

UN MODELLO NEL TEMPO DEL CLARINETTO: CANNA E FORI

GIOVANNI DE POLI, STEFANO PUPPIN
CSC-DEI
VIA GRADENIGO 6/A
35131 PADOVA PD TEL 049-8070268

Il meccanismo di produzione di molti suoni di strumenti musicali può essere schematizzato mediante un elemento non lineare collegato in retroazione ad un elemento lineare (Mc Intyre). Nel precedente lavoro (Balena-De Poli) questo schema veniva studiato con riferimento al clarinetto. In particolare veniva proposto un modello semplificato nel tempo ed un algoritmo numerico efficiente per la realizzazione dell'ancia, che costituisce la parte non lineare. Per quanto riguarda la parte lineare, costituita dalla canna, essa era modellata da una linea di ritardo, corrispondente al tratto di canna fino al primo foro aperto, e da un filtro di riflessione. Venivano trascurati gli altri fori e la campana.

La retroazione influenza notevolmente l'evoluzione dell'elemento non lineare, per cui è opportuno fare un modello dell'elemento lineare che approssimi meglio le caratteristiche dello strumento. In questo lavoro viene pertanto studiata e sviluppata nel tempo la parte lineare del modello, con l'obiettivo di ottenere un algoritmo efficiente per la sintesi. L'approccio qui seguito si caratterizza per il fatto che i modelli sviluppati da altri ricercatori generalmente sono in frequenza (con grandi difficoltà di trattare la parte non lineare) o, se nel tempo, rivolti più alla comprensione della fisica dello strumento e quindi computazionalmente complessi. Il lavoro che più si avvicina è quello di Adrien (1988), che però usa un modello troppo semplificato del risuonatore.

MODELLO DELLA CANNA E FORI

Il modello da noi proposto risulta essere una estensione di quello di Kelly-Lochbaum (1962) usato nella sintesi della voce. Questo modello viene usato per trattare il problema della propagazione di un'onda all'interno di un tubo senza perdite e di sezione variabile.

Facciamo alcune convenzioni. Le pressioni si intendono riferite alla pressione atmosferica e sono considerate positive se sono maggiori di questa. Si considerano onde di flusso, se non viene indicato diversamente. Come verso di propagazione dei flussi viene considerato da sinistra a destra (dall'ancia alla campana) per il flusso incidente e opposto per il flusso riflesso.

L'impedenza caratteristica di un tubo lungo ed a sezione costante è data da $Z_0 = \rho C/A$, dove ρ è la densità dell'aria, C la velocità di propagazione ed A l'area della sezione del tubo. Ogni volta che un'onda incontra una discontinuità, ne genera due, una riflessa ed una trasmessa. Dalle condizioni di continuità di pressione e di flusso alla discontinuità risulta che l'onda riflessa U_r è proporzionale all'onda incidente U_i attraverso un coefficiente di riflessione $R = (Z_2 - Z_1)/(Z_2 + Z_1)$ e l'onda trasmessa $U_t = U_i(1 - R) = U_i \cdot 2Z_1/(Z_1 + Z_2)$, dove Z_1 e Z_2 sono le impedenze caratteristiche prima e dopo la discontinuità. Si ottengono così i coefficienti di riflessione e trasmissione per le grandezze in gioco. Un tratto di tubo uniforme viene invece ad essere rappresentato da un ritardo. Conglobando queste due caratteristiche si può giungere ad un modello semplice ed efficace di un tubo sonoro.

Il modello esposto non tratta le interconnessioni multiple, problema che invece è cruciale nello studio di uno strumento a legno. Per modellare i fori del clarinetto si può osservare che quando un'onda scende nel tubo e arriva in corrispondenza di un foro, genera tre onde: una viene trasmessa attraverso il tubo principale, una viene riflessa indietro e una prosegue all'interno del foro. Quest'ultima si propaga all'interno del foro, dove incontra una nuova discontinuità. Qui una parte esce, mentre un'altra viene riflessa verso l'interno dove si ripeterà il fenomeno delle riflessioni multiple.

