  sono rispettivamente parametri di posizione e di scala. La funzione di distribuzione cumulata di Weibull a due parametri è definita dalla:  $F(x) = 1 - e^{-(frac{x}{\lambda})^k}$ , dove  $\lambda > 0$  è il parametro di scala e  $k > 0$  è il parametro di forma.



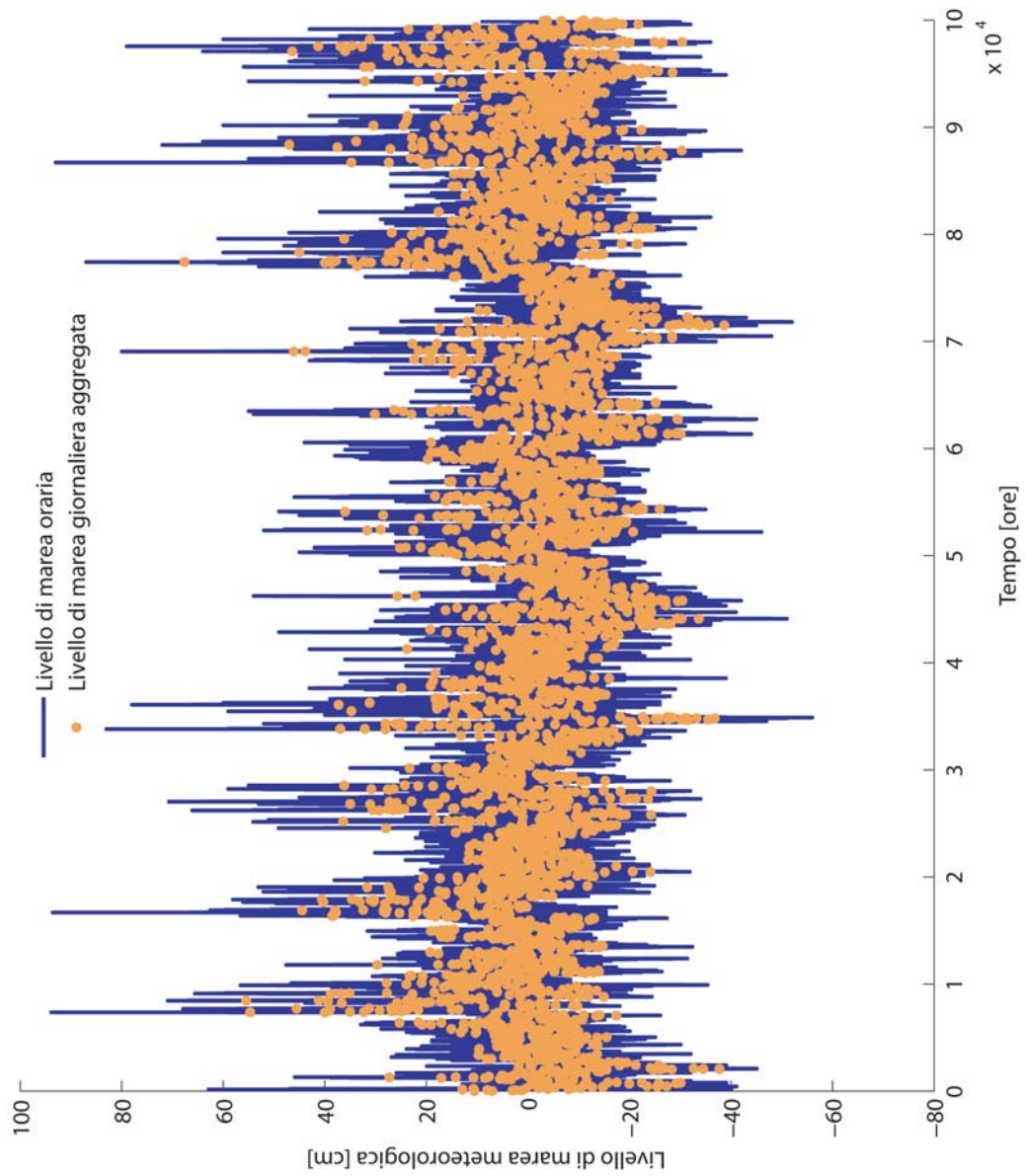


Figura 4.6: Serie temporale (parziale) del livello di marea meteorologica oraria e aggregata alla scala giornaliera .

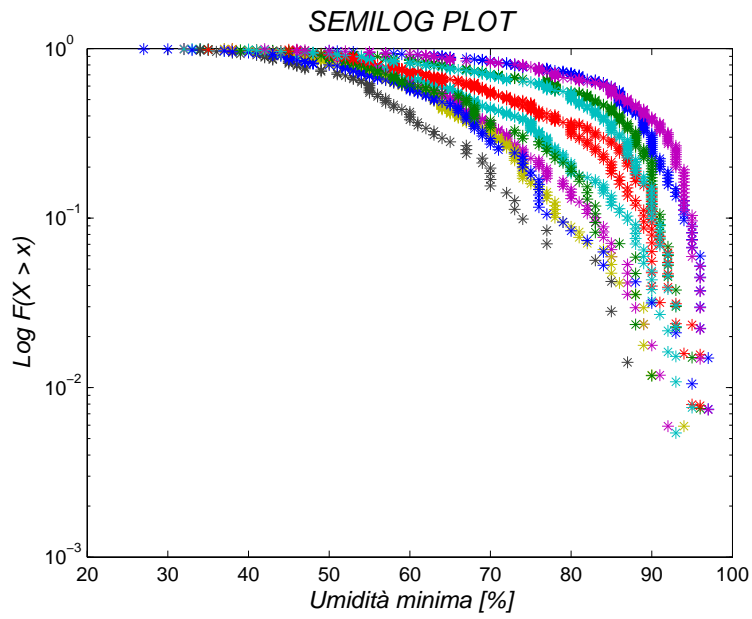


Figura 4.7: Frequenza cumulata di superamento: umidità minima.

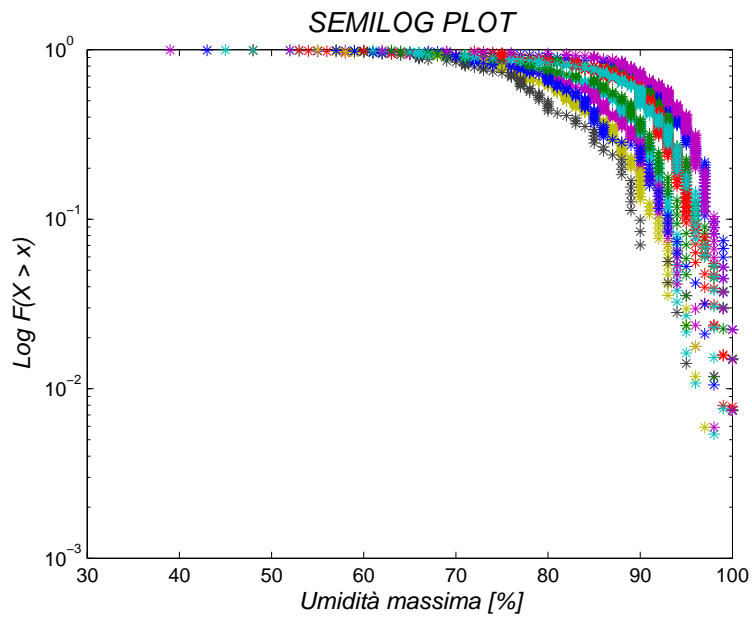


Figura 4.8: Frequenza cumulata di superamento: umidità massima.

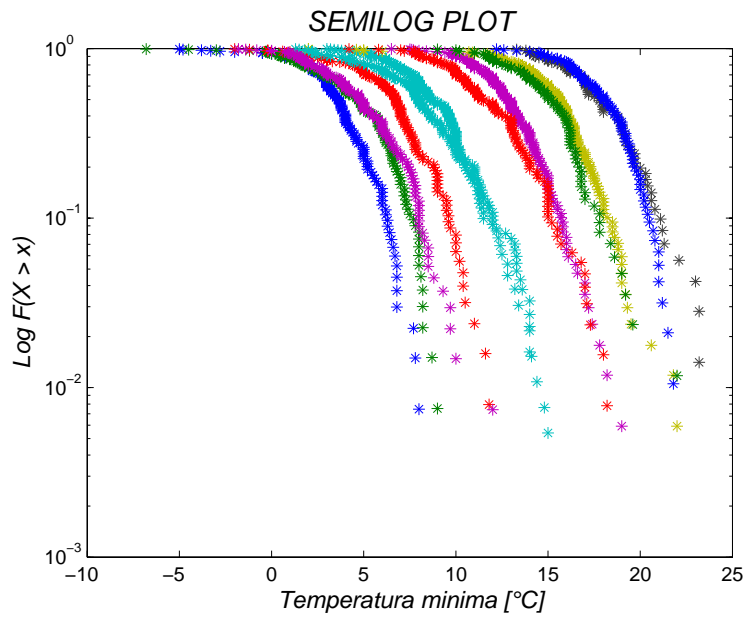


Figura 4.9: Frequenza cumulata di superamento: temperatura minima.

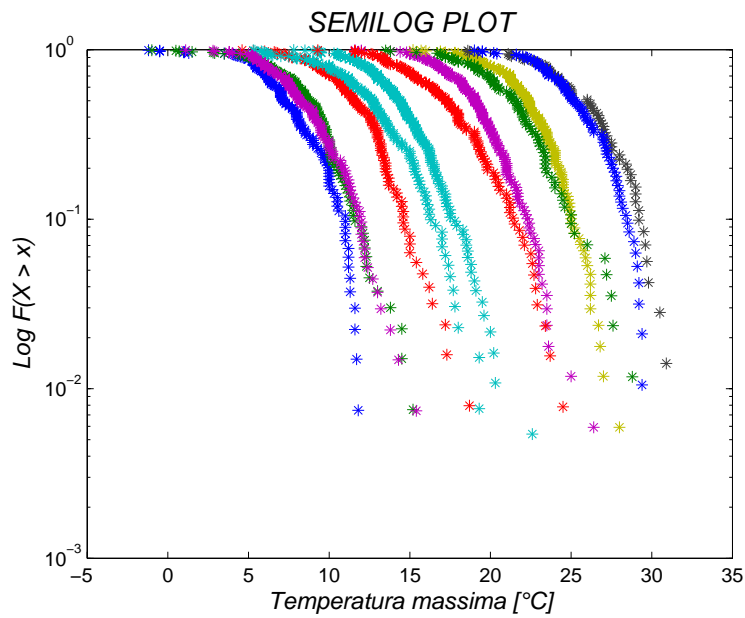


Figura 4.10: Frequenza cumulata di superamento: temperatura massima.

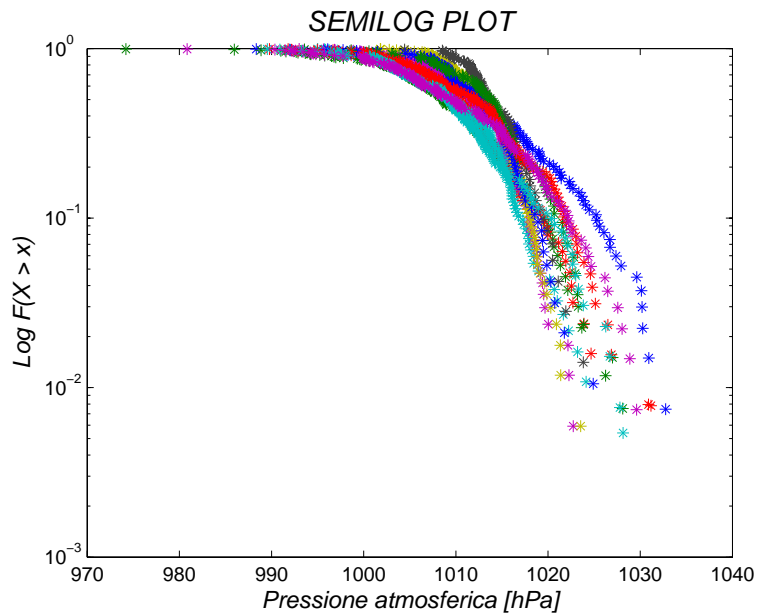


Figura 4.11: Frequenza cumulata di superamento: pressione atmosferica.

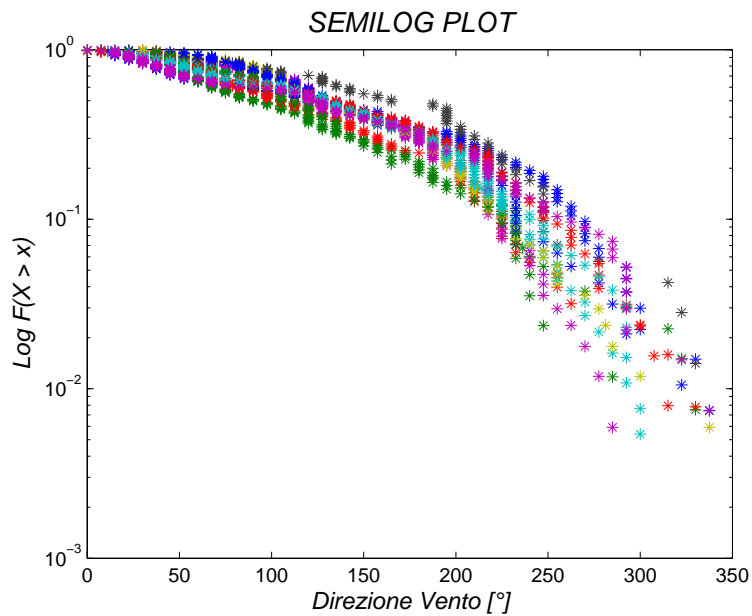


Figura 4.12: Frequenza cumulata di superamento: direzione del vento.

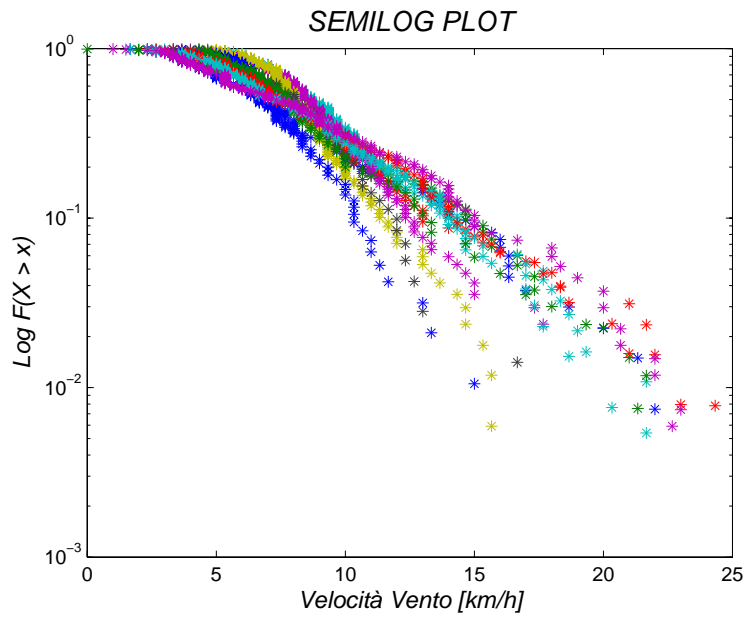


Figura 4.13: Frequenza cumulata di superamento: velocità del vento.

