



# Influence of the arch thickness discontinuities on the seismic capacity of masonry bridges

Nicolò Simoncello<sup>a</sup>, Carlo Pellegrino<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Dept. of Civil, Architectural and Environmental Engineering, Via Marzolo 9, 35121 Padua.

<sup>b</sup> Dept. of Civil, Architectural and Environmental Engineering, Via Marzolo 9, 35121 Padua.

Keywords: Masonry bridges; collapse mechanism; thrust line; limit analysis; discontinuity of arch

#### ABSTRACT

Arch bridges still represent a large component of rail and road infrastructure on the European continent. Their operation and safety maintenance is one of the main aims of the rail and road infrastructure managers. Maintenance strategies and bridge management begin with the structural assessment phase. The structural behaviour of masonry arches is very complex to evaluate and it is influenced from various parameters (geometric, mechanical and environmental). In this paper, the structural behaviour of arches with discontinuous thickness is analysed. In particular, the variation of the horizontal load resistance is evaluated by varying the ratio of the extension of the arch length with a smaller thickness and the ratio between the largest and the smaller thickness.

# 1 INTRODUZIONE

I ponti ad arco in muratura risultano essere un patrimonio storico ed architettonico che deve essere salvaguardato e preservato dai fattori esterni che causano il decadimento strutturale delle costruzioni in muratura.

Sono molti i fattori esterni che possono influenzare la resistenza di un arco in muratura a resistere a carichi verticali, ai carichi accidentali e ai cedimenti impressi. Il fattore che caratterizza maggiormente la capacità strutturale di un arco in muratura è la geometria. Come sottolineato da alcuni studi riportati in letteratura (Tecchio et al 2012, Zampieri et al 2014, Zampieri et al 2015a, da Porto et al 2016, Cavalagli et al 2016) la risposta strutturale dovuta a qualsiasi tipo di carico applicato dipende dalla geometria dell'arco (Freccia, Luce, Spessore ecc..). Inoltre, come evidenziano recenti studi (Zampieri et al 2017) che valutano la risposta strutturale di ponti ad arco in muratura con pile in alveo, la geometria arco-pile è l'elemento chiave per la definizione della resistenza di ponti in muratura a scavi localizzati. Un altro fattore che influenza la risposta ai carichi esterni applicati di un arco in muratura è il degrado. Nello specifico tutte le forme di degrado (Zampieri et al 2016b,

Cavalagli et al 2017) che alterano la geometrica dell'arco sono le più influenti.

Tutte le variabili (che influenzano il comportamento strutturale degli archi in muratura appena citate) non sono facilmente definibili in maniera esatta per questo motivo è preferibile un approccio di tipo probabilistico (Zampieri et al 2016a, Cavalagli 2017) per la valutazione strutturale per questo tipo di costruzioni.

Lo studio presentato in questa memoria riguarda la capacità strutturale dell'arco in muratura soggetto a carichi orizzontali (nel piano). In riferimento ai ponti in muratura, l'azione orizzontale maggiormente gravosa è quella che agisse nel piano dell'arco (Zampieri et al 2015b). Per tale motivo, in questo lavoro, viene presa in considerazione questo tipo di azione orizzontale per valutare la risposta di archi in muratura con spessore discontinuo (Figura 1). Gli archi murari con spessore discontinuo sono tipici dei ponti in muratura e poiché la letteratura è piena di esempi dell'applicazione dell'analisi limite ad archi con geometria regolare (Heyman 1996, Heyman 1995) in questo lavoro tale metodologia di analisi è applicata ad archi con due spessori come riportato in Figura 1.

Viene condotta dunque un'analisi parametrica dove, fissata la luce L, si considerano cinque diversi angoli di apertura  $\beta$  (180°, 155°, 125°, 90°, 45°), si fa variare la posizione della discontinuità dello spessore  $(\beta_v/\beta)$  ed il rapporto  $(s_1/s_2)$  tra i due differenti spessori dell'arco.

# 2 ANALISI LIMITE ARCHI IN MURATURA

#### 2.1 Approccio all'analisi limite

L'analisi di strutture ad arco viene sviluppata attraverso un approccio cinematico in accordo con le ipotesi di resistenza a trazione nulla ed infinita resistenza a compressione del materiale (Heyman 1966, 1995). In accordo con le ipotesi di Heyman, non vengono considerati fenomeni di scorrimento tra i conci. La deformazione dei conci risulta essere trascurabile e non sono considerati fenomeni locali di compenetrazione del materiale. In queste ipotesi, in condizioni limite, l' arco in muratura presenta delle cerniere di fessurazione in corrispondenza della tangenza della linea delle pressioni al limite esterno (intradosso o estradosso) dello spessore dell'arco permettendo quindi fenomeni di rotazione dei conci attorno alla cerniera formatasi.

#### 2.2 Analisi in presenza di forze orizzontali

Si consideri un arco, in equilibrio con i carichi fissi esterni, di spessore s e di apertura  $\beta$  al quale si applica un'accelerazione alla base. Il valore di accelerazione di collasso è unico se vengono mantenuti inalterati i carichi esterni verticali (teorema dell'unicità).



Figura 1. Notazione dei parametri variabili.

La verifica sismica di un arco può essere svolta mediante considerazioni statiche in quanto, per valori dell'accelerazione applicata inferiori all'accelerazione di collasso, non si ha la formazione di un meccanismo di collasso e l'arco non ha spostamenti relativi rispetto al suolo. Il moltiplicatore cinematicamente ammissibile può essere determinato mediante l'applicazione del Principio dei Lavori Virtuali al meccanismo dell'arco: essendo  $\alpha$  il moltiplicatore di collasso, m la massa per unità di lunghezza e  $\xi$  e  $\eta$  gli spostamenti orizzontali e verticali, applicando il Principio dei Lavori Virtuali si ottiene, Equazione 1:

$$\alpha \int_0^L m(z) \cdot g \cdot \xi \cdot dz + \int_0^L m(z) \cdot g \cdot \eta \cdot dz = 0 \qquad (1)$$

Da cui si ottiene, Equazione 2:

$$\alpha = -\frac{\int_0^L m(z) \cdot g \cdot \eta \cdot dz}{\int_0^L m(z) \cdot g \cdot \xi \cdot dz}$$
(2)

Nel caso di un arco formato da un numero finito di conci, come nei casi in esame in questo lavoro, non è più possibile applicare il Principio dei Lavori Virtuali come visto sopra, in quanto le cerniere di fessurazione non sono libere di formarsi in qualsiasi punto dello sviluppo dell'arco ma saranno vincolate a formarsi nei punti di contatto tra i conci che lo compongono. Si