

## UNA CLASSE DI ALGORITMI PER ECCITATORI DINAMICI NON LINEARI

Giampaolo Borin, Giovanni De Poli, Augusto Sarti

Centro di Sonologia Computazionale  
Dipartimento di Elettronica e Informatica  
Via Gradenigo 6a, 35131 Padova  
Email: depoli@eletti.unipd.it  
telefono: 049/8287631, fax: 049/8287699

### Abstract

The interaction between excitor and resonator is a well established concept which critically determines the timbral evolution of the sound produced by a natural instrument. We believe that a scheme based on this interaction can be usefully applied to digital synthesis techniques, in order to obtain the timbral dynamics as a structural property of the algorithm, rather than the result of very complex actions on the parameters. For this reason we proposed and analyzed in a previous work a synthesis scheme based on the interaction of two dynamic systems representing a generalized excitor and resonator.

In this article the attention is focused on the excitor, which represents the most critical part of the algorithm, being strongly non linear and in general with memory. We propose a structural scheme for the excitor characterized by certain characteristics of regularity and low computational cost. The main purpose of this scheme is the functional modularity, which allows us to define the structure of the excitor with specific reference to the resulting algorithm. To show the degree of generality of the proposed excitor structure we present and analyze several examples of applications belonging to the class of physical, pseudophysical and non-physical algorithms.

### 1. Introduzione

Ogni strumento musicale puo' essere utilmente descritto facendo riferimento ad un semplice schema basato sulla interazione di un eccitatore e un risuonatore. Per operare la separazione tra eccitatore e risuonatore si puo' far riferimento alle loro caratteristiche funzionali, intendendo per eccitatore la parte che causa e in certi casi sostiene il fenomeno vibratorio nel risuonatore e per risuonatore la parte dove hanno luogo i fenomeni vibratorii che rendono il suono musicalmente interessante. L'interazione tra eccitatore e risuonatore e' un fattore determinante per la ricchezza dinamica dell'evoluzione timbrica del suono prodotto.

Noi riteniamo che lo schema che prevede l'interazione tra eccitatore e risuonatore, oltre ad essere un utile modello per gli strumenti musicali acustici, puo' essere interpretato in una maniera piu' generale. La separazione tra eccitatori e risuonatori puo' infatti essere utilmente estesa anche alle tecniche numeriche di sintesi. In tale modo la dinamica timbrica del suono puo' essere ottenuta come una proprieta' strutturale dell'algoritmo piuttosto che come un risultato

delle azioni di controllo nell'esecuzione o delle variazioni dei parametri.

In (Borin et al. 1989,1990a) abbiamo proposto uno schema per la simulazione degli strumenti musicali basato tre blocchi E, I, R: un blocco E per l'eccitatore, costituito da un sistema dinamico, causale, generalmente non lineare e tempo variante; un blocco I di interconnessione; un blocco R per il risuonatore, costituito da un sistema dinamico, causale, generalmente lineare e tempo variante.

In questo lavoro prendiamo in considerazione la struttura dei vari blocchi. In particolare si può osservare che la struttura dell'eccitatore, essendo non lineare, è più difficile da analizzare e implementare. Fra tutte le possibili strutture bisogna cercare uno schema strutturale che sia adatto per un gran numero di possibili eccitatori e che sia utile per una implementazione hardware. Ciò significa che, oltre ad un certo grado di generalità, la classe di algoritmi risultanti deve essere caratterizzata da un basso costo computazionale e da opportune caratteristiche di regolarità strutturale.

Il problema di caratterizzare la struttura dell'eccitatore, dal punto di vista algoritmico, è stato affrontato anche da Florens (1990). Egli inserisce questo problema nell'approccio modulare sviluppato dall'ACROE (Florens&Cadoz, 1991), distinguendo cioè elementi di massa puntuali ed elementi di collegamento e concentrando la non linearità in questi ultimi. Gli elementi massa ricevono in ingresso informazioni di forza e ritornano posizione, quelli di collegamento invece ricevono informazioni di posizione e ritornano forza. Nelle connessioni vengono implicitamente distribuiti i ritardi per consentire la computabilità. Con questo approccio Florens ha descritto i vari tipi di eccitazioni percussive, pizzicate e sostenute. D'altra parte questo concetto di modularità pone anche vincoli sul tipo di struttura che può essere descritto. Un'altro approccio di tipo modulare è la sintesi modale (Adrien 1991). Lo strumento fisico viene diviso in varie parti interagenti. Ogni parte, supposta lineare, viene modellata con il formalismo modale attraverso la relazione ingresso uscita di coppie di grandezze estensivo/intensivo e si pongono le non linearità nelle connessioni. Resta poi da risolvere sistemi non lineari per trovare le variabili mutuamente dipendenti.