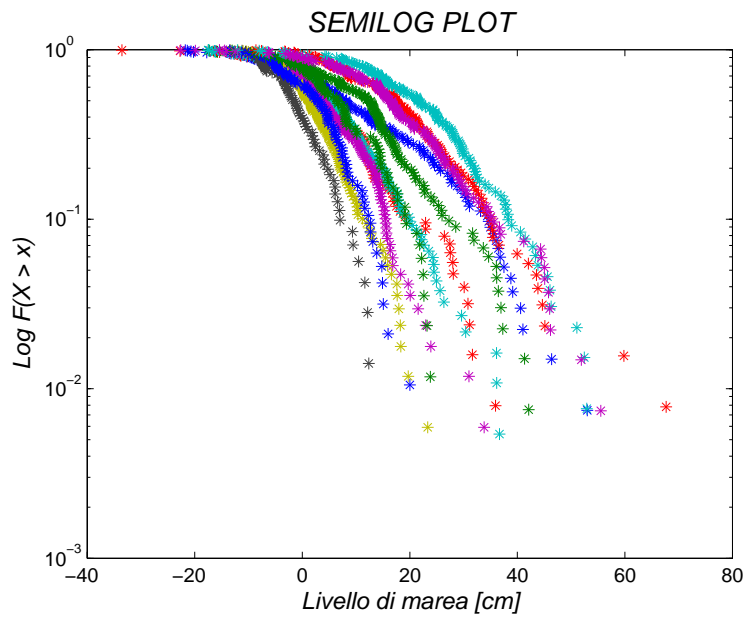


Figura 4.14: Frequenza cumulata di superamento: livello di marea meteorologica.

### 4.5.2 Il modello AR(1), Normal Score Transform e down-scaling: applicazioni

L'affidabilità del modello di generazione stocastica di variabili climatiche implementato è stata innanzitutto testata nella corretta riproduzione da parte del modello di medie e distribuzioni delle variabili osservate. Nelle Figure 4.15 - 4.19 si riportano le media mensili delle variabili climatiche generate. In Figura 4.20 si riporta la media mensile del livello di marea giornaliero generato con 10 diversi *run* del modello multivariato e ri-normalizzato utilizzando la *NST* utilizzando la distribuzione doppio esponenziale di Gumbel per *fittare* i valori estremi. Si osserva il buon accordo tra le medie calcolate sui dati osservati e sintetici per tutte le variabili considerate. Si sono in seguito calcolati i coefficienti di correlazione delle variabili osservate e simulate e si sono eseguiti i confronti; in Figura 4.21 si riporta una matrice quadrata di dimensione  $K$  costituita dalla diagonale inferiore della matrice di correlazione delle variabili osservate e dalla diagonale superiore della matrice di correlazione delle variabili generate dal modello (si noti che la matrice dei coefficienti di correlazione è una matrice simmetrica), calcolate per il mese di Novembre. Si osserva il buon accordo tra i coefficienti di correlazione osservati e simulati. In particolare si nota la forte correlazione tra umidità minima e massima e tra temperatura minima e massima e l'anti correlazione tra il livello di marea (LM) e la pressione atmosferica, in accordo con il processo fisico per cui si ha il fenomeno dell'alta marea in corrispondenza di un abbassamento della pressione atmosferica e dunque in presenza di una perturbazione meteorica.

Nelle Figure 4.22 - 4.26 (per brevità solo una selezione) si riportano i diversi confronti tra le distribuzioni di probabilità utilizzando: le variabili originali, le variabili normalizzate in modo standard (Equazione 4.11), le variabili normalizzate utilizzando la *NST*, le variabili generate dal modello multivariato e ri-normalizzate utilizzando l'Equazione 4.11 ed infine le variabili generate dal modello multivariato e ri-normalizzate utilizzando la formula *NST*. Solamente per il livello di marea si è riportata anche la distribuzione di probabilità della variabile generata e ri-normalizzata con la *NST* applicando la distribuzione di Gumbel per gli estremi.

Nei Grafici 4.22 - 4.26 si può osservare come il modello AR(1) accoppiato alla tecnica di normalizzazione *NST* riproduca correttamente anche le distribuzioni di probabilità delle variabili, altrettanto non si può dire per la generazione e successiva ri-normalizzazione eseguita con l'approccio standard.

Si è inoltre voluta testare la robustezza del modello di generazione attraverso il confronto delle distribuzioni cumulate di superamento delle variabili climatiche osservate e sintetiche per 10 diverse realizzazioni di 31 anni di dati, utilizzando il *fitting* doppio esponenziale di Gumbel per i valori estremi. Nelle Figure 4.27 - 4.29 si riporta tale confronto per il livello di marea meteorologica; si può notare il buon accordo tra le generazioni e la serie osservata, in particolare per la distribuzione risultante dalla media delle singole realizzazioni.

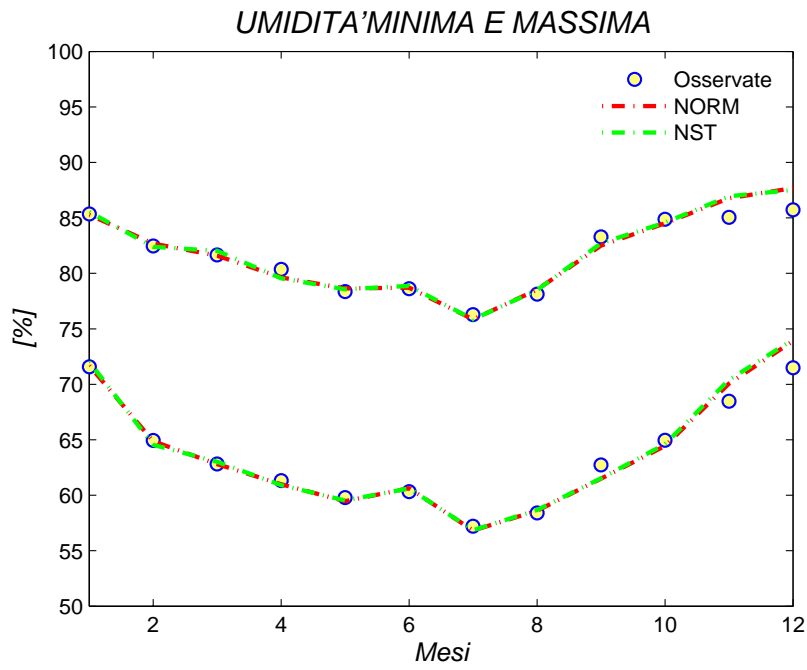


Figura 4.15: Medie mensili di umidità minima e massima.

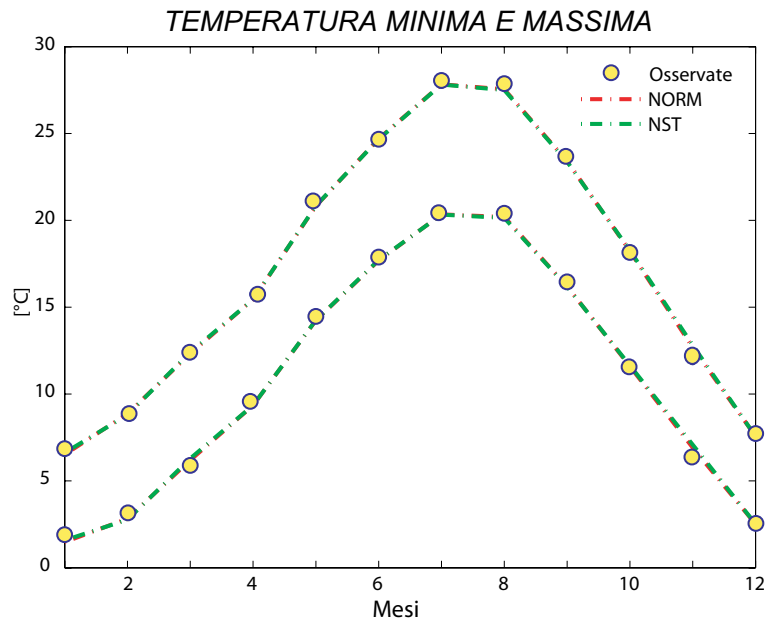


Figura 4.16: Medie mensili di temperatura minima e massima.

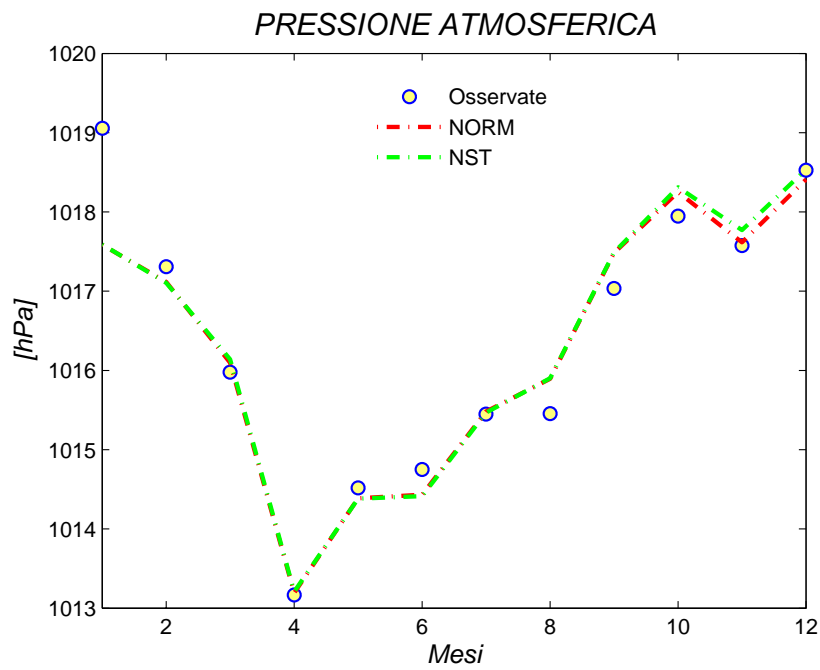


Figura 4.17: Medie mensili di pressione atmosferica.

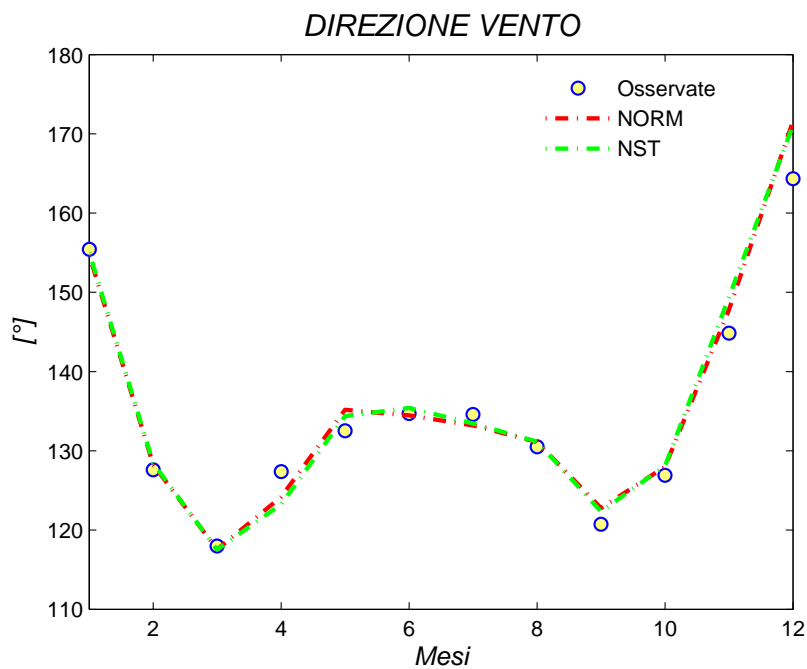


Figura 4.18: Medie mensili di direzione del vento.



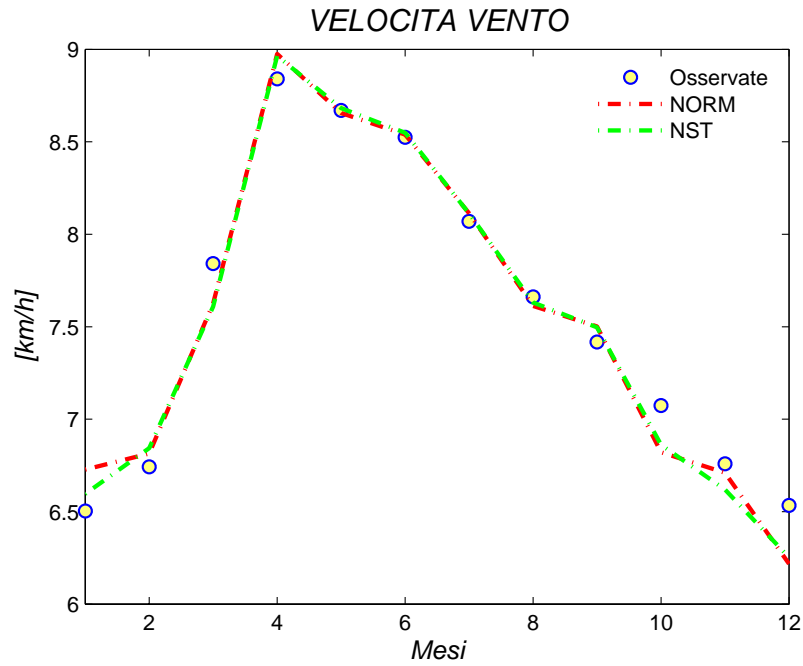


Figura 4.19: Medie mensili di velocità del vento.

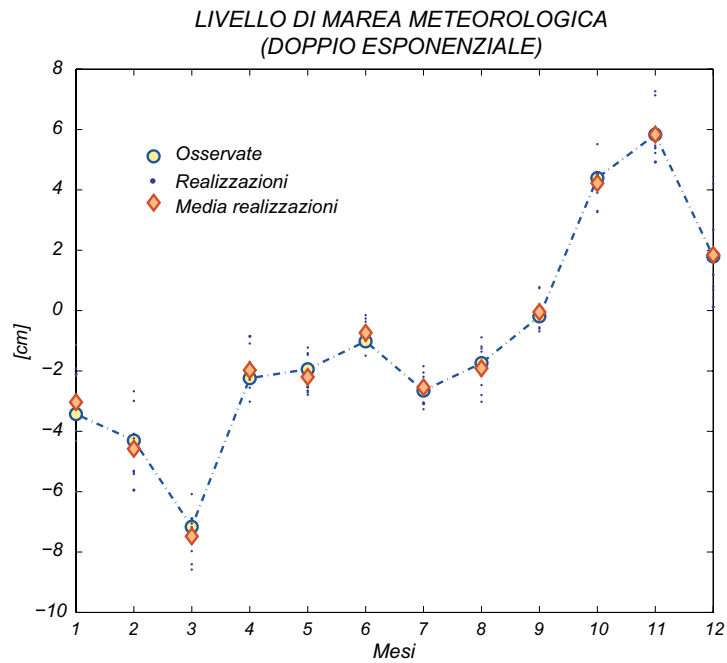


Figura 4.20: Medie mensili di livello di marea meteorologica. Le 10 realizzazioni e la media di esse.

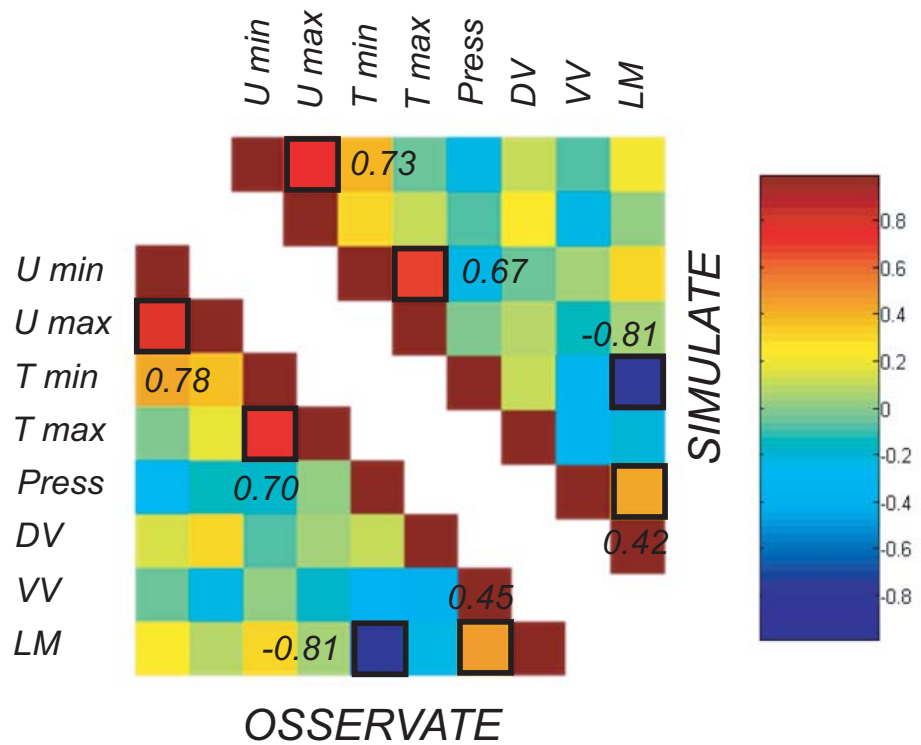


Figura 4.21: Confronto tra i coefficienti di correlazione delle variabili osservate e simulate, calcolati per il mese di Novembre. Si notino le seguenti abbreviazioni: DV (direzione del vento), VV (velocità del vento) e LM (livello di marea).