Vediamo ora di chiarire bene le ipotesi semplificative in cui ci poniamo, alcune proprie del modello, altre invece adottate per evitare di addentrarsi in particolari non irrilevanti, ma sicuramente di secondaria importanza.

a) Il sistema sia lineare; ipotesi senz'altro verificata sintanto che le grandezze in gioco rimangono limitate.

b) Non vi sia correlazione tra i parametri dei vari buchi, ipotesi verificata sperimentalmente.

c) Il tubo abbia perdite trascurabili. Dall'espressione dell'impedenza di un tubo

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z + j\omega L}{Y + j\omega C}}$$

si vede che questa è funzione della frequenza. A frequenze elevate le componenti resistive possono essere senz'altro trascurate, mentre a frequenze più basse bisogna stare più attenti. La minima frequenza di interesse in un clarinetto è di 146 Hertz, e per questo valore il contributo delle parti resistive è percentualmente piccolo, e perciò può essere ignorato.

d) La sezione del tubo sia uniforme lungo tutta la sua lunghezza. Quest'ipotesi è senz'altro falsa, in quanto la parte finale dello strumento è a sezione conica, e inoltre la forma del bocchino è di cruciale importanza per quel che riguarda sia il timbro, sia le caratteristiche dinamiche dello strumento.

e) I fori chiusi siano trascurabili. In realtà anche essi sono assimilabili a delle discontinuità, ma la loro influenza è limitata.

f) I ritardi di propagazione nei fori aperti siano trascurabili; le dimensioni dei fori del clarinetto variano moltissimo a seconda della posizione da essi occupata sulla canna, ma in linea di principio sono larghi e bassissimi verso il fondo dello strumento, stretti e leggermente più profondi verso l'inizio, in ogni caso mai più lunghi di 0.3 cm. Ora, visto che la velocità di propagazione all'interno dello strumento può essere stimata sui 350 m/s, tener conto di questi piccoli ritardi imporrebbe una frequenza di campionamento elevatissima; per i fori finali del clarinetto poi, vista la loro geometria, risulta assurdo ipotizzare tale ritardo.

Quest'ultima ipotesi porta ad una ulteriore semplificazione radicale del modello. Trascurare il ritardo significa spostare l'impedenza di propagazione a diretto contatto con il tubo principale, ottenendo così un modello a costanti parzialmente distribuite (il tubo principale) e parzialmente concentrate (i fori). Vengono così eliminate le onde riflesse all'interno dei fori.

Inoltre l'assunzione che l'area della canna sia uguale prima e dopo il foro, rende il comportamento del foro simmetrico se visto da destra o da sinistra, portando quindi ad un'ulteriore semplificazione. I due coefficienti A di riflessione risultano uguali come pure i coefficienti B di trasmissione nella canna. Inoltre la trasmissione nel foro può essere descritta da un unico coefficiente C. Lo schema risultante è illustrato in figura 1.

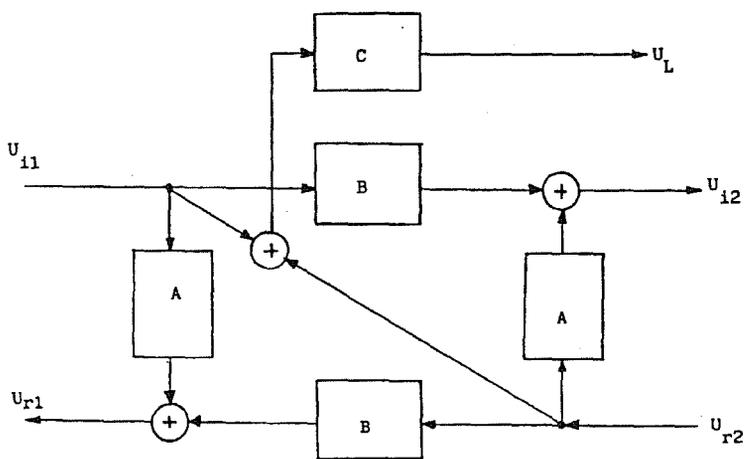


FIG. 1

Dalla teoria delle guide d'onda (Smith), nel caso di multigiunzioni in parallelo con carico si ricavano i valori