Noi invece consideriamo la modularità da un punto di vista funzionale, più che dalla struttura fisica. Funzionalmente distinguiamo una parte eccitatore da una parte risuonatore e descriviamo ciascuna parte nel modo più appropriato. Questo ci consente di definire la nostra struttura direttamente con riferimento all'algoritmo. In questo modo si evita che i vincoli sulla struttura fisica e quelli che derivano nel passaggio da struttura fisica ad algoritmo, diminuiscano la potenzialità di quello che è possibile ottenere. Si ha così un approccio molto più generale che non solo consente la simulazione dei più tipici eccitatori usati negli strumenti musicali, ma può essere usato per creare altri algoritmi. L'obiettivo è cercare di individuare una struttura di algoritmi che condividano le motivazioni profonde del funzionamento degli strumenti fisici. In questo modo si può sfruttare, almeno in parte, l'esperienza di secoli di liuteria come fonte di ispirazione e guida nel pressochè inesplorato campo degli algoritmi non lineari con reazione per la sintesi dei suoni.

## 2. Una classe di algoritmi per l'eccitatore.

Va rilevato che esiste una importante differenza dello schema feedback o di interazione quando si passa dalla realta' fisica (continua) alla simulazione (discreta). Infatti assai spesso nei blocchi si ha una dipendenza istantanea tra ingresso e uscita. Quando si collegano due blocchi di questo tipo in feedback, ne risulta un sistema di equazioni integro-differenziali. Nella simulazione si dice che risulta un anello di calcolo senza ritardo. Una soluzione consiste nel risolvere per ogni istante il sistema di equazioni. Questo pero' rende il calcolo molto complesso. L'altra soluzione invece consiste nell'introdurre opportuni ritardi in modo da rompere gli anelli senza ritardo e quindi rendere le equazioni direttamente computabili. Cio' vuol dire che si utilizzeranno in alcuni punti i valori in istanti precedenti. Spesso questo e' fatto in maniera implicita quando si discretizzano le equazioni continue, scegliendo opportunamente lo schema di discretizzazione. Questo approccio puo' introdurre inconsistenze, per cui deve poi essere effettivamente valutato nei casi specifici. Nell'introdurre il nostro schema generale di interazione ci eravamo posti come obiettivo di esplicitare nel blocco di interazione questo tipo di problemi.

Allo scopo di definire strutture direttamente computabili esaminiamo ora in particolare il blocco dell'eccitatore. Nello schema generale di interazione da noi proposto l'eccitatore è definito come un sistema dinamico, causale, generalmente non lineare e tempo variante. Per caratterizzare meglio l'eccitatore noi proponiamo una struttura costituita da una parte lineare che tiene conto della memoria del sistema ed da una parte non lineare istantanea (Fig. 1). Le relazioni di ingresso ed uscita sono

$$X(n+1) = F_L [X(n), U(n), U_E(n), Y_E(n)]$$

per la parte lineare, dove  $X(n)$  vettore di stato,  $U_E(n)$  e  $Y_E(n)$  vettori degli ingressi ed uscite dell'eccitatore verso il blocco di interazione,  $U(n)$  vettore degli ingressi applicati dall'esterno dell'algoritmo, ad esempio da parte dell'esecutore. Per la parte non lineare

$$Y_E(n) = F_{NL}[X(n), U(n), U_E(n)]$$

dove  $F_{NL}$  è una funzione vettoriale istantanea generalmente non lineare.

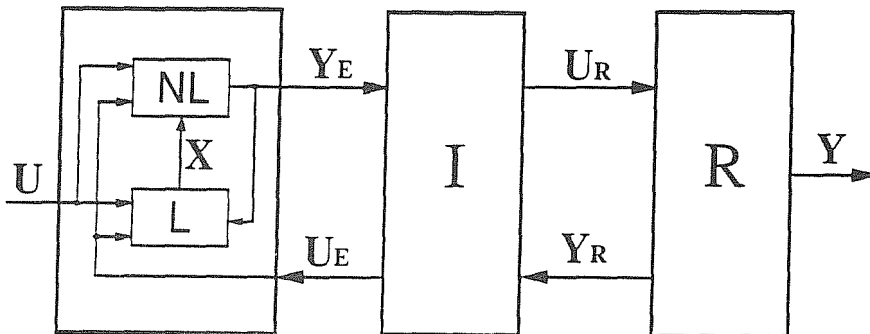


Fig. 1

E' importante notare una caratteristica essenziale nella definizione di questa classe, comune a quasi tutti gli algoritmi basati sui modelli fisici, che è la presenza del vettore  $Y_E$  dell'uscita dall'eccitatore fra gli ingressi della parte lineare. Ovviamente  $Y_E$  non può essere anche ingresso alla parte non lineare per ragioni di computabilità. La parte lineare funge quindi da separatore per eliminare anelli di calcolo senza ritardo. La motivazione di questa proprietà può essere fatta risalire all'uso di coppie di grandezze estensive/intensive nelle descrizioni delle proprietà degli elementi fisici e quindi dei modelli basati sulla fisica.