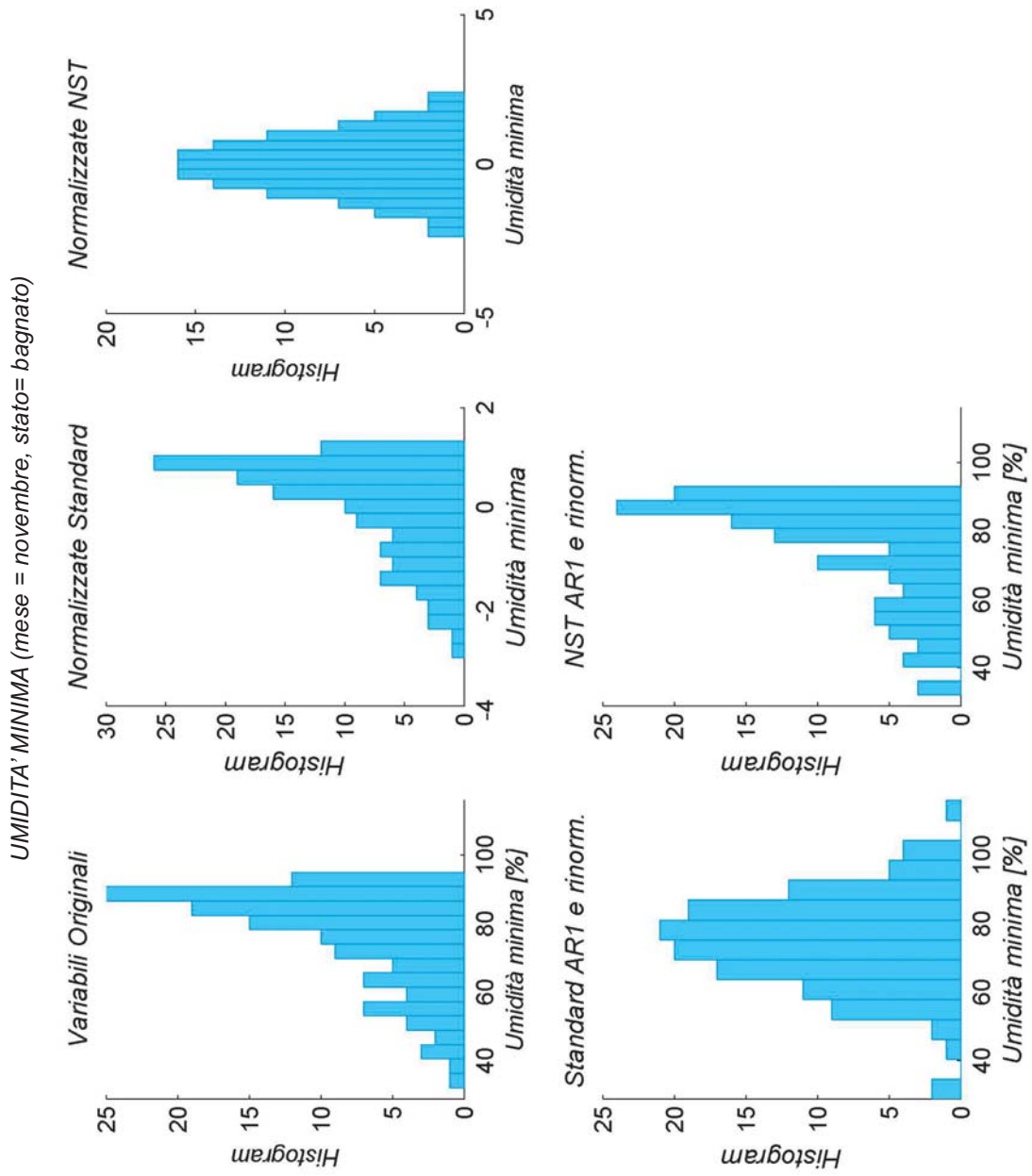


Figura 4.22: Variabile: umidità minima, Mese: novembre, Stato: bagnato.

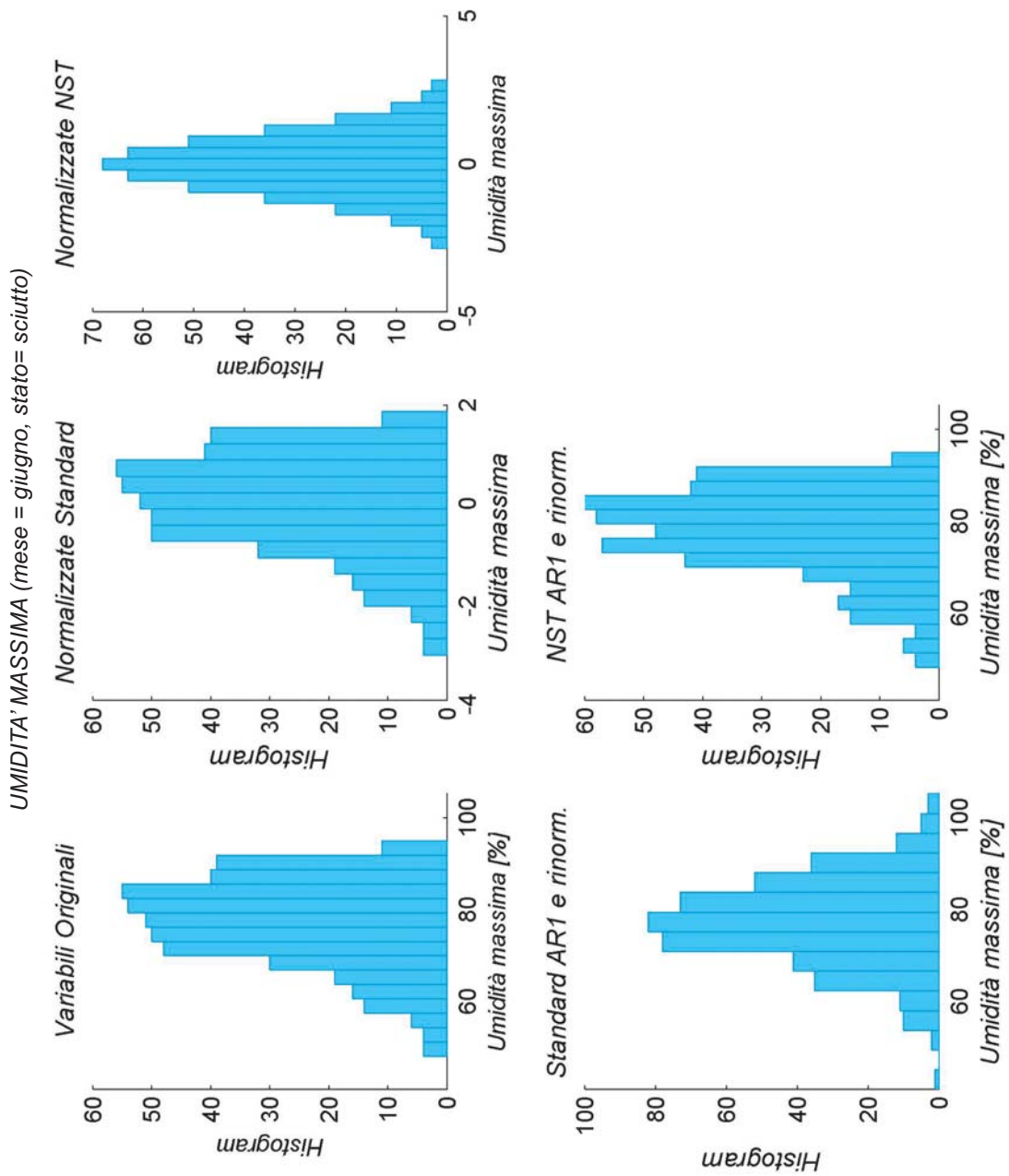


Figura 4.23: Variabile: umidi  massima, Mese: giugno, Stato: asciutto.

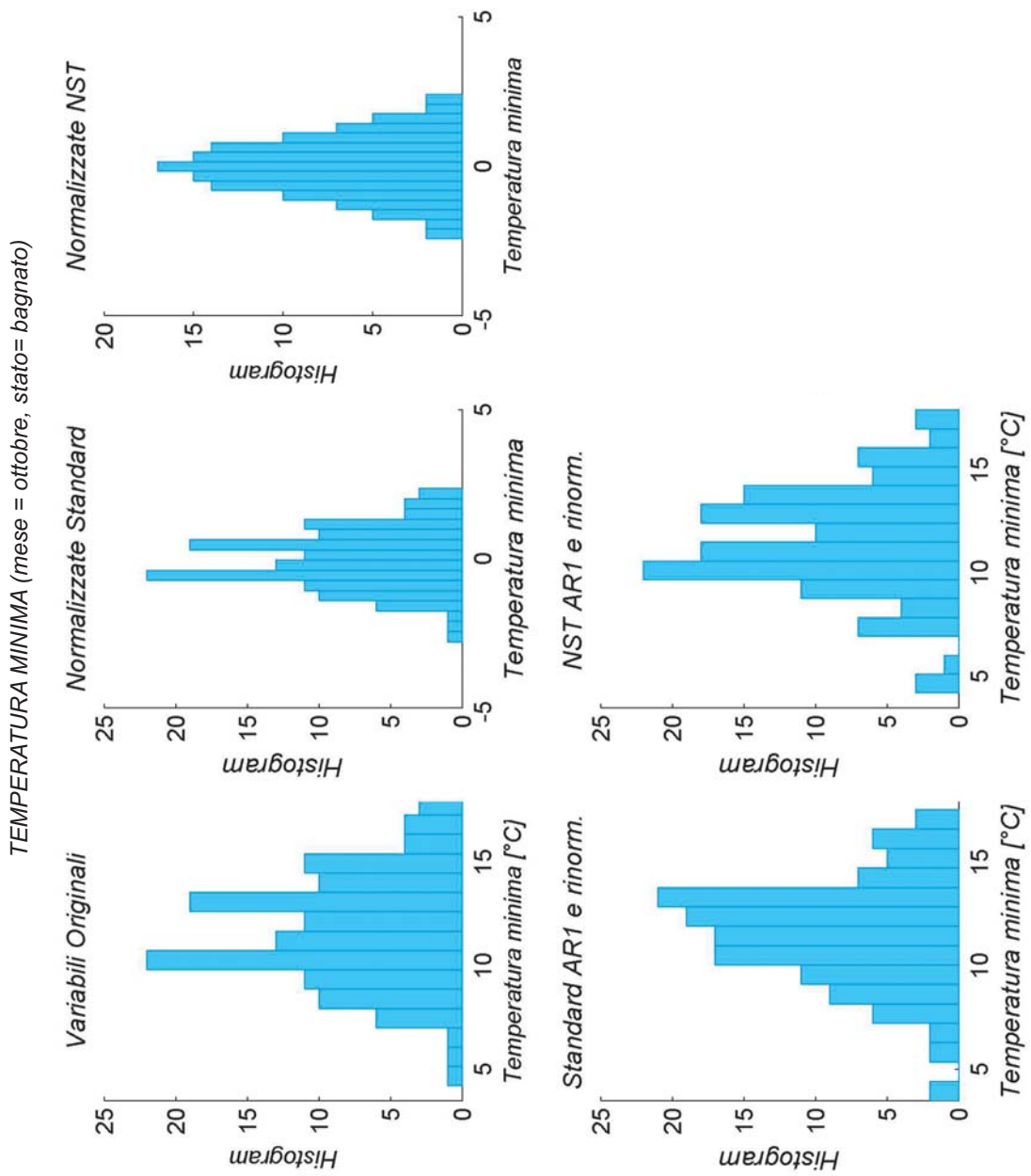


Figura 4.24: Variabile: temperatura minima, Mese: ottobre, Stato: bagnato.

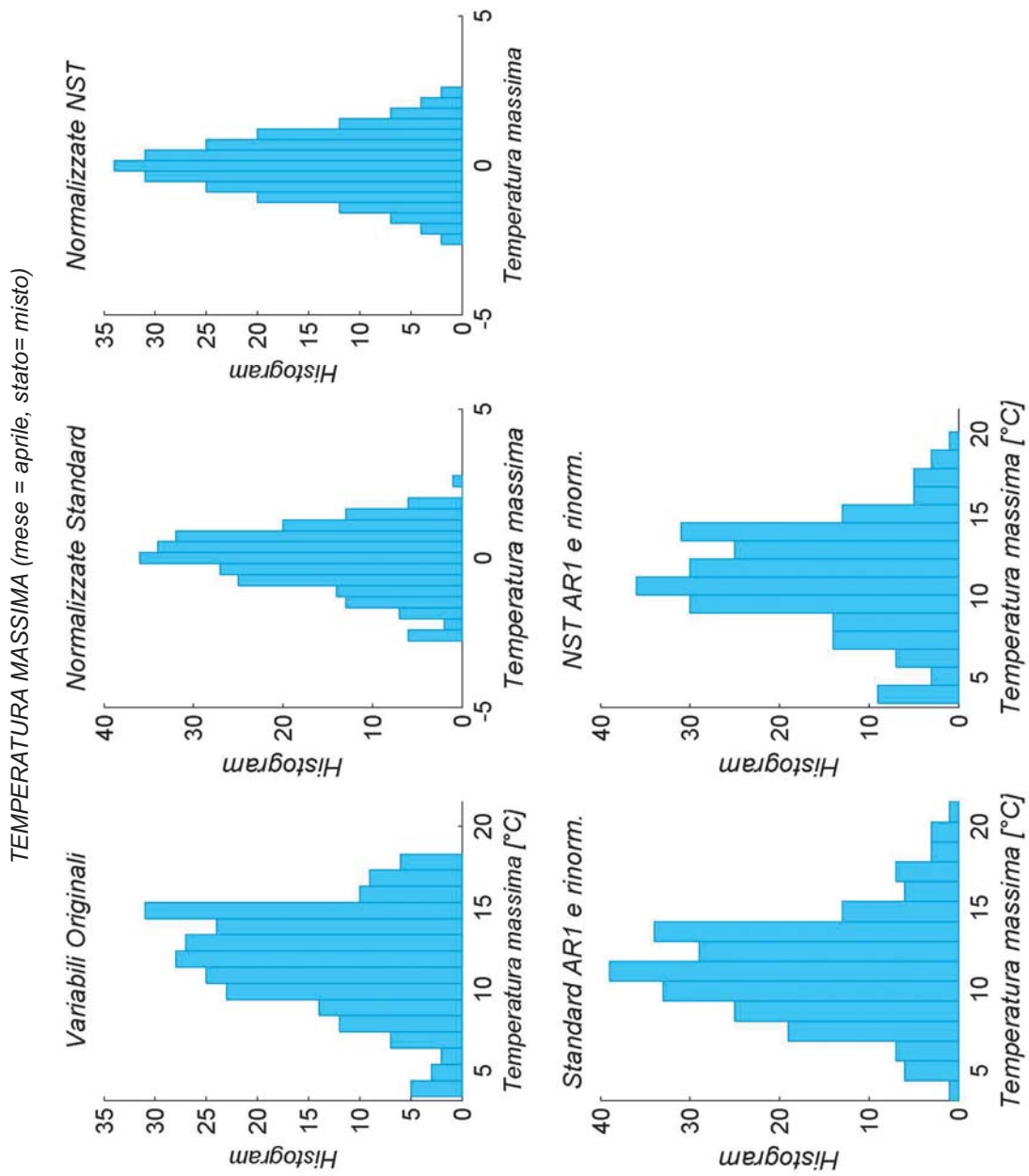


Figura 4.25: Variabile: temperatura massima, Mese: novembre, Stato: misto.