$$A = \frac{-Z_o}{Z_o + 2Z_L} \quad B = \frac{2Z_L}{Z_o + 2Z_L} = 1 + A \quad C = \frac{2Z_o}{Z_o + 2Z_L} = -2A$$

dove Z_o è l'impedenza caratteristica del tubo e Z_L è l'impedenza di radiazione del foro. Si noti che normalmente Z_L non è una pura resistenza e pertanto A, B e C sono dei filtri.

In analogia alla formulazione con una moltiplicazione della giunzione di Kelly-

Lochbaum, è possibile una ulteriore semplificazione, che porta all'uso di un solo filtro. Infatti osservando che vale

$$\begin{aligned} U_{i2} &= B U_{i1} + A U_{r2} = U_{i1} + A*(U_{i1} + U_{r2}) \\ U_{r1} &= A U_{i1} + B U_{r2} = U_{r2} + A*(U_{i1} + U_{r2}) \\ U_L &= C*(U_{i1} + U_{r2}) = -2A*(U_{i1} + U_{r2}) \end{aligned}$$

chiamando $U_S = U_{i1} + U_{r2}$, ci si riconduce allo schema di figura 2 in cui compare solo un filtro.

Per concludere bisogna mettere in evidenza il più grosso difetto di questo modello:

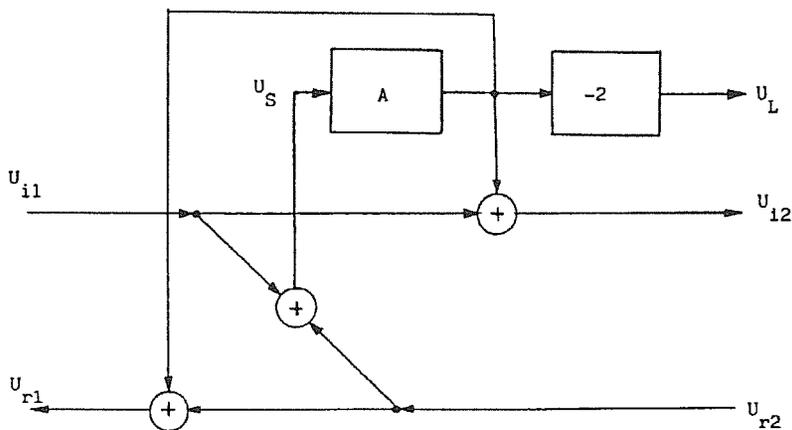


FIG. 2

essendo unidimensionale, colloca la discontinuità in un punto ben preciso, mentre ciò non è verificato in pratica. Non è assolutamente possibile tenere conto poi della correzione di lunghezza della canna, in quanto la posizione reale del nodo di pressione nella canna è funzione della frequenza (più questa è alta, più questo supera la posizione del buco). Inoltre questo spostamento risulta verso il basso per le componenti che vengono dall'alto e in posizione opposta per quelle che vengono dal basso.

UNA IMPLEMENTAZIONE DEL MODELLO

Il modello è composto da due parti l'eccitatore, corrispondente all'ancia, e il risonatore, la canna con i fori e la campana. La canna è costituita da una doppia linea di ritardo per le onde di flusso incidenti e riflesse. In essa sono inseriti modularmente i filtri relativi ai fori. Alla destra termina con un filtro per la campana e a sinistra con la riflessione all'ancia e il meccanismo di controllo dell'eccitazione, costituita dal flusso entrante.

Per l'ancia si è usato l'approssimazione a bassa frequenza, e si è usato l'algoritmo computazionale sviluppato da Balena e De Poli (1985). Esso consente di ricavare la funzione che fornisce il flusso entrante in funzione dell'onda riflessa, che arriva all'ancia dalla canna del clarinetto, e della pressione applicata P_a dal suonatore.