Anche se questa struttura di eccitatore e' meno generale del sistema dinamico discreto non lineare, esso copre molti casi interessanti. Per esempio, in molti eccitatori fisici la non linearità sta nelle caratteristiche elastiche delle sue parti. Una buona descrizione di tali caratteristiche generalmente prevede una relazione di ingresso uscita istantanea o con isteresi, che viene realizzata dalla parte non lineare del sistema, sfruttando eventualmente il feedback dall'uscita della non linearità per l'isteresi. L'inerzia dell'elasticità può essere descritta dalle parti lineari dell'eccitatore.

### 3. Realizzazione degli eccitatori fisici

Vediamo ora come la classe di algoritmi proposta si presti per realizzare eccitatori fisici. Normalmente gli eccitatori fisici possono essere divisi in due categorie: "eccitatori meccanici" (come ad esempio martelletto, plettro, archetto, bacchetta ecc..) e "eccitatori fluodinamici" (ancia, labbra, glottide ecc..). Gli eccitatori meccanici spesso sono convenientemente descritti come reagenti con forza ad ingressi di tipo spostamenti o velocità. La presenza di masse viene descritta dalla parte lineare dello schema proposto.

Un primo esempio è la corda percorsa dal martelletto (Borin&Sarti 1989). Il modello del martelletto ha una massa, che rappresenta il capo del martelletto, e una molla non lineare con lunghezza zero a riposo, che descrive la caratteristica di compressione del feltro. Le espressioni risultanti sono:

$$m \ddot{y} = f_0 - f$$

$$f = F_{NL}(y - s)$$

dove  $f_0$  forza applicata dall'esecutore,  $f$  la forza di reazione della corda,  $y$  la posizione del martelletto e  $s$  posizione della corda nel punto di contatto. L'elasticità della molla viene descritta da  $F_{NL}$  che può essere, ad esempio,  $F_{NL}(h) = c h^4$  per  $h > 0$  e  $F_{NL}(h) = 0$  per  $h < 0$ . dove  $h$  è l'allungamento della molla dalla sua posizione di riposo. Sostituendo alla derivata la differenza, chiamato  $T$  il quanto temporale, si ha

$$y(n+1) = 2y(n) - y(n-1) + \frac{T^2}{M} (f_0 - f(n))$$

$$f(n) = F_{NL}(y(n) - s(n))$$

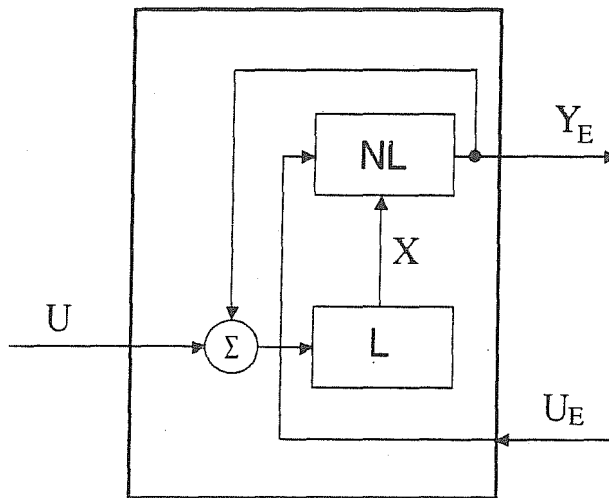


Fig. 2

Queste equazioni corrispondono ad un sistema del tipo proposto (Fig. 2), con le seguenti posizioni:

$$X = [Y(n), y(n-1)], \quad U = f_0, \quad U_E = s, \quad Y_E = f.$$

Il caso della corda pizzicata condivide con il precedente lo stesso risuonatore. Per mostrare la proprietà di modularità e versatilità del metodo, presentiamo due modelli diversi di eccitatore. Nel primo, il plettro è modellato come una semplice variazione del modello del martelletto. Infatti per tener conto della flessione del plettro e del successivo rilascio della corda, è sufficiente assicurare che la forza di interazione diventi zero quando l'allungamento della molla diventa maggiore di un valore  $h_m$  (Borin et al. 1990b). Questo può essere raggiunto con una differente caratteristica di elasticità della molla

$$F_{NL}(h) = c h^4 \quad \text{per } 0 \leq h_m \quad \text{e} \quad F_{NL}(h) = 0 \quad \text{altrove.}$$

A parte questa differente funzione non lineare, il sistema ha la stessa struttura e perciò valgono le stesse considerazioni di prima.