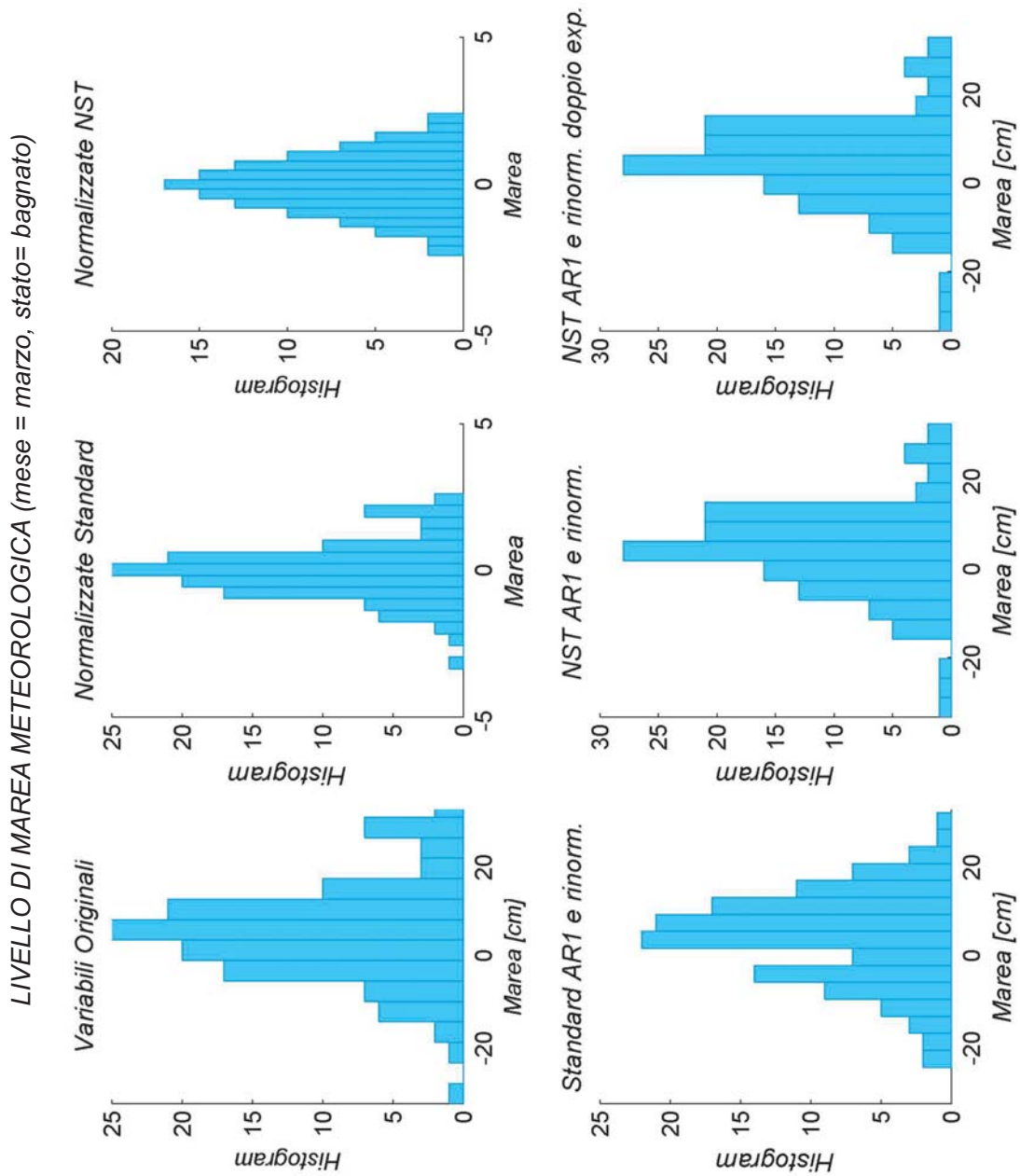


Figura 4.26: Variabile: livello di marea, Mese: marzo, Stato: bagnato.

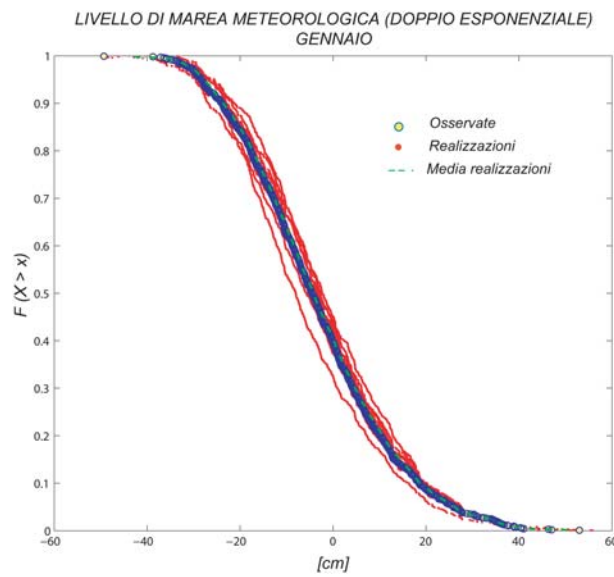


Figura 4.27: Frequenza cumulata di superamento. Variabile: livello di marea, Mese: gennaio.

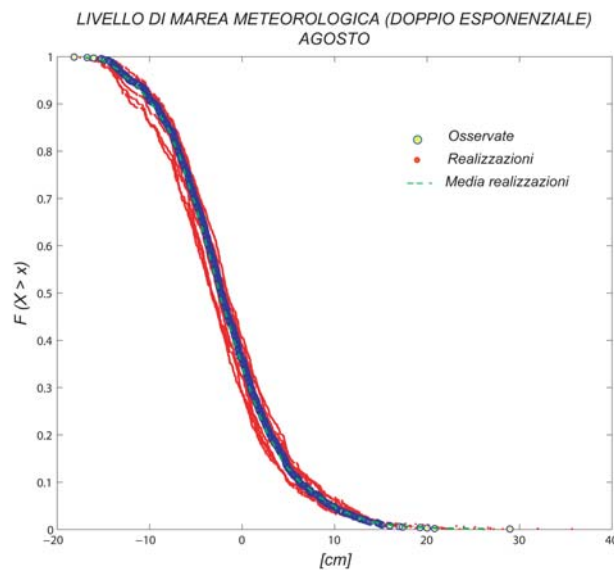


Figura 4.28: Frequenza cumulata di superamento. Variabile: livello di marea, Mese: agosto.



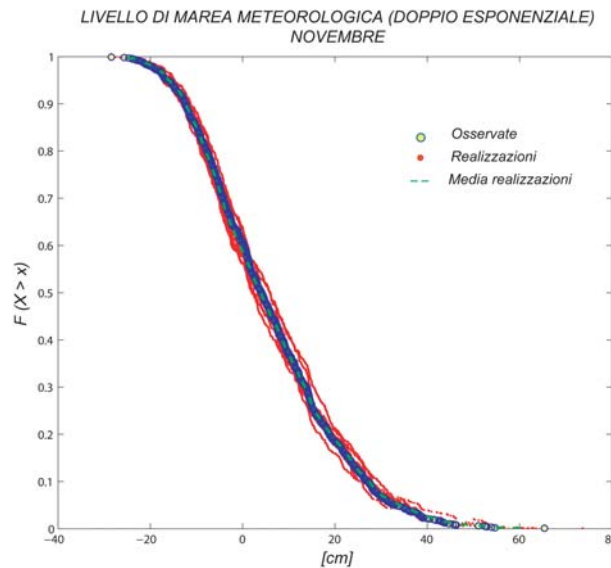


Figura 4.29: Frequenza cumulata di superamento. Variabile: livello di marea, Mese: novembre.

Le prime prove effettuate applicando la legge di potenza allo spettro caratteristico dei livelli di marea per le piccole scale (inferiori ad un periodo di 2 giorni) ha portato a risultati non soddisfacenti nella riproduzione della variabilità oraria. Per tale ragione d'ora in avanti si farà riferimento al secondo approccio di disaggregazione descritto che consiste nell'associare alle piccole scale lo spettro caratteristico della variabile oraria osservata. Seguendo tale schema per le grandi scale (frequenza superiore a  $1/48ore^{-1}$ ) si è conservato lo spettro della variabile giornaliera generata attraverso il modello AR(1) e per le piccole scale si sono disaggregate 10 realizzazioni ottenute dall'applicazione del modello multivariato e la ri-normalizzazione *NST* con il trattamento degli estremi mediante la distribuzione di Gumbel. Della tecnica descritta è stata valutata la capacità di conservazione delle medie e delle distribuzioni dei dati osservati. In Figura 4.30 si riporta il confronto tra i valori delle medie mensili dei livelli di marea orari osservati e generati dal modello stocastico disaggregato alla scala oraria per 10 *run* di generazione. Nelle Figure 4.31 - 4.32 si riportano le frequenze cumulate di superamento del livello di marea meteorologica orario, ottenuto per un'unica realizzazione del modello di generazione stocastica alla scala giornaliera e poi disaggregato alla scala oraria. Si noti il buon accordo tra le variabili osservate e generate, sia in termini di media sia in termini di distribuzione.

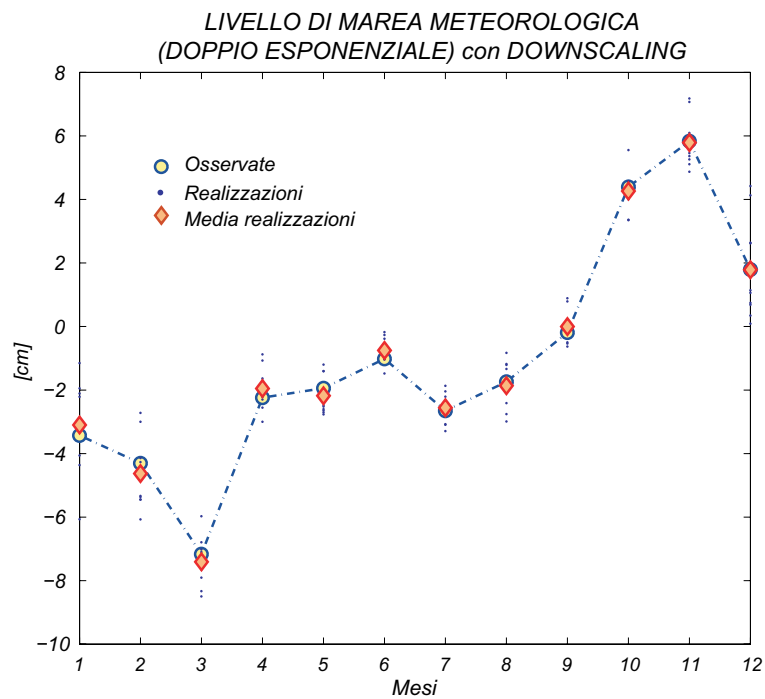


Figura 4.30: Variabile: livello di marea, Mese: marzo, Stato: bagnato. Medie mensili calcolate applicando la disaggregazione temporale per 10 *run* di generazione del modello multivariato.

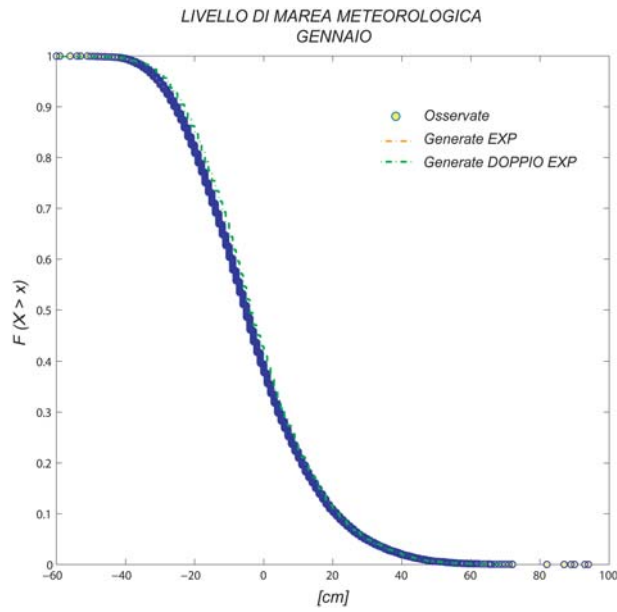


Figura 4.31: Frequenza cumulata di superamento. Variabile: livello di marea, Mese: gennaio. Downscaling dopo la ri-normalizzazione *NST* delle variabili generate.

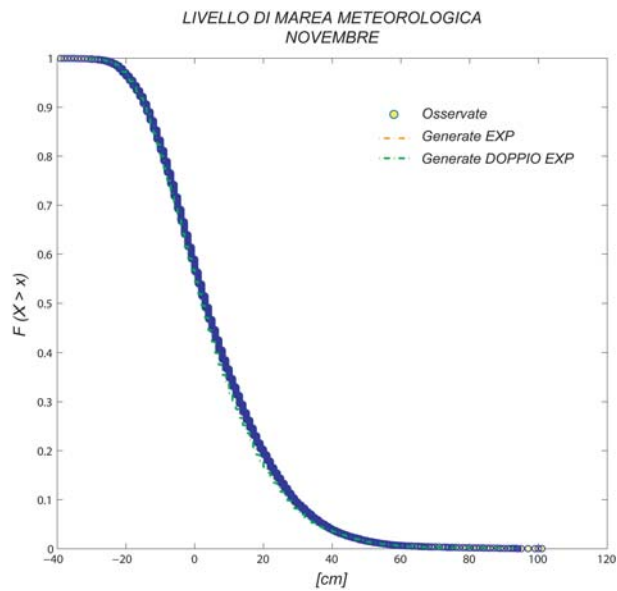


Figura 4.32: Frequenza cumulata di superamento. Variabile: livello di marea, Mese: novembre. Downscaling dopo la ri-normalizzazione *NST* delle variabili generate.

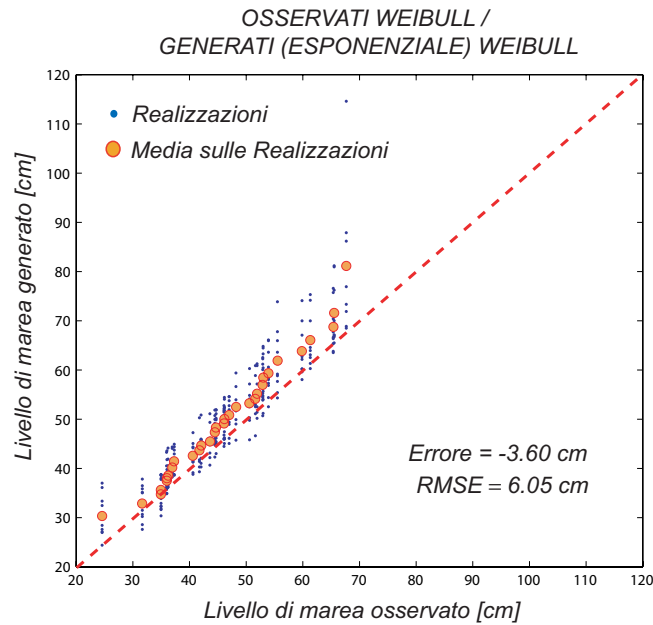


Figura 4.33: *Quantile-Quantile plot*: osservati giornalieri e 31 anni di generati giornalieri (esponenziale).