Infatti chiamata P_a la pressione applicata dal suonatore all'esterno dell'ancia e P

la pressione all'interno del clarinetto in prossimità dell'ancia, il flusso entrante U_e dipende dalla caratteristica non lineare dell'ancia (a bassa frequenza) e risulta definito dalla relazione $U_e = f(P-P_a)$ con $P = P_r + P_i$. D'altra parte risulta $P_i = P_r + Z_0 U_e$ da cui $U_e = f(Z_0 U_e + 2P_r - P_a)$. Il flusso è definito pertanto implicitamente e può essere espresso esplicitamente come

$$U_e = g(2P_r - P_a) = G(U_r - P_a / 2Z_0).$$

La funzione $G(\cdot)$ viene calcolata e tabulata per i valori di interesse e quindi si ottiene una implementazione molto efficiente dell'interazione non lineare. In questo modo infatti si ricava il flusso entrante in funzione dell'onda riflessa, e quindi di valori che dipendono solo dal passato. L'onda incidente, che dall'ancia si propaga verso la campana, è data da $U_i = U_e + U_r$.

Per un migliore controllo delle caratteristiche espressive dello strumento, si può aggiungere anche un modello dinamico della lingua e dell'ancia come fatto ad esempio da Adrien (1988).

Nel caso dei fori l'impedenza di radiazione può essere espressa da una relazione del tipo $Z_L = sL + s^2R$. Nella simulazione questi filtri analogici devono essere trasformati in numerici. Ad esempio il filtro A può essere trasformato con la sostituzione $s = (1 - z^{-1})/T$, corrispondente al metodo della soluzione dell'equazione differenziale, e diventa

$$A = \frac{-Z_0}{Z_0 + 2sL + 2s^2R} = \frac{-1}{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

con

$$a_0 = 1 + \frac{2L}{Z_0 T} + \frac{2R}{Z_0 T^2} \quad a_1 = -\frac{2L}{Z_0 T} + \frac{4R}{Z_0 T^2} \quad a_2 = \frac{2R}{Z_0 T^2}$$

Ovviamente trasformazioni più accurate sono possibili, però nel nostro caso, dove sono presenti solo componenti a frequenza relativamente bassa, può essere usato anche questo metodo.

Il comportamento, della campana, come risulta dalla letteratura, è piuttosto complicato. Per una buona approssimazione sono necessari filtri complessi. D'altra parte l'energia che esce dalla campana è trascurabile, e se sono aperti vari fori, l'influenza della campana risulta molto ridotta. In questo lavoro pertanto si è semplificato di molto il problema usando un filtro passa basso con frequenza di taglio di 4500 Hz.

IL PORTAVOCE

Il compito principale del portavoce del clarinetto consiste nel produrre la dodicesima (la terza armonica) della nota fondamentale ottenuta con la stessa diteggiatura. Questo foro presenta delle caratteristiche peculiari rispetto agli altri: esso infatti ha un raggio molto piccolo ed è relativamente profondo. A causa di questa sua geometria

particolare non è possibile trascurare la resistenza addizionale presentata dalla strozzatura. Per fare ciò abbiamo usato la seguente formula:

$$Z_A = \frac{P}{\pi a^2} \left(\frac{8\mu}{3a^2} + -j\omega \rho \right)$$

dove a = raggio del foro, P = lunghezza del foro, μ = coefficiente di viscosità, ρ = densità dell'aria. Questa impedenza Z_A aggiuntiva è stata posta in serie all'impedenza di radiazione Z_r , il tutto a parametri concentrati senza ritardi di propagazione.

Quello che si ottiene con questa modifica è esattamente quello che doveva succedere: il suono prodotto sale di dodicesima e compaiono anche le armoniche pari. Anche se il suono ottenuto in questo caso non è molto bello (ricorda molto quello di un suonatore alle primissime armi) questo a nostro parere è la prova più lampante della validità del modello.