Un modello più sofisticato del precedente si può ottenere notando che nel caso della corda pizzicata, l'ipotesi di eccitazione monodimensionale appare riduttiva. Si può allora fare riferimento ad un modello del plettro bidimensionale, capace cioè di eccitare il risuonatore secondo due componenti ortogonali e disaccoppiate, così come rappresentato in Fig. 3. In tale modello si ipotizza che il plettro sia perfettamente rigido e privo di massa; la massa  $m$  dà conto dell'inerzia della mano dell'esecutore, e la molla non lineare  $K$  dà conto della comprimibilità dei polpastrelli. Il plettro è quindi tenuto in modo da potersi inclinare, ma non flettere, sotto la sollecitazione della corda. Con riferimento alla Fig. 3, si supponga che la forza esercitata dalla molla sulla massa agisca solo lungo la direzione  $y$ . In questo caso è semplice trovare le componenti di tale forza lungo  $z$  e lungo la

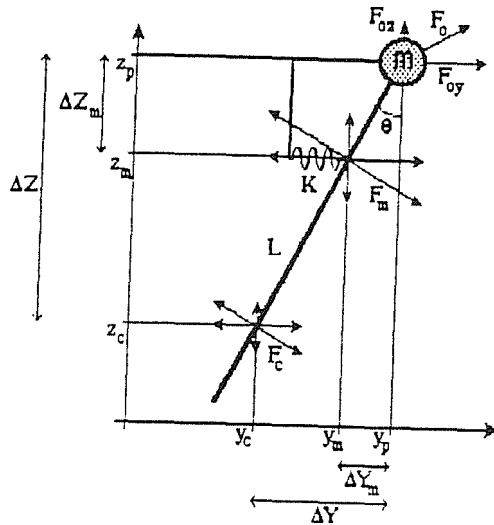


Fig. 3

normale al punto di eccitazione. Essendo infatti per ipotesi:

$$F_{my} = K(\beta\Delta y)^\alpha$$

si prova facilmente che è:

$$F_m = \frac{K(\beta\Delta y)^\alpha}{\cos(\theta)}$$

$$F_{my} = \{K(\beta\Delta y)^\alpha\} \frac{\text{sen}(\theta)}{\cos(\theta)} = \{K(\beta\Delta y)^\alpha\} \text{tg}(\theta) = \{K(\beta\Delta y)^\alpha\} \frac{\Delta y}{\Delta z}$$

dove  $\theta = \text{atan}(\Delta y/\Delta z)$ , e dove  $\beta = \Delta z / \Delta z$ ;  $\beta$  indica così il rapporto di proporzionalità della leva costituita dal plettro. Utilizzando le classiche equazioni della dinamica, le relazioni che regolano l'evoluzione del sistema divengono:

$$m\dot{y}_p = F_{ey} - F_{my} = F_{ey} - K(\Delta y)^\alpha \left( \frac{\Delta z_m}{\Delta z} \right)^{\alpha+1}$$

$$m\dot{z}_p = F_{ez} - F_{mz} = F_{ez} - K(\Delta y)^\alpha \left( \frac{\Delta y}{\Delta z} \right) \left( \frac{\Delta z_m}{\Delta z} \right)^{\alpha+1}$$

Per completare il modello dell'eccitatore occorre discutere ora le condizioni di contatto. Nella corda percossa, la condizione di contatto andrebbe calcolata mediante un sistema dinamico non lineare, la cui uscita va ad influenzare direttamente la funzione istantanea non lineare preposta la calcolo della forza. In tale situazione ne consegue che la parte non lineare complessiva dell'eccitatore possiede una dinamica propria, il che e' contrario alla filosofia dello schema proposto. E' tuttavia possibile riscrivere le equazioni del sistema di aggiornamento del contatto in modo che esso operi aggiornando il contatto presente sulla base delle reazioni del risuonatore  $U_E$ , dello stato  $X$  e della conoscenza delle condizioni di contatto precedente. In tale situazione, entra a far parte dello stato della parte lineare, riconducendo cosi' il calcolo della forza e del nuovo contatto ad una funzione non lineare istantanea. Dopo la riscrittura esposta il modello ritorna simile allo schema del martelletto di Fig. 2, fermo restando che in questo caso posizione e forza sono variabili vettoriali con l'aggiunta di una ulteriore variabile di stato interna, la condizione di contatto, la cui dinamica e' assicurata dalla memoria contenuta nella parte lineare e il cui aggiornamento e' operato dalla parte non lineare. Tale schema e' mostrato in Fig. 4 dove e' indicata con la linea tratteggiata questa nuova variabile.