### 4.5.3 Gli eventi estremi

Al fine di valutare il comportamento del modello stocastico di generazione di variabili climatiche sviluppato per i valori estremi annui del livello di marea meteorologica si è proceduto in un primo momento analizzando i valori estremi della serie di livelli sintetici giornalieri generati dal modello stocastico per più realizzazioni del modello stesso (trascurando per il momento la disaggregazione temporale alla scala oraria). Nelle Figure 4.36 e 4.37 sono riportati i *Q-Q plot* in cui sono associati tra loro i massimi valori annui di livello di marea osservati e generati corrispondenti ad uno stesso valore di probabilità di non superamento. I massimi annuali sintetici sono stati ottenuti per mezzo di 10 diversi *run* di generazione di 31 anni di variabili, in cui si sono utilizzate due tecniche diverse di *fitting* dei valori estremi delle singole distribuzioni delle variabili; nel primo caso (Figura 4.36) gli estremi delle distribuzioni (per i 36 sottoinsiemi descritti in cui si è suddiviso il campione) sono stati *fit*tati utilizzando una distribuzione di probabilità di tipo esponenziale, nel secondo caso (Figura 4.37) il *fit*tting è stato eseguito con una legge di distribuzione doppio esponenziale di Gumbel, la quale si è dimostrata più adatta alla riproduzione dei valori estremi (si confrontino gli errori assoluti osservato-generato e la radice dello scarto quadratico medio (RMSE)).

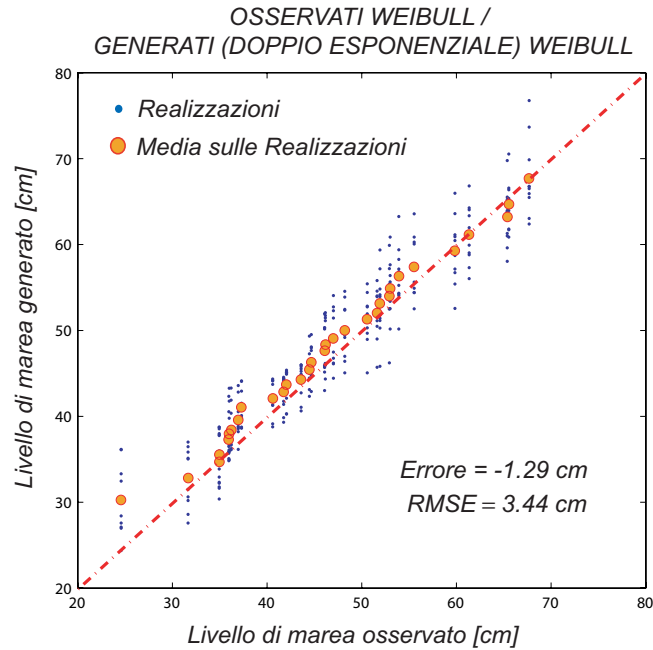


Figura 4.34: *Quantile-Quantile plot*: osservati giornalieri e 31 anni di generati giornalieri (doppio esponenziale).

In un secondo momento è stata valutata la distribuzione dei valori estremi per le 10 realizzazioni di 31 anni di variabili giornaliere disaggregate alla scala oraria. Il risultato dell'analisi riportato nel *Q-Q plot* in Figura 4.35, mostra un sensibile peggioramento del modello nella riproduzione dei valori massimi annuali i quali vengono sotto stimati nella loro probabilità di non superamento rispetto ai valori orari massimi annuali osservati.

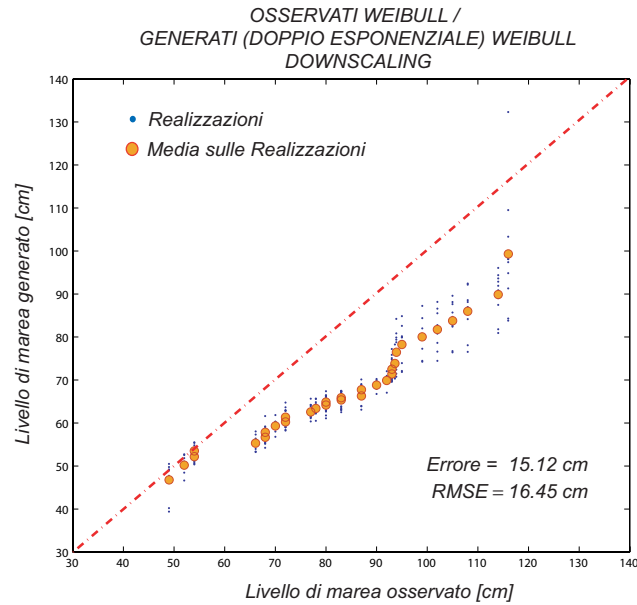


Figura 4.35: *Quantile-Quantile plot*: osservati orari e generati orari per 10 realizzazioni di 31 anni di variabili sintetiche (Downscaling dopo la ri-normalizzazione *NST* (doppio esponenziale)).

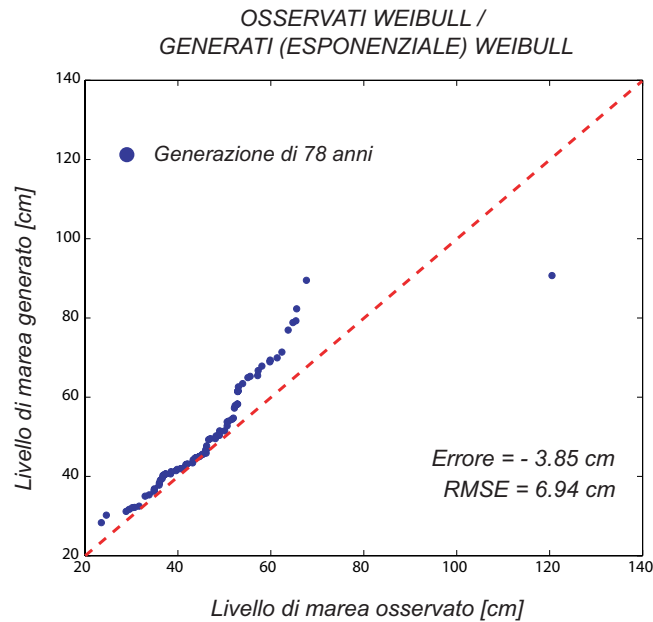


Figura 4.36: *Quantile-Quantile plot*: osservati giornalieri e 78 anni di generati giornalieri (esponenziale).

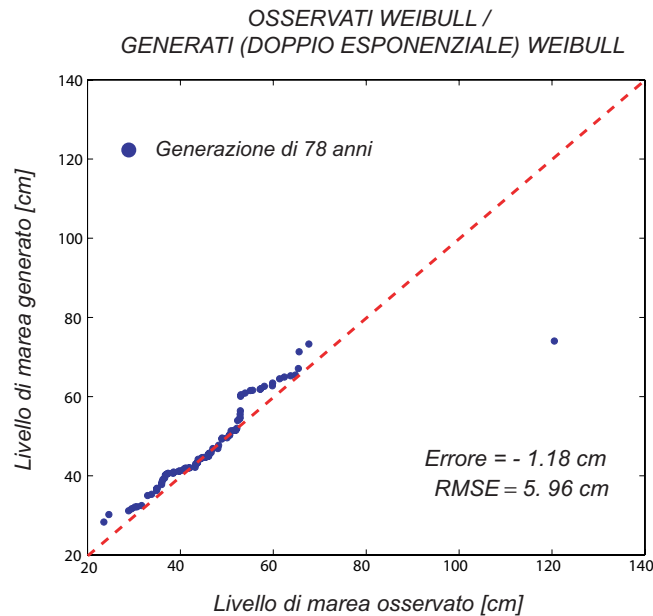


Figura 4.37: *Quantile-Quantile plot*: osservati giornalieri e 78 anni di generati giornalieri (doppio esponenziale).

Dalle Figure 4.36 - 4.35 si evince che il modello multivariato a scala giornaliera accoppiato alla ri-normalizzazione con il *fitting* doppio esponenziale, riproduce correttamente i valori massimi annuali osservati. La tecnica di downscaling applicata alle variabili generate dal modello multivariato, pur rispettando le medie mensili e le distribuzioni cumulate di superamento, genera una serie oraria di dati in cui i valori estremi tendono ad essere mediamente sotto stimati rispetto alla serie osservata (con realizzazioni migliori di altre).

Una ulteriore interessante analisi consiste nella verifica delle capacità predittive del modello calibrato con un limitato (seppur congruo) *set* di informazioni iniziali. Si è quindi proceduto andando a valutare i massimi valori di livello osservati in un campione misurato di 78 anni (previa aggregazione del campione alla scala giornaliera); tali valori sono stati confrontati con un set sintetico di eguale lunghezza generato dal modello in cui i parametri sono stati valutati sulla base dei dati di 31 anni; in tal modo si analizza la capacità di estrapolazione del modello stesso. È da notare che il campione di dati osservati considerato nell'analisi va dal 1924 al 2001 (78 anni) essendo quindi compreso anche l'evento del 1966 che con un livello di marea meteorologica di circa 190 cm (dato orario) ha comportato per Venezia le disastrose conseguenze note a tutti. Le Figure 4.36 e 4.37 mostrano come il generatore stocastico accoppiato al *fitting* doppio esponenziale degli estremi riproduca correttamente i massimi annuali, tranne l'evento del 1966; prestazioni meno raffinate seguono al *fitting* esponenziale.





# Capitolo 5

## Conclusioni

Una gestione accorta del territorio e delle risorse idriche può oggi basarsi su modelli eco-idrologici che consentono di valutare i regimi idrologici dominanti e la risposta ad eventi di piena dei sistemi naturali anche in un contesto di rapido mutamento ambientale indotto dall'attività umana e da cambiamenti climatici. Gli strumenti matematici adatti a tale scopo sono costituiti da moderni modelli di risposta idrologica, da modelli stocastici della precipitazione e da modelli della circolazione atmosferica. In questo quadro generale, le attività di ricerca descritte nella presente tesi si sono concentrate sull'accoppiamento di modelli idrologici basati sulla rappresentazione dei processi fisici responsabili della produzione del deflusso e del suo trasporto e modelli previsionali di variabili climatiche, meteorologiche (modelli di circolazione atmosferica) o Montecarlo (generatori stocastici delle variabili meteorologiche).

Un modello idrologico di piena affidabile e robusto, ancorato alle caratteristiche morfologiche e fisiche di un sistema idrografico è uno strumento fondamentale per la gestione del territorio, particolarmente con riferimento alla valutazione ed alla previsione di eventi estremi. In questo quadro, un tale modello di piena deve soprattutto avere la capacità di predire il comportamento del sistema in diverse condizioni quanto a stato iniziale del bacino e caratteristiche dell'evento meteorologico forzante. Una parte consistente delle attività descritte nella presente tesi ha riguardato lo sviluppo di modelli geomorfologici della risposta idrologica (e.g. [65] e [66]) per alcuni sistemi di rilevante interesse applicativo. In particolare, si sono sviluppate applicazioni a due bacini montani caratterizzati da differenti regimi idrologici: il bacino del Fiume Brenta (Veneto e Trentino Alto Adige) ed il bacino del Fiume Tirso (Sardegna). I due casi studio sono di notevole interesse per la necessità da parte delle competenti Autorità di Bacino di sviluppare affidabili supporti idrometeorologici di previsione delle piene e di gestione dei serbatoi presenti nella rete idrografica. I meccanismi di infiltrazione e redistribuzione alla superficie del suolo sono descritti attraverso l'approccio di Green-Ampt (1911) (e.g. [26]) ed i processi di trasporto sono descritti utilizzando un approccio stocastico Lagrangiano basato sulle distribuzioni dei tempi di residenza dell'acqua all'interno del bacino (e.g.

[73]). I modelli ottenuti, concentrati nei parametri ma distribuiti nella descrizione dei processi (utilizzando informazioni ottenute dai modelli digitali del terreno, da interpolazioni geostatistiche delle osservazioni puntuali di pioggia, e da tecniche di telerilevamento delle caratteristiche della pedologia e dell'uso del suolo), si sono dimostrati in grado di descrivere in modo robusto i processi di produzione di deflusso e di trasporto.

L'utilizzo di un modello di previsione delle piene affidabile può rivestire un ruolo fondamentale nella gestione del territorio e delle risorse idriche, specialmente al fine di conciliare interessi contrastanti quali la mitigazione delle piene, la produzione di energia elettrica e l'approvvigionamento idrico. La letteratura recente che tratta dell'accoppiamento di modelli meteorologici e idrologici mostra il grande potenziale di questi strumenti nell'ambito della previsione delle piene ed in particolare nel caso di bacini di montagna dove le osservazioni a terra sono limitatamente utilizzabili a causa dei ridotti tempi di risposta dei bacini stessi. I risultati ottenuti nel presente lavoro mediante l'accoppiamento di un modello di risposta idrologica a fondamento geomorfologico ed un modello meteorologico ad area limitata (*ETA Model*, [42] e [30]) che fornisce campi di precipitazione ad una risoluzione di circa  $11\text{ km} \times 11\text{ km}$  con un orizzonte temporale di 5 giorni, mostrano come il modello accoppiato sviluppato sia in grado di prevedere il verificarsi ed i caratteri salienti di un evento con alcuni giorni di anticipo rispetto al colmo di piena. Il modello utilizzato tende tuttavia a sottostimare il volume mediamente precipitato all'interno del bacino, generando di conseguenza una generale sottostima dei deflussi osservati nelle sezioni di interesse. Numerosi esperimenti sono condotti utilizzando diverse condizioni iniziali ed al contorno e considerando diverse risoluzioni per i campi di precipitazione. I risultati consentono di trarre importanti informazioni per lo svolgimento di una verifica statistica più ampia e per l'implementazione di uno strumento operativo di previsione delle piene di interesse per gli enti preposti alla gestione dei sistemi idrografici considerati.

L'accoppiamento dei robusti modelli idrologici sviluppati con modelli stocastici di generazione delle forzanti idrometeorologiche è di notevole interesse per la caratterizzazione dei tempi di ritorno associati ad eventi di piena. L'individuazione delle probabilità di eccedimento di fissati valori delle portate al colmo o di generazione di idrogrammi che mettano in crisi opere di mitigazione delle piene (e.g. invasi o casse di espansione) è infatti solitamente difficile, a causa della mancanza di osservazioni di portata sufficientemente lunghe con risoluzioni temporali adeguate. Pertanto, nel quadro dello sviluppo di modelli idrologici accoppiati si è sviluppato un modello stocastico che consenta di generare le principali forzanti idro-meteorologiche, quali la precipitazione oraria, i valori giornalieri di temperatura massima e minima, umidità relativa massima e minima, velocità media del vento e sua direzione e la radiazione incidente. Inoltre, dato l'importante ruolo che esse rivestono in sistemi idrografici costieri, si è esteso tale modello alla generazione, correlata alle rimanenti grandezze, della pressione atmosferica e della componente del livello di marea dovuta a pro-

cessi meteorologici. Il modello sviluppato rientra nella classe di modelli che fanno capo all'impostazione proposta da Richardson ([56]), basata su uno schema autoregressivo multivariato, e si presenta come strumento di generale applicabilità, utile in simulazioni Montecarlo di tipo idrologico. L'impostazione utilizzata prevede la generazione di una sequenza di precipitazioni orarie utilizzando un modello di tipo Bartlett-Lewis ([71, 72, 39]), in base alla quale sono generate le variabili correlate di interesse con risoluzione giornaliera. I valori orari della componente meteorologica di marea sono ottenuti con uno schema di disaggregazione che consente di preservare la forma osservata dello spettro di potenza (e, quindi, della funzione di autocovarianza, e.g. [43] e [55]). L'applicazione di un modello autoregressivo, che postula distribuzioni di tipo gaussiano, avviene utilizzando tecniche di 'normalizzazione' del tipo Normal Score Transform ([25], [46], [33] e [35]) tramite cui è possibile rispettare la forma dettagliata delle distribuzioni di probabilità originali unitamente alle correlazioni tra le variabili aleatorie. Il generatore sviluppato è stato successivamente validato applicandolo al rilevante caso della laguna di Venezia, utilizzando le locali osservazioni meteorologiche (Istituto Cavanis, [www.istitutoveneto.it](http://www.istitutoveneto.it)) e la lunga serie di osservazioni di marea di Punta della Salute (circa 80 anni). I risultati ottenuti evidenziano la corretta riproduzione da parte del modello stocastico delle principali statistiche di interesse sia alla scala giornaliera sia alla scala oraria (per la componente meteorologica di marea). Nell'ambito delle applicazioni idrologiche in cui trova spazio il modello stocastico implementato diventa fondamentale la previsione non tanto degli eventi ordinari quanto piuttosto degli eventi straordinari; per tale ragione è stata analizzata in particolare dettaglio la capacità del modello di simulare correttamente i valori estremi di marea meteorologica registrata (sono note a tutti le disastrose conseguenze per la città di Venezia di un evento straordinario quale quello del 1966 ([68])). Il modello multivariato a scala giornaliera, calibrato su 30 anni di osservazioni (dal 1968 al 1998), riproduce correttamente la frequenza di accadimento dei massimi annuali di marea registrati anche quando questi siano confrontati con l'intera serie di osservazione (78 anni), dimostrando una robusta capacità di estrapolare a tempi di ritorno eccedenti la durata delle osservazioni.