In figura 3 vi sono mostrate le funzioni di riflessione del modello dello strumento, rispettivamente per le note Sol3 e Re5. Queste note hanno gli stessi fori aperti a parte il portavoce. La funzione di riflessione corrisponde alla risposta all'impulso della parte lineare del modello (canna e fori).

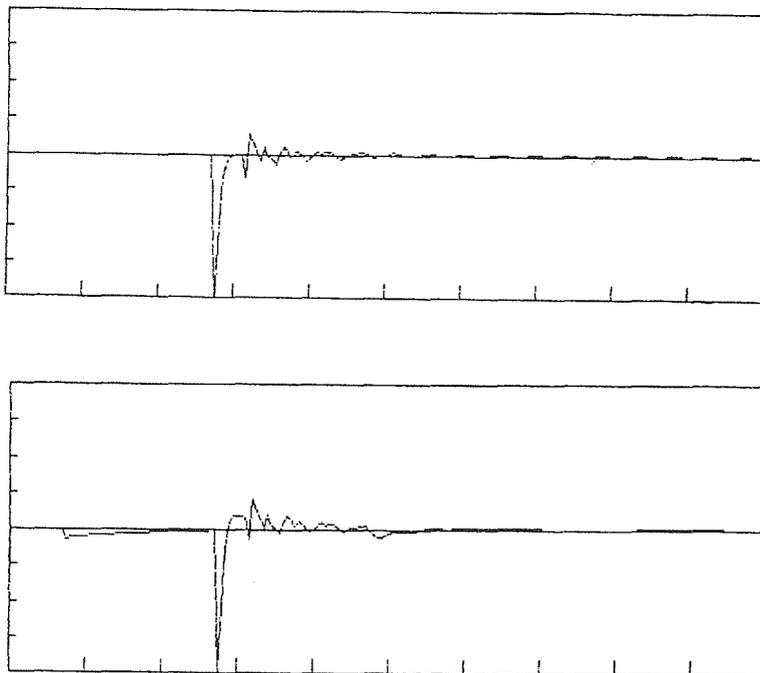


FIG.3

CONCLUSIONI

E' stato presentato un modello computazionale nel tempo della canna e dei fori del clarinetto. Questo lavoro si inserisce nell'ambito delle ricerche volte ad individuare tecniche per la sintesi di suoni, in particolare algoritmi non lineari con reazione. L'obiettivo a media scadenza pertanto non è tanto una perfetta simulazione del meccanismo di produzione del suono, né di tutte le possibili articolazioni, quanto trarre spunto dalla realtà per formulare algoritmi e modelli che siano di uso più generale. Questo lavoro intende pertanto contribuire allo studio delle varie componenti e alla loro interazione in un modello computazionale. Il confronto con suoni e strumenti reali serve a fornire indicazioni ed elementi di valutazione delle varie soluzioni sperimentate.

RIFERIMENTI

Adrien J.M., Caussè R., Ducasse E., "Dynamic modeling of stringed and wind instruments: sound synthesis by physical models", Proc. ICMC 88, p. 265-271, 1988.

Balena F., De Poli G., "Un modello semplificato del clarinetto mediante oscillatore non lineare", Atti 6° CIM, p. 11-138, 1985.

Kelly J.R., Lochbaum C., "Speech synthesis", Proc. Int. Cong. Acoust., G-24, p. 1-4, 1962.

Mc Intyre M.E., Schumacher R.T., Woodhouse J., "On the oscillations of musical instruments", J. Acoust. Soc. Am., 74(5), p. 1325-1345, 1983.

Schumacher R.T., "Ab initio calculations of the oscillations of a clarinet", *Acustica*, 48(2), p.71-85, 1981.

Smith J.O., "Efficient simulation of the reed-bore and bow-string mechanisms", Proc ICMC 86, p. 275-280, 1986.

Stewart S.E., Strong W.J., "Functional model of a simplified clarinet", J. Acoust. Soc. Am., 68(1), p. 109-120, 1980.