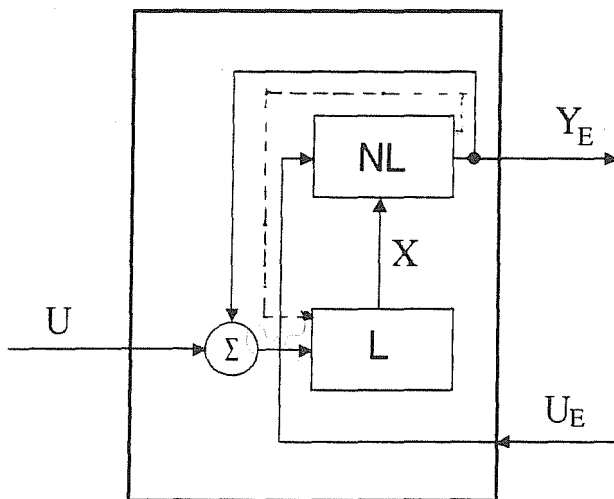


Fig. 4

#### 4. Eccitatore fluidodinamico

Un'altro tipo fondamentale di eccitatore e' quello fluidodinamico. Come esempio di applicazione del metodo consideriamo il caso del clarinetto. Il flusso  $u(t)$  che dall'eccitatore va al risuonatore dipende essenzialmente dalla differenza di pressione, tra la bocca del musicista  $p_0(t)$  e l'inizio della canna  $p(t)$ , e dalla dinamica dell'ancia. La

descrizione accurata della dinamica dell'ancia è molto complicata. In letteratura si trovano alcune soluzioni approssimate. In quella più classica si suppone che la dinamica dell'ancia sia descrivibile attraverso una equazione differenziale di tipo

$$y + g y + \omega^2 y = (p - p_0) / \mu$$

dove  $y(t)$  rappresenta la deflessione dell'ancia dalla sua posizione di equilibrio,  $\omega$  è la frequenza naturale di oscillazione dell'ancia,  $g$  è il coefficiente di smorzamento dell'ancia causato dall'attrito viscoso con l'aria e dalla rigidità dell'ancia stessa, e  $\mu$  è il rapporto tra massa e superficie (efficace) dell'ancia.

Il flusso uscente dall'eccitatore verso il risuonatore è dato da

$$u = a(y + h)^{4/3} (p_0 - p)^{2/3} 1(y - 1) - S y$$

dove  $a$  è una costante empirica,  $h$  è l'apertura dell'ancia a riposo,  $1(.)$  è la funzione di Heaviside, per definire il supporto della funzione, e  $S$  è la superficie effettiva dell'ancia. Il secondo addendo tiene conto della corrente acustica prodotta dal movimento dell'ancia. Discretizzando abbiamo

$$y(n + 1) = -b_0 y(n) - b_1 y(n-1) + a_1 (P - P_0)$$

$$u(n) = a(y(n)+h)^{4/3} (p_0(n)-p(n))^{2/3} 1(y(n)-h) - \frac{S}{T} [y(n) - y(n-1)]$$

dove  $b_0$ ,  $b_1$ , e  $a_1$  sono delle opportune costanti. Da questa espressione risulta che, ponendo  $X = [y(n), y(n-1)]$ ,  $U=p_0$ ,  $U_E=p$ ,  $Y_E=u$  abbiamo il modello di Fig. 5a tipico per gli eccitatori fluidodinamici.

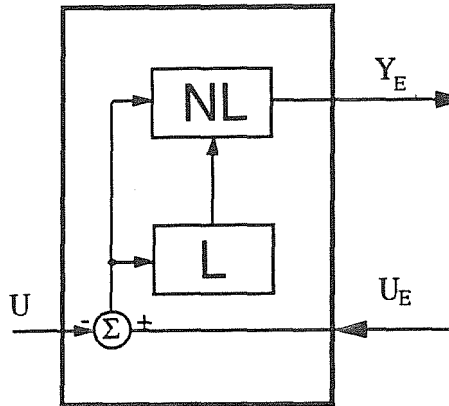


Fig 5a



Nel modello più semplificato del clarinetto, proposto da McIntyre et al. (1983), viene trascurata la dinamica dell'ancia. Pertanto  $y$  è proporzionale a  $(p-p_0)$  e l'eccitatore è costituito solo dalla funzione non lineare.

Si può osservare inoltre che se consideriamo in analogia a McIntyre et al. (1983) come ingresso all'eccitatore  $U_E = p_h = p - Z_0 u$ , otteniamo un sistema che in generale non è più del tipo da noi proposto. Infatti l'uscita  $Y_E$  non è più disaccoppiata dall'ingresso della parte non lineare mediante lo stato della parte lineare. Risulterebbe infatti che

$$Y_E = F_{NL}(X(n), U, U_E, Y_E)$$

Questo richiede quindi una rielaborazione delle equazioni e la soluzione di un sistema lineare (Schumacher 1981) per ogni valore dell'uscita da calcolare. Se si aggiunge un ritardo si può ricondurre anche questo caso alla struttura qui proposta considerando come stato  $X = [y(n), y(n-1), u(n-1)]$ , aggiungendo cioè il flusso allo stato. Risulta ancora un algoritmo descrivibile con lo schema di Fig. 5a, con però differente significato per i vettori di ingresso, uscita e stato. Se invece si trascura la dinamica dell'ancia, si può calcolare direttamente l'uscita esplicitando l'equazione precedente (Balena&DePoli 1985, Smith 1986) ricavando cioè  $Y_E$  in funzione di  $U$  e  $U_E$ . Si ottiene così

$$Y_E(n) = F_{NL}[U(n), U_E(n)]$$

In questo caso (Fig. 5b) non occorre più la parte lineare e l'evoluzione dello stato.