# Bibliografia

- [1] Alessi Celegon, E., e M. Marani, A stochastic weather generator for meteorological tide: an application on Venice Lagoon, *Water Resour. Res.*, in preparazione.
- [2] Autorità di Bacino dei fiumi Isonzo, Tagliamento, Livenza, Piave, Brenta-Bacchiglione, (1993) *Indagine sulle portate massime convogliabili dall'asta principale del fiume Piave ai fini della difesa idraulica e valutazione dell'efficacia di interventi di moderazione delle piene - Prima fase*, Zollet Ingegneria S.p.A., Studio Sicem S.r.l.
- [3] Black, T. L. (1994), The New NM;C Mesoscale Eta Model: Description and Forecast Examples, *Weather and Forecasting*, 9(2), 265-278.
- [4] Bartholmes, J., e E., Todini (2005), Coupling meteorological and hydrological models for flood forecasting, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 9(4), 333-346.
- [5] Bras, R., e I. Rodriguez-Iturbe (1993), *Random functions and hydrology*, Dover, New York.
- [6] Botter, G., e A. Rinaldo (2003), Scale effect of geomorphologic and kinematic dispersion, *Water Resour. Res.*, 39(10), 1286.
- [7] Botter G., T. Settin, M. Marani, e A. Rinaldo (2006), A stochastic model of nitrate transport and cycling at basin scale, *Water Resour. Res.*, 42, W04415, doi:10.1029/2005WR004599.
- [8] Cecconi G., C., Corte, e M., Di Donato (2000), Parametri caratteristici delle acuoq alte a Venezia, *Atti del XXVII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, Genova.
- [9] Clapp, R.B., e G.N. Hornberger (1978), Empirical equations for some soils hydraulic properties, *Water Resour. Res.*, 14(8), 601-604.
- [10] Cox, D.R., e V. Isham (1980), *Point Processes*, Chapman and Hall, New York.

- [11] Cox, D.R., e V. Isham (1988), A simple spatial-temporal model of rainfall, *Proc. R. soc. London, Ser. A*, 415, 317-328.
- [12] Cowpertwaite, P.S.P., C. G. Kilsby, e P. E. O'Connell (2002), A space-time Neyman-Scott model of rainfall: empirical analysis of extremes, *Water Resour. Res.*, 38(8).
- [13] Da Deppo L., C. Datei, e P. Salandin (2004), *Sistemazione dei corsi d'acqua*, Edizioni Libreria Cortina, Padova.
- [14] Dagan, G. (1989), *Flow and transport in porous formations*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg.
- [15] D'Alpaos A., S., Lanzoni, M., Marani e A., Rinaldo (2007), Landscape evolution in tidal embayments: modelling the interplay of erosion, sedimentation, and vegetation dynamics, *J. Geophys. Res.*, 112, F01008, doi: 10.1029/2006JF000537.
- [16] De Marsily, G. (1986), *Quantitative hydrogeology: Groundwater Hydrology for Engineers*, Academic Press, San Diego.
- [17] Dietrich, W.E. e T., Dunne (1993), The channel head, in *Channel Network Hydrology*, edited by K. Beven and M.J. Kirkby, pp. 176-219, John Wiley, New York.
- [18] Dingman, S.L. (1994), *Physical hydrology*, Macmillan Publishing Company, New York.
- [19] Dip. IMAGE (2006), *Modello matematico a scala di bacino per lo studio della formazione e propagazione delle piene nel bacino del Fiume Piave. Relazione Finale*, Padova.
- [20] Ferraris, L., S., Gabellani, N., Reborà e A., Provenzale (2003), A comparison of stochastic models for spatial rainfall downscaling, *Water Resources research*, 39, 12, 1-16.
- [21] Ferri, M., F. Baruffi, A. Rusconi, G. Botter, T. Settin, A. Uccelli, M. Marani e A. Rinaldo (2004), Sulle piene del fiume Piave chiuso a Nervesa della Battaglia. *Atti del XXIX Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, Trento.
- [22] Gambolati G. (1997), *Lezioni di metodi numerici per l'ingegneria e le scienze applicate*, Ed. Libreria Cortina, Padova.
- [23] Ghetti A. (1998), *Idraulica*, Edizioni Libreria Cortina, Padova.
- [24] Gilbert, G. K. (1909), The convexity of hilltops, *J. Geol.*, 17, 344-350.

- [25] Goovaerts, O. (1998), *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*, Oxford University Press.
- [26] Green W.H., e G.A. Ampt (1911), Studies on soil physics, 1:The flow of air and water through soils. *Journal of Agricultural Science* 4(1), 1-24.
- [27] Grosse, I., P. Bernaola-Galván, P. Carpena, R. Román-Roldán, J. Oliver e H.E. Stanley (2002), Analysis of symbolic sequences using the Jensen-Shannon divergence, *Phys. Rev. E*, 65, 4, 10.1103/PhysRevE.65.041905.
- [28] Gupta V.K., E. Waymire e C.T. Wang (1980), A representation of an IUH from geomorphology, *Water Resour. Res.*, 16(5), 885-862.
- [29] Houze, R.A. (1981), Structures of atmospheric precipitation systems: A global survey, *Radio Sci*, 16, 671-689.
- [30] Janjić, Z. (1990), The step-mountain coordinate: Physical package, *Mon. Wea. Rev.* , 118, 1429-1443.
- [31] Janjić, Z. (1994), The step-mountain eta coordinate model: Further developments of the convection, viscous sublayer, and turbulence closure schemes, *Mon. Wea. Rev.* , 122, 927-945.
- [32] Jasper, K., J., Gurtz, e H., Lang (2002), Advanced flood forecasting in Alpine watersheds by coupling meteorological observations and forecasts with a distributed hydrological model, *Journal of Hydrology*, 267, 40-52.
- [33] Kelly, K.S., e R. Krzysztofowicz (1997), A bivariate metagaussian density for use in hydrology, *Stochastic Hydrology and Hydraulics*, 11, 17-31.
- [34] Kottegoda, N. T., e R., Rosso (1997), *Statistics, probability and reliability methods for civil environmental engineers*, McGraw-Hill, New York.
- [35] Krzysztofowicz, R., e K.S., Kelly (2000), Hydrologic uncertainty processor for probabilistic river stage forecasting, *Water Resour. Res.*, 36 (11), 3265-3277.
- [36] Marani, M. (1998), *Realizzazioni continue di piogge orarie con assegnati caratteri giornalieri*, XXVI Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Catania.
- [37] Marani, M. (2003), *Processi e modelli dell'idrometeorologia*, Dipartimento IMAGE, Università di Padova.
- [38] Marani, M. (2003), On the correlation structure of point rainfall, *Water Resour. Res.*, 39(5), 1128-1135.

- [39] Marani, M., e S. Zanetti (2007), Downscaling rainfall temporal variability, *Water Resour. Res.*, 43, W09415, doi:10.1029/2006WR005505.
- [40] Marani M., A. D'Alpaos, S. Lanzoni, L. Carniello e A. Rinaldo (2007), Biologically-controlled multiple equilibria of tidal landforms and the fate of the Venice Lagoon, *Geophys. Res. Lett.*, 34, L11402, doi:10.1029/2007GL030178.
- [41] Matalas, N.C. (1967), Time series analysis, *Water Resour. Res.*, 3, 817-829.
- [42] Mesinger, F. (1984), A blocking technique for representation of mountains in atmospheric models, *Riv. Meteor. Aeronaut.*, 44, 195-202.
- [43] Mejia, J.M., e I. Rodriguez-Iturbe (1974), On the Synthesis of Random Field Sampling From the Spectrum: An Application to the Generation of Hydrologic Spatial Processes, *Water Resour. Res.*, 10, 705-711.
- [44] Miliani, L. *Le piene dei fiumi veneti e i provvedimenti di difesa*, Casa Editrice Felice Le Monnier, Firenze, 1939.
- [45] Montanari, A., e S. Uhlenbrook (2004), Catchment modelling: towards an improved representation of the hydrological processes in real-world model applications, *Special Issue, Journal of Hydrology*, 291 (3-4).
- [46] Montanari, A. (2005), Deseasonalisation of hydrological time series through the normal quantile transform, *Journal of Hydrology*, 274-282.
- [47] Montgomery, D.R., e W.E. Dietrich (1988), Where do channels begin?, *Nature*, 336, 232-234.
- [48] Montgomery, D.R., e W.E. Dietrich (1989), Source areas, drainage density and channel initiation, *Water Resour. Res.*, 25, 1907-1918.
- [49] Montgomery, D.R., e W.E. Dietrich (1992), Channel initiation and the problem of landscape scale, *Science*, 255, 826-830.
- [50] Montgomery, D.R., e W.E. Dietrich (1995), Hydrologic processes in a low-gradient source area, *Water Resour. Res.*, 31(1), 1-10.
- [51] Montgomery, D.R., e W.E. Dietrich (2002), Runoff generation in a steep, soil-mantled landscape, *Water Resour. Res.*, 38, 9, 1168, doi:10.1029/2001WR000822.
- [52] Nicòtina, L., E. Alessi Celegon, A. Rinaldo, e M. Marani (2007), Rainfall Spatial Variability and the Hydrologic Response, *Water Resour. Res.*, in revisione.
- [53] Parlange, M.B. e R.W. Katz (2000), An extended version of the Richardson model for simulating daily weather variables, *J. Appl. Meteorol.*, 39(5), 610-622.



- [54] Press, J., H. Flannery, e A. Teukolsky (1990), *Numerical Recipes*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [55] Rebora, N., L. Ferraris, J. von Hardenberg, e A. Provenzale (2006), The RainFARM: Rainfall downscaling by a Filtered AutoRegressive Model, *J. Hydrometeorol.*, 7,724-738.
- [56] Richardson, C.W. (1981), Stochastic simulation of daily precipitation, temperature, and solar radiation, *Water Resour. Res.*, 17(1), 182-190.
- [57] Richardson, C.W. e D.A. Wright (1984), *WGEN: A model for generating daily weather variables*, Publication ARS-8, 83 pp., USDA Agricultural Research Service, Washington, DC, USA
- [58] Rinaldo, A., e A. Marani, Basin Scale Model Of Solute Transport (1987), *Water Resour. Res.*, 23(11), 2107-2118.
- [59] Rinaldo, A., A. Marani, e A. Bellin (1989), On Mass Response Functions, *Water Resour. Res.*, 25(8), 1603-1617.
- [60] Rinaldo A., e I. Rodriguez-Iturbe (1996), Geomorphological theory of the hydrologic response, *Hydrol. Processes*, 10(6), 803-844.
- [61] Rinaldo, A., A. Bellin, M. Ferri, M. Marani, R. Rigon, A. Fornasiero, e S. Silvestri (2002), *Modellazione matematica del bacino idrografico del fiume Brenta*. Dipartimento IMAGE, Università di Padova.
- [62] Rinaldo, A., M., Marani, M., Ferri, G., Botter, A., Uccelli, e T., Settin, (2003), *Modellazione matematica del bacino idrografico del fiume Piave (chiuso a Nervesa della Battaglia)* Dipartimento IMAGE, Università di Padova.
- [63] Rinaldo A., E. Belluco, A. Uccelli, E. Alessi-Celegon, E. Bertuzzo T. Settin, e M. Marani (2004), *Studio idrologico del contributo alla ricarica della falda nella zona di Porto Marghera (Ve)*, Centro Internazionale di Idrologia "D. Tonini" Università degli studi di Padova, Tech. Rep..
- [64] Rinaldo, A., E., Alessi Celegon, E., Belluco, T., Settin, G., Botter, E., Bertuzzo, M., Monego, e M., Marani (2005), *Aggiornamento del modello matematico della risposta idrologica del Fiume Tirso (chiuso alla Diga Catoniera)* Dipartimento IMAGE, Università di Padova.
- [65] Rinaldo, A., G. Botter, E. Bertuzzo, A. Uccelli, T. Settin, e M. Marani (2006a), Transport at basin scales: 1. Theoretical framework, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 10, 19-29.

- [66] Rinaldo, A., G. Botter, E. Bertuzzo, A. Uccelli, T. Settin, e M. Marani (2006b), Transport at basin scales: 2. Applications, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 10, 31-48.
- [67] Rinaldo, A., E., Alessi Celegon, L., Nicótina, M., Sangati, e M., Marani (2007), *Analisi dell'affidabilità di un supporto idrometeorologico per la gestione ottimale del serbatoio del Corlo (Fiume Brenta)* Dipartimento IMAGE, Università di Padova.
- [68] Rinaldo A., L., Nicótina, A. Uccelli, G. Botter, T. Settin, E. Alessi Celegon, F. Beraldin, G. Cecconi e M. Marani, Hydrological remarks about the safety of Venice, *Water Resour. Res.*, in preparazione.
- [69] Rusconi, A., e F. Baruffi (2004), *Progetto di piano di stralcio per l'assetto idrogeologico dei bacini idrografici dei fiumi Isonzo, Tagliamento, Piave e Brenta-Bacchiglione*, Autorità di bacino di Venezia.
- [70] Rodriguez-Iturbe I. e J.B. Valdes (1979), The geomorphologic structure of hydrologic response, *Water Resour. Res.*, 15(6), 1409-1420.
- [71] Rodriguez-Iturbe, I., D.R. Cox, e V. Isham (1987), Some models for rainfall based on stochastic point processes, *Proc. R. Soc. Lond., Ser. A*, 410, 269-288.
- [72] Rodriguez-Iturbe, I., D.R. Cox, e V. Isham (1988), A point process model for rainfall: Further developments, *Proc. R. Soc. London A*, 417, 283-298.
- [73] Rodriguez-Iturbe, I., e A. Rinaldo (1997), *Fractal River Basins*, Cambridge University Press.
- [74] Shaw, E. M. (1994), *Hydrology in practice*, Chapman and Hall.
- [75] Smith, R. L. (2001), *Environmental statistics*, <http://www.unc.edu/depts/statistics/postscript/rs/envnotes.pdf>.
- [76] Srikanthan R., e T.A. McMahon (2001), Stochastic generation of annual, monthly and daily climate data: A review, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 5(4), 653-670.
- [77] Tarboton, D. G., R. L. Bras e I. Rodriguez-Iturbe, (1992), A physical basis for drainage density, *Geomorphology*, 5(1/2): 59-76
- [78] Tarboton D. G. (1997), A new method for the determination of flow directions and upslope areas in grid digital elevation models, *Water Resour. Res.*, 33, 309-319.
- [79] Taylor, G.I. (1921), Diffusion by continuous movements, *Proc. London Math. Soc. Ser., A*, 20, 196-211.

- [80] Taylor, G.I. (1935), Statistical theory of turbulence, *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 151, 421-478.
- [81] Tetzlaff D., e S. Ulenbrook (2005), Significance of spatial variability in precipitation for process-oriented modelling: results from two nested catchments using radar and ground station data, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 9,29-41.
- [82] Uccelli A., M. Marani, L. Nicotina, T. Settin, E. Alessi Celegon, T. Ambrosi, T. Casara, D. Gasparetto, L. Mason, A. Santello, M. Sartori, D. Turrin, e A. Rinaldo (2006), *Modello idrologico generale del Bacino Scolante nella Laguna di Venezia*, Consorzio Venezia Nuova - Centro Internazionale di Idrologia "D. Tonini" Università degli studi di Padova, Tech. Rep..
- [83] Vanmarke, E. (1983), *Random fields: analysis and synthesis*, MIT Press, Cambridge, Mass..
- [84] Verbunt, M., M., Zappa, J., Gurtz e P., Kaufmann (2006), Verification of a coupled hydrometeorological modelling approach for alpine tributaries in the Rhine basin, *Journal of Hydrology*, 324, 224-238.
- [85] Waymire, E., e V.K. Gupta (1981), The mathematical structure of rainfall models, *Water Resour. Res.*, 17, 1261-1272.
- [86] Wilks, D. S., e R. L. Wilby (1999), The weather generation game: a review of stochastic weather models, *Progr. Phys. Geogr.*, 23(3), 329-357.
- [87] Wood, E.F., M., Sivapalan, K., Beven, e L., Band (1988), Effects of spatial variability and scale with implications to hydrologic modeling, *Journal of Hydrology*, 102, 29-47.
- [88] Zanetti S., L. Nicotina, T. Settin, G. Botter, A. Rinaldo e M. Marani (2006), *Modello stocastico di precipitazione per il bacino del Fiume Bacchiglione*, Autorità di Bacino dei Fiumi Isonzo, Tagliamento, Livenza, Piave, Brenta-Bacchiglione - Centro Internazionale di Idrologia "D. Tonini" Università degli studi di Padova, Tech. Rep..

### Siti internet di interesse

- [89] <http://www.cavanis.org/Objects/Pagina.asp?ID=15>
- [90] [www.ecmwf.int/](http://www.ecmwf.int/)



# Appendice A

## Studio di sensibilità dei parametri del modello idrologico

La prima fase di taratura del modello idrologico sviluppato consiste nella valutazione della correttezza delle ipotesi modellistiche formulate. In primo luogo viene eseguito uno studio di sensibilità del modello con l'intento di verificare l'esattezza dei rapporti fissati tra i parametri di produzione di deflusso in funzione delle caratteristiche fisiche delle diverse aree presenti all'interno dei bacini idrografici esaminati. Tale studio di sensibilità ha inoltre permesso di analizzare l'influenza dei parametri idrodinamici e di produzione dei deflussi sull'andamento degli idrogrammi di piena simulati in corrispondenza della sezione di chiusura dei bacini idrografici analizzati.

**contenuto d'acqua iniziale del suolo,  $\theta_0$ :** lo stato di saturazione del suolo all'inizio dell'evento rappresenta la capacità del terreno di immagazzinare l'acqua e l'andamento dell'idrogramma di piena al variare di  $\theta_0$  mette in evidenza la proporzionalità diretta esistente tra  $\theta_0$  e il volume d'acqua che transita alla sezione di controllo durante l'evento di piena;

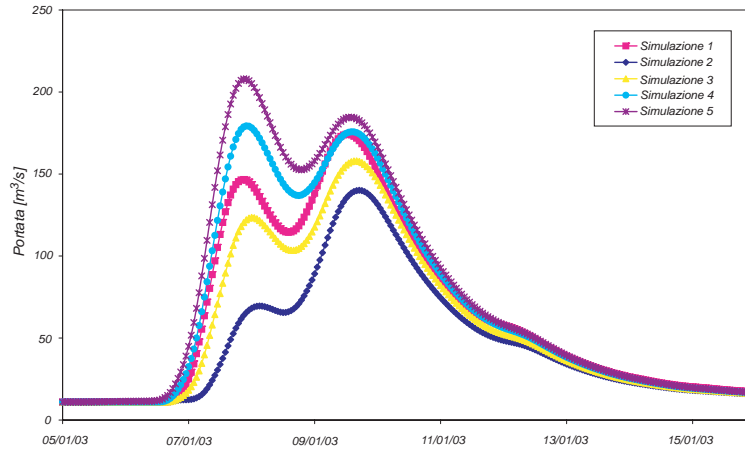


Figura A-1: *Analisi di sensibilità; confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro  $\Theta_0$ ; bacino del Fiume Tirso.*

	Sim. 1	Sim. 2	Sim. 3	Sim. 4	Sim. 5
$K_{Sat}$ [mm/h]	25.9	25.9	25.9	25.9	25.9
$\Psi$ [mm]	166	166	166	166	166
$\Phi$	0.435	0.435	0.435	0.435	0.435
$\Theta_0$	0.15	0.10	0.14	0.18	0.20
$\Theta_{FC}$	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
$\Delta Z$ [mm]	300	300	300	300	300
$\eta$	0.53	0.50	0.50	0.50	0.50
$a$ [m/s]	1.0	0.9	0.9	0.9	0.9
$D$ [m <sup>2</sup> /s]	500	500	500	500	500
$K_S$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0
$K_P$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	18.0	17.0	17.0	17.0	17.0

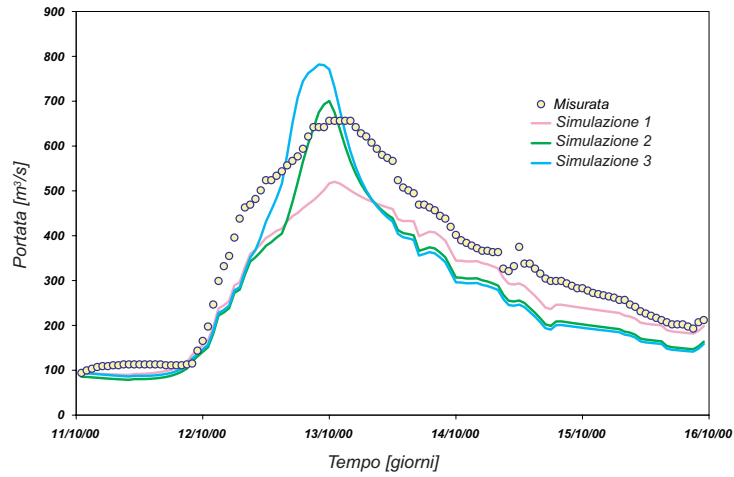


Figura A-2: Analisi di sensibilità (evento del 2000); confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro  $\Theta_0$ ; bacino del Fiume Brenta.

	Sim. 1	Sim. 2	Sim. 3
$K_{Sat}$ [mm/h]	3.6	3.6	3.6
$\Psi$ [mm]	166	166	166
$\Phi$	0.435	0.435	0.435
$\Theta_0$	0.1	0.2	0.3
$\Theta_{FC}$	0.4	0.4	0.4
$\Delta Z$ [mm]	300	300	300
$\eta$	0.7	0.7	0.7
$a$ [m/s]	4.0	4.0	4.0
$D$ [m <sup>2</sup> /s]	1000	1000	1000
$K_S$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	3.0	3.0	3.0
$K_P$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	40.0	40.0	40.0

**spessore dello strato collaborante,  $\Delta Z$**  : l'aumento dello spessore dello strato collaborante del terreno ed il conseguente incremento della capacità d'invaso del suolo comporta, in generale, una diminuzione del volume d'acqua complessivamente defluito;

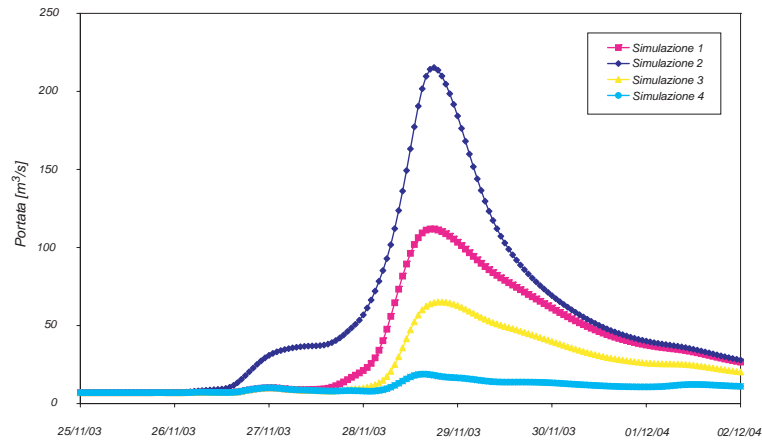


Figura A-3: Analisi di sensibilità; confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro  $\Delta Z$ ; bacino del Fiume Tirso.

	Sim. 1	Sim. 2	Sim. 3	Sim. 4
$K_{Sat}$ [mm/h]	25.9	25.9	25.9	25.9
$\Psi$ [mm]	166	166	166	166
$\Phi$	0.435	0.435	0.435	0.435
$\Theta_0$	0.15	0.15	0.15	0.15
$\Theta_{FC}$	0.2	0.2	0.2	0.2
$\Delta Z$ [mm]	300	100	500	1000
$\eta$	0.53	0.53	0.53	0.53
$a$ [m/s]	1.0	1.0	1.0	1.0
$D$ [m <sup>2</sup> /s]	500	500	500	500
$K_S$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	3.0	3.0	3.0	3.0
$K_P$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	18.0	18.0	18.0	18.0



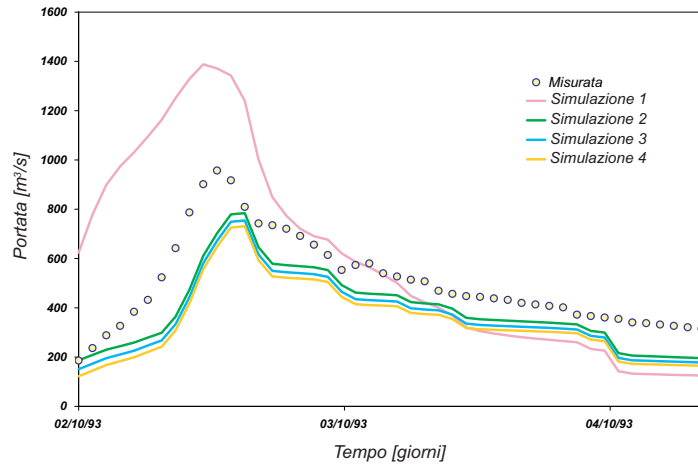


Figura A-4: Analisi di sensibilità (evento 1993); confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro  $\Delta Z$ ; bacino del Fiume Brenta.

	Sim. 1	Sim. 2	Sim. 3	Sim. 4
$K_{Sat}$ [mm/h]	3	3	3	3
$\Psi$ [mm]	166	166	166	166
$\Phi$	0.435	0.435	0.435	0.435
$\Theta_0$	0.1	0.1	0.1	0.1
$\Theta_{FC}$	0.2	0.2	0.2	0.2
$\Delta Z$ [mm]	100	300	500	1000
$\eta$	0.7	0.7	0.7	0.7
$a$ [m/s]	4.0	4.0	4.0	4.0
$D$ [m <sup>2</sup> /s]	1000	1000	1000	1000
$K_S$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	3.0	3.0	3.0	3.0
$K_P$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	40.0	40.0	40.0	40.0

**conducibilità idraulica  $K_{hsat}$  del terreno in condizioni di saturazione:** la conducibilità idraulica del suolo, in generale funzione del contenuto d'acqua  $\theta$ , determina la capacità di infiltrazione dell'acqua nel terreno. Si è constatato come  $K_{hsat}$  sia inversamente proporzionale al volume di pioggia che concorre a formare il deflusso superficiale e come ad un aumento di  $K_{hsat}$  corrisponda una traslazione verso il basso dell'idrogramma di piena. Si osserva un comportamento della curva diametralmente opposto quando il valore di  $K_{hsat}$  diminuisce;

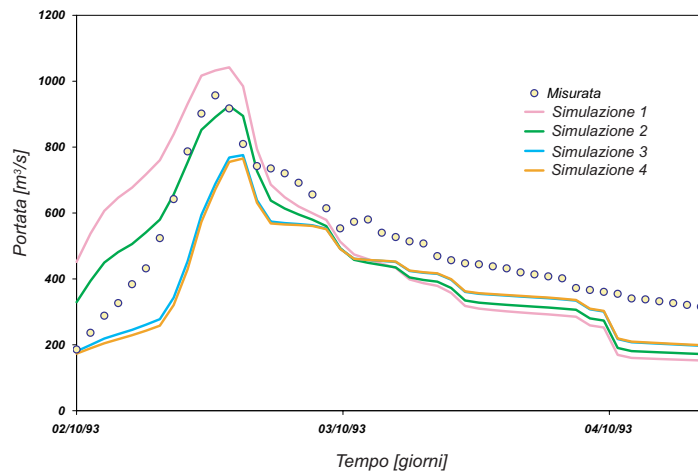


Figura A-5: Analisi di sensibilità (evento 1993); confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro  $K_{Sat}$ ; bacino del Fiume Brenta.

	Sim. 1	Sim. 2	Sim. 3	Sim. 4
$K_{Sat}$ [mm/h]	0.3	0.9	3.6	7.2
$\Psi$ [mm]	166	166	166	166
$\Phi$	0.435	0.435	0.435	0.435
$\Theta_0$	0.1	0.1	0.1	0.1
$\Theta_{FC}$	0.2	0.2	0.2	0.2
$\Delta Z$ [mm]	300	300	300	300
$\eta$	0.7	0.7	0.7	0.7
$a$ [m/s]	4.0	4.0	4.0	4.0
$D$ [m <sup>2</sup> /s]	1000	1000	1000	1000
$K_S$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	3.0	3.0	3.0	3.0
$K_P$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	40.0	40.0	40.0	40.0

**tempo di residenza fuori rete superficiale,  $t_{sup}$**  : una diminuzione di  $t_{sup}$  comporta una maggiore ripidità dell'idrogramma di piena, sia nella fase di crescita che di esaurimento, nonchè un incremento del picco di piena, essendo minore il tempo medio di residenza nel bacino e conseguentemente maggiore il numero delle particelle d'acqua che arrivano contemporaneamente alla sezione di chiusura;

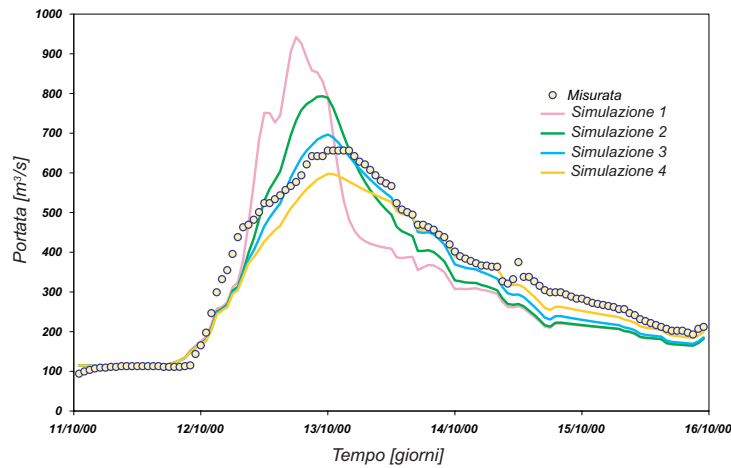


Figura A-6: *Analisi di sensibilità (evento del 2000); confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro  $t_{sup}$ ; bacino del Fiume Brenta.*

	Sim. 1	Sim. 2	Sim. 3	Sim. 4
$K_{Sat}$ [mm/h]	3.6	3.6	3.6	3.6
$\Psi$ [mm]	166	166	166	166
$\Phi$	0.435	0.435	0.435	0.435
$\Theta_0$	0.1	0.1	0.1	0.1
$\Theta_{FC}$	0.2	0.2	0.2	0.2
$\Delta Z$ [mm]	300	300	300	300
$\eta$	0.7	0.7	0.7	0.7
$a$ [m/s]	4.0	4.0	4.0	4.0
$D$ [m <sup>2</sup> /s]	1000	1000	1000	1000
$K_S$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	1.0	5.0	10.0	20.0
$K_P$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	40.0	40.0	40.0	40.0

**tempo di residenza fuori rete profondo,  $t_{prof}$**  : una diminuzione di  $t_{prof}$  determina un restringimento dell'idrogramma simulato ed un incremento del picco di piena che viene, inoltre, generalmente anticipato. Al contrario, un incremento di  $t_{prof}$  comporta un appiattimento dell'idrogramma di piena ed un sensibile abbassamento del picco. Tuttavia, il comportamento appena descritto non è univoco dal momento che elevati valori di  $t_{prof}$  possono determinare una veloce saturazione del terreno tale da comportare un sensibile incremento del deflusso superficiale. In quest'ultimo caso, ad un incremento di  $t_{prof}$  corrisponde pertanto un idrogramma di piena più appuntito e lievemente anticipato;

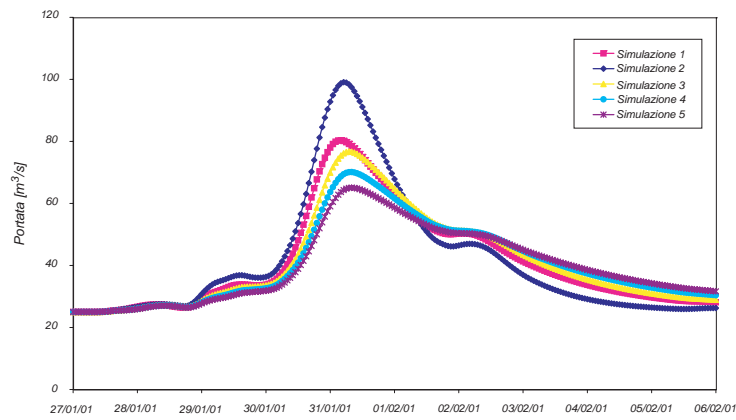


Figura A-7: Analisi di sensibilità; confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro idrodinamico  $t_{prof}$ ; bacino del Fiume Tirso.