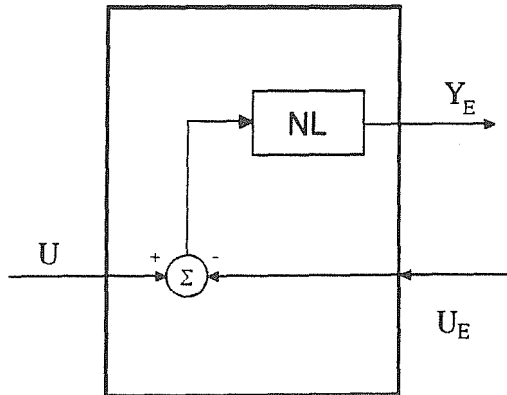


Fig 5b.

## 5. Eccitatori pseudofisici: modello caotico

Si descrive ora un possibile modello di eccitatore generalizzato, basato su un sistema retto da equazioni fisiche, ma privo di corrispondenza con qualsiasi strumento naturale. Si vuole realizzare un modello in grado di produrre segnali interpretabili come eccitazioni. Data la totale libertà interpretativa in cui ci si muove, non è necessario considerare i segnali prodotti come forze, pressioni o altro: semplicemente, si potrà fare riferimento ad essi come ad una sequenza di numeri, che potrà avere interesse se interpretata come segnale musicale. Per ragioni essenzialmente pratiche, si privilegieranno eccitatori in grado di produrre segnali riccamente strutturali. A tale proposito faremo riferimento ora ad un sistema caotico, in grado cioè di produrre un segnale in uscita dotato di caratteristiche di elevata imprevedibilità e varietà. Si consideri un sistema dinamico che descrive l'evoluzione in uno spazio bidimensionale di tre masse puntiformi, collegate tra loro da molle lineari, uguali e di lunghezza a riposo non nulla  $L$ . Il sistema è descritto dalle relazioni

$$m_i \ddot{X}_i = F_i \quad \text{con } i = 1, 2, 3$$

dove  $X_i$  è il vettore delle coordinate del baricentro della massa  $i$ , e  $F_i$  è il vettore della forza agente sulla massa  $i$ ; tale forza ha la seguente espressione:

$$F_i = F_{oi} - K (d(X_i, X_j) - L) u_{ij} - K (d(X_i, X_k) - L) u_{ki}$$

dove  $i$  e  $j$  e  $k$  si riferiscono alle due masse contigue,  $K$  è la costante elastica della molla,  $u_{ij}$  è il versore diretto dalla massa  $i$  alla massa  $j$  e  $d(.,.)$  è la distanza euclidea tra i baricentri considerati.  $F_{oi}$  è la forza esterna applicata alla  $i$ -esima massa. E' facile infine provare che le componenti  $F_{ijx}$  e  $F_{ijy}$  della forza generica  $F_{ij}$  tra due masse sono date da:

$$F_{ijx} = -K \frac{H-L}{H} (X_i - X_j)$$

$$F_{ijy} = -K \frac{H-L}{H} (Y_i - Y_j)$$

dove si è posto:

$$H = (X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2$$

In assenza di forze esterne, il sistema è posto in movimento perturbando le masse dalla loro posizione di equilibrio. L'evoluzione del sistema è assai complessa, ed è del tutto imprevedibile. Inoltre essa presenta una spiccata tendenza all'instabilità delle traiettorie: una piccola deviazione nel valore dei parametri iniziali porta a traiettorie completamente differenti nello spazio di stato. Si noti tuttavia che il sistema non è di per sé stesso divergente. Il sistema così descritto può quindi essere considerato un "generatore di segnali caoti-