	Sim. 1	Sim. 2	Sim. 3	Sim. 4	Sim. 5
$K_{Sat}$ [mm/h]	25.9	25.9	25.9	25.9	25.9
$\Psi$ [mm]	166	166	166	166	166
$\Phi$	0.435	0.435	0.435	0.435	0.435
$\Theta_0$	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16
$\Theta_{FC}$	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
$\Delta Z$ [mm]	300	300	300	300	300
$\eta$	0.53	0.55	0.55	0.55	0.55
$a$ [m/s]	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
$D$ [m <sup>2</sup> /s]	500	500	500	500	500
$K_S$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0
$K_P$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	18.0	10.0	20.0	25.0	30.0

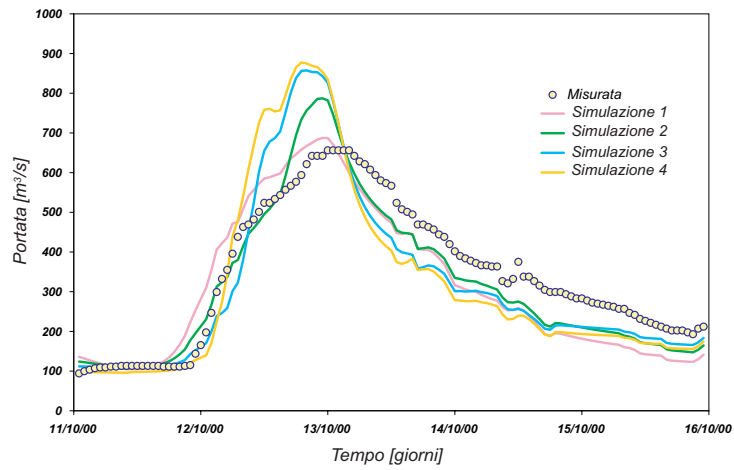


Figura A-8: *Analisi di sensibilità (evento del 2000); confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro  $t_{prof}$ ; bacino del Fiume Brenta.*

	Sim. 1	Sim. 2	Sim. 3	Sim. 4
$K_{Sat}$ [mm/h]	3.6	3.6	3.6	3.6
$\Psi$ [mm]	166	166	166	166
$\Phi$	0.435	0.435	0.435	0.435
$\Theta_0$	0.1	0.1	0.1	0.1
$\Theta_{FC}$	0.2	0.2	0.2	0.2
$\Delta Z$ [mm]	300	300	300	300
$\eta$	0.7	0.7	0.7	0.7
$a$ [m/s]	4.0	4.0	4.0	4.0
$D$ [m <sup>2</sup> /s]	1000	1000	1000	1000
$K_S$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	3.0	3.0	3.0	3.0
$K_P$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	10.0	20.0	50.0	100.0

**celerità di propagazione dell'onda di piena,  $a$**  : l'aumento della celerità di propagazione comporta un anticipo nei tempi di arrivo del picco di piena che, per effetto di fenomeni convettivi, subisce generalmente un sensibile incremento; al contrario, una diminuzione di  $a$  determina un ritardo del picco di piena ed un suo locale abbassamento;

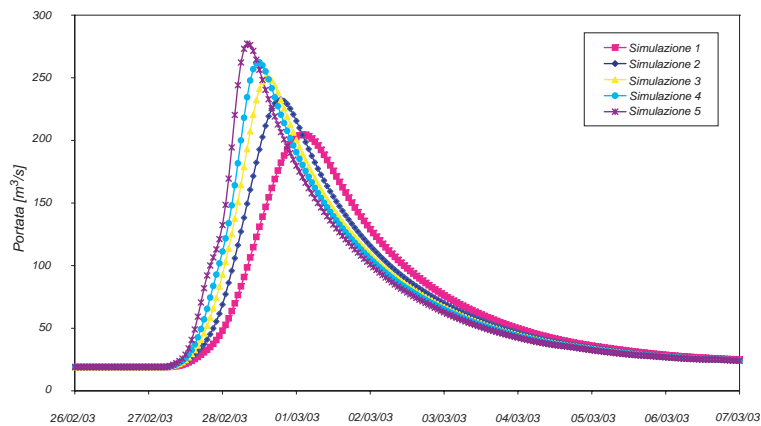


Figura A-9: Analisi di sensibilità; confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro idrodinamico celerità  $a$ ; bacino del Fiume Tirso.

	Sim. 1	Sim. 2	Sim. 3	Sim. 4	Sim. 5
$K_{Sat}$ [mm/h]	25.9	25.9	25.9	25.9	25.9
$\Psi$ [mm]	166	166	166	166	166
$\Phi$	0.435	0.435	0.435	0.435	0.435
$\Theta_0$	0.18	0.18	0.18	0.18	0.18
$\Theta_{FC}$	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
$\Delta Z$ [mm]	300	300	300	300	300
$\eta$	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
$a$ [m/s]	0.75	1.0	1.35	1.65	2.25
$D$ [m <sup>2</sup> /s]	500	500	500	500	500
$K_S$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0
$K_P$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0

**coefficiente di dispersione idrodinamica,  $D$**  : l'aumento del coefficiente di dispersione idrodinamica comporta una traslazione dell'idrogramma di piena verso valori di portata inferiori; dalle numerose prove eseguite si evince che rispetto agli altri parametri questo ha un'influenza generalmente trascurabile.

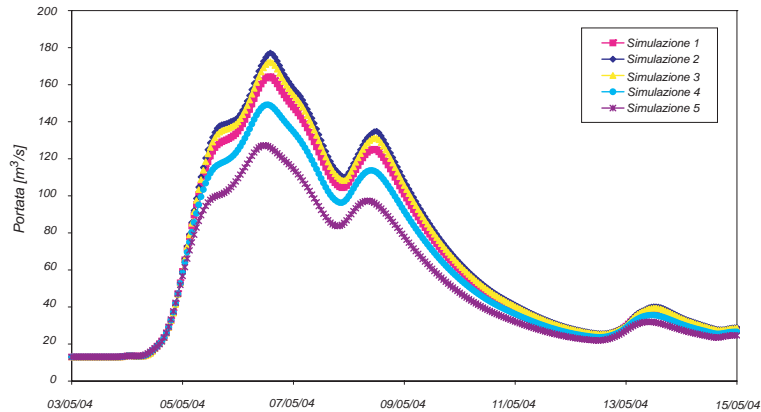


Figura A-10: *Analisi di sensibilità; confronto tra differenti simulazioni al variare del parametro dispersione idrodinamica  $D$ ; bacino del Fiume Tirso.*

	Sim. 1	Sim. 2	Sim. 3	Sim. 4	Sim. 5
$K_{Sat}$ [mm/h]	25.9	25.9	25.9	25.9	25.9
$\Psi$ [mm]	166	166	166	166	166
$\Phi$	0.435	0.435	0.435	0.435	0.435
$\Theta_0$	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
$\Theta_{FC}$	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
$\Delta Z$ [mm]	300	300	300	300	300
$\eta$	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
$a$ [m/s]	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
$D$ [m <sup>2</sup> /s]	500	100	250	1000	2000
$K_S$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0
$K_P$ [ore/m <sup>0.38</sup> ]	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0





# Appendice B

## Decomposizione della matrice quadratica $BB^T$

Data la matrice  $\mathbf{D} = \mathbf{B}\mathbf{B}^T$  ci sono infinite soluzioni per  $\mathbf{B}$  poichè tale relazione è soddisfatta da ogni matrice di forma  $\mathbf{B} \cdot \mathbf{C}$ , dove  $\mathbf{C}$  è ortogonale. Una prima possibile soluzioni per la matrice  $\mathbf{B}$  ([5]) utilizza le proprietà degli autovalori e autovettori.

Data,

$$\mathbf{D} = \mathbf{B}\mathbf{B}^T. \quad (\text{B-1})$$

$\mathbf{D}$  è una matrice sempre semidefinita positiva. Definita matrice la  $\mathbf{P}$  che ha come colonne gli autovettori di  $\mathbf{D}$  ed è caratterizzata dalla proprietà di ortogonalità, e definiti  $e_1, \dots, e_n$  gli autovalori della matrice  $\mathbf{D}$  si ha, per le proprietà degli autovalori e autovettori,

$$\mathbf{D}\mathbf{P}_i = \mathbf{P}_i e_i. \quad (\text{B-2})$$

Definita una matrice diagonale di autovalori,

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} e_1 & \cdots & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & \cdots & e_n \end{bmatrix}$$

il sistema di equazioni dato dall'Equazione B-2 può essere rappresentato come

$$\mathbf{D}\mathbf{P} = \mathbf{P}\mathbf{E}. \quad (\text{B-3})$$

per cui

$$\mathbf{D} = \mathbf{P}\mathbf{E}\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{B}\mathbf{B}^T. \quad (\text{B-4})$$

e quindi

$$\mathbf{B} = \mathbf{P}\mathbf{E}^{1/2}. \quad (\text{B-5})$$

dove

$$\mathbf{E}^{1/2} = \begin{bmatrix} e_1^{1/2} & \cdots & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & \cdots & e_n^{1/2} \end{bmatrix}.$$

La matrice  $\mathbf{B}$  ottenuta è di rango  $n-l$  dove  $l$  è il numero di autovalori nulli di  $\mathbf{D}$ . Numericamente tale procedura è condizionata all'algoritmo utilizzato per trovare gli autovalori e autovettori.

Una seconda procedura per il calcolo di  $\mathbf{B}$ , valida per matrici definite positive, suggerisce una matrice  $\mathbf{B}$  triangolare inferiore del tipo,

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & \cdot & \cdots & 0 \\ b_{21} & b_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ b_{n1} & \cdot & \cdot & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix}. \quad (\text{B-6})$$

Moltiplicando  $\mathbf{B}$  per la sua trasposta si ottiene la relazione seguente:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \mathbf{B}\mathbf{B}^T \\ &= \begin{bmatrix} b_{11}^2 & b_{11}b_{21} & b_{11}b_{31} & \cdots & b_{11}b_{n1} \\ b_{21}b_{11} & b_{21}^2 + b_{22}^2 & b_{21}b_{31} + b_{22}b_{32} & \cdots & b_{21}b_{n1} + b_{22}b_{n2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{n1}b_{11} & b_{n1}b_{21} + b_{22}b_{n2} & \cdots & \cdots & \sum_{i=1}^n b_{ni}^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B-7})$$

Definita l'equazione matriciale B-7, gli elementi della matrice  $\mathbf{B}$  sono ottenuti attraverso equazioni algebriche sequenziali. Definito  $d_{ij}$  un generico elemento di  $\mathbf{D}$ ,

$$\begin{aligned} b_{11} &= \sqrt{d_{11}} \\ b_{21} &= d_{12}/\sqrt{d_{11}} \\ &\vdots \\ b_{n1} &= d_{1n}/\sqrt{d_{11}} \end{aligned} \quad (\text{B-8})$$

Moltiplicando la  $i$ -esima riga di  $\mathbf{B}$  per la  $i$ -esima colonna di  $\mathbf{B}^T$  si ottiene,

$$b_{i1}^2 + b_{i2}^2 + \cdots + b_{ii}^2 = d_{ii}$$

che risolta per  $b_{ii}$ :

$$b_{i1} = (d_{ii} - [b_{i2}^2 + \cdots + b_{i(i-1)}^2])^{1/2} \quad (\text{B-9})$$

assumendo che la quantità tra parentesi sia positiva (condizione per cui la matrice è definita positiva). Gli altri parametri di  $\mathbf{B}$  si calcolano facilmente dalla

$$b_{ji} = \frac{d_{ij} - [b_{i1}b_{j1} + b_{i2}b_{j2} + \cdots + b_{i,i-1}b_{j,i-1}]}{b_{ii}} \quad (\text{B-10})$$

con  $j > i$  e  $b_{ii} \neq 0$ .

Nelle applicazioni di interesse per la presente tesi  $\mathbf{BB}^T$  è una matrice di covarianza e di conseguenza è definita positiva se si assume di lavorare con processi stazionari. Risulta comunque possibile ottenere matrici  $\mathbf{BB}^T$  inconsistenti a causa ad esempio di errori numerici; in tali casi la soluzione da seguire è la correzione degli elementi di  $\mathbf{BB}^T$  al fine di ottenere una matrice definita positiva ([5]). Tale correzione prevede di ottenere una nuova matrice  $\mathbf{BB}^T$  definita,

$$\mathbf{B}'\mathbf{B}'^T = \mathbf{BB}^T + \lambda_j, \quad (\text{B-11})$$

dove

$$\lambda_j = \begin{bmatrix} |\lambda| & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & |\lambda| \end{bmatrix}.$$

e  $\lambda$  è il maggiore autovalore negativo della matrice originale  $\mathbf{BB}^T$ . Tale correzione è ripetuta fino a che la nuova matrice  $\mathbf{B}'\mathbf{B}'^T$  diventa definita positiva; il pedice  $j$  tiene conto del numero di iterazioni necessarie allo scopo. Calcolata  $\mathbf{B}'$  da  $\mathbf{B}'\mathbf{B}'^T$  l'equazione del modello multivariato AR(1) diventa del tipo:

$$\mathbf{Z}_t = \frac{1}{\sqrt{1 + \sum_{j=1}^m \lambda_j}} (\mathbf{AZ}_{t-1} + \mathbf{B}'\varepsilon_t). \quad (\text{B-12})$$

dove  $m$  indica il numero di iterazioni che sono necessarie per ottenere una matrice  $\mathbf{B}'\mathbf{B}'^T$  semidefinita positiva. Tale modello preserva la media e la varianza dei dati mentre modifica i coefficienti di correlazione di un fattore pari a

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \sum_{j=1}^m \lambda_j}}.$$

Per piccoli valori di  $\sum_{j=1}^m \lambda_j$  l'errore che si commette può essere trascurato.