ci"; esso può essere utilizzato come produttore di suono a sè stante. E' tuttavia necessario osservare che non è possibile ottenere un controllo sui parametri musicalmente interessanti di un tale generatore; l'ampiezza e la frequenza istantanee del segnale prodotto non dipendono direttamente da alcuno dei parametri del sistema; inoltre, tali grandezze sfuggono completamente a qualsiasi tentativo di caratterizzazione e previsione. Diventa quindi necessario l'impiego di un sistema esterno, che provveda in qualche misura al controllo di tali parametri. Come risuonatore usiamo una semplice linea di ritardo che riceve l'azione dell'eccitatore al suo ingresso e fornisce una "reazione" data dal semplice ingresso ritardato e pesato da un opportuno coefficiente. Per la connessione del modello di eccitatore con il risuonatore qui è opportuno utilizzare come grandezza in uscita del sistema il valore della forza agente su una delle masse per opera delle rimanenti. Tale grandezza è rappresentata da un vettore bidimensionale; essa è quindi inviata ad una coppia di linee di ritardo, ciascuna delle quali propaga una componente del segnale in uscita. Tale forza è immessa nelle linee di ritardo, e viene ritornata al punto di partenza dopo un tempo  $nT$ ; la forza di ritorno agisce sulla massa in modo del tutto analogo a quello delle forze interne del sistema. Quando c'è il risuonatore, dopo un transitorio nel quale il sistema cerca una soluzione di compromesso tra il comportamento caotico dell'eccitatore e il modo oscillatorio periodico del risuonatore, si giunge ad una situazione di equilibrio in cui predomina il comportamento periodico. Il modello descritto è ancora della classe proposta. Infatti ora abbiamo (Fig. 6) che

$$U = [ F_{01}, F_{02}, F_{03} ] \quad U_E = F_{r1} \quad Y_E = [ F_1, F_2, F_3 ]$$

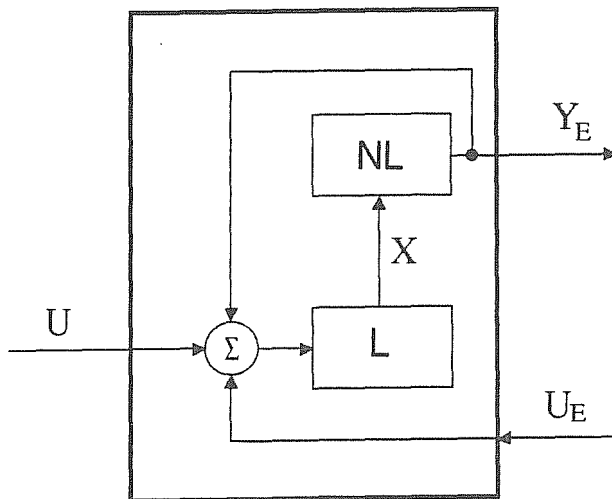


Fig. 6

## 6. Eccitatori non fisici

Quando si rimuove la condizione di usare coppie di variabili fisiche estensive e intensive, come ad esempio tensione e corrente o pressione e flusso, si ottiene la struttura più generale di interazione, che è quella non fisica. Presentiamo qui un'esempio fra i più semplici che possono essere derivati dalla classe da noi preposto. Consideriamo infatti come eccitatore il classico operatore della modulazione di frequenza. Esso calcola la seguente espressione

$$y(n) = \text{sen} (2\pi n f / f_s + \phi(n))$$

dove  $\phi(n)$  è il segnale modulante,  $f_s$  è la frequenza di campionamento. Nel nostro caso  $\phi(n)$  è preso come ingresso dell'eccitatore  $U_E$ . La struttura risultante è composta dalla parte lineare

$$x(n+1) = x(n) + S$$

dove  $S = 2\pi f / f_s$  e dalla parte non lineare

$$y(n) = \text{sen} (x(n) + \phi(n))$$

Se facciamo la posizione  $X = [x(n)]$ ,  $U = S$ ,  $U_E = \phi$ ,  $Y_E = y$ , otteniamo

$$X(n+1) = X(n) + U(n)$$

$$Y_E(n) = \text{sen} [X(n) + U_E(n)]$$

illustrato in Fig. 7.

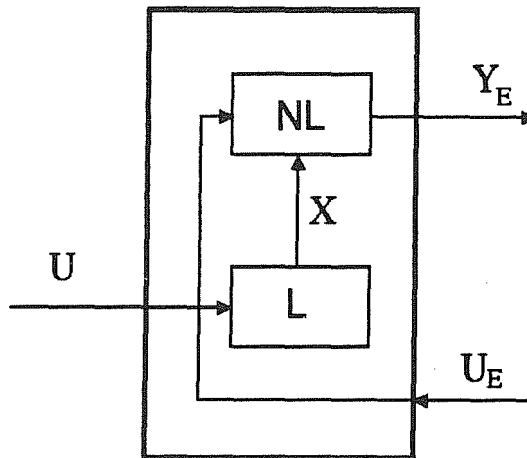


Fig. 7

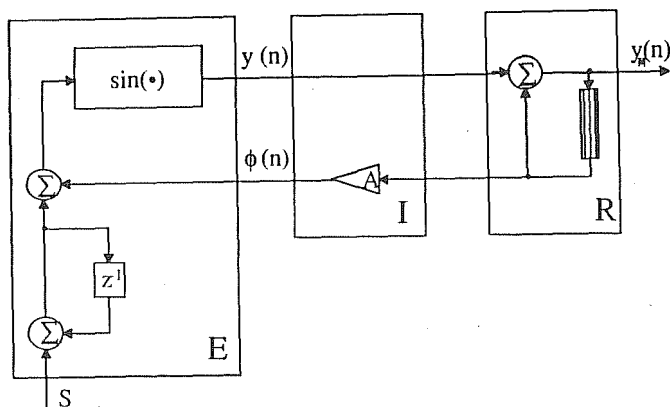


Fig. 8

Se interconnettiamo questo eccitatore con un risuonatore costituito da una linea di ritardo chiusa otteniamo una FM con risuonatore interagente (Fig. 8). Si può osservare l'analogia strutturale di questo algoritmo con lo schema base degli oscillatori musicali proposto da McIntyre et al. (1983). Nel blocco di interazione si può porre un fattore di riscaldamento  $A$  analogo all'indice di modulazione nella modulazione di frequenza classica. Quando  $A$  assume valori piccoli, controlla l'allargamento dello spettro; quando assume valori elevati il suono diventa caotico e quindi molto rumoroso. Per valori intermedi esso controlla il sorgere di granulosità e discontinuità, dovuti al fatto che la fase istantanea non è più monotona. Dal punto di vista percettivo il suono risulta sempre più frammentato. La complessità computazionale è simile a quella della semplice FM statica. Questa struttura consente però un'evoluzione dinamica del timbro. Questo esempio dimostra come la classe proposta consenta di generalizzare facilmente gli algoritmi tradizionali.

## 7. Conclusioni

Nella musica tradizionale, lo strumento ha una duplice funzione. Infatti, oltre ad essere il mezzo con cui viene prodotto il suono, può anche essere considerato come astrazione di una classe di suoni, caratterizzati da un timbro, un comportamento dinamico e da certe possibilità espressive. Noi crediamo che questa duplice funzione sia vera in generale e possa essere anche applicata agli strumenti sintetici. In particolare negli strumenti numerici il mezzo di generazione è descritto da un algoritmo. Noi crediamo quindi che la struttura dell'algoritmo di sintesi contribuisca a definire una classe di suoni anche indipendentemente dalle interpretazioni che hanno motivato l'algoritmo stesso. Per questa ragione cerchiamo di esplorare le strutture. In particolare in questo lavoro abbiamo definito una classe di strutture piuttosto generale per gli eccitatori da inserire in uno schema in cui essi interagiscano con dei risuonatori. I singoli algoritmi possono essere ricavati sia da modelli fisici che da strutture più astratte, che possono trarre ispirazione dalla realtà quando utile, ma che sono piuttosto generatrici di una loro realtà propria.

Riferimenti:

J.M. Adrien, "Physical model synthesis: the missing link", G. De Poli, A. Piccialli, and C. Roads, ed., **Representations of Musical Signals**, Cambridge MA, MIT Press, 1991, pp. 269-297.

F. Balena, G. De Poli, "Un modello semplificato del clarinetto mediante oscillatore non lineare", **Atti del VIII Colloquio di Informatica Musicale**, 1985, pp. 111-138.

G. Borin, G. De Poli, and A. Sarti, "A modular approach to resonator-excitator interaction in physical models synthesis." **Proc. International Computer Music Conference**, 1989, pp. 46-50.

G. Borin, G. De Poli, and A. Sarti, "Generalizing the physical model timbre clars", **Proc. Colloquium on Physical Models**, Grenoble, ACROE, 1990a.

G. Borin, G. De Poli, and A. Sarti, "Excitator-resonator interaction and sound synthesis." **Proc. Colloquium on Physical Models**, Grenoble, ACROE, 1990b.

G. Borin, and A. Sarti, "Interazione martelletto corda nella sintesi del pianoforte", **Atti del VIII Colloquio di Informatica Musicale**, Cagliari, 1989, pp. 9-16.

J.L. Florens, "Autour de la simulation instrumentale modulaaire et du controle gestuel", **Proc. Colloquium on Physical Models**, Grenoble, ACROE, 1990.

J.L. Florens, and C. Cadoz, "The physical model: Modeling and simulating the instrumental universe, in G. De Poli, A. Piccialli, and C. Roads, eds., **Representations of Musical Signals**, Cambridge MA, MIT Press, 1991, pp. 227-268.

M.E. Mc Intyre, R.T. Schumacher, and J. Woodhouse, "On the oscillations of musical instruments". **Journal of the Acoustical Society of America**, Vol. 74, No. 5, 1983, pp. 1325-1345.

R.T. Schumacher, "Ab initio calculations of the oscillations of a clarinet", **Acustica**, Vol. 48, No. 2, 1981, pp. 71-85.

J.O. Smith, "Efficient simulation of reed-bore and bow-string mechanism", **Proc. International Computer Music Conference**, 1986, pp. 275-280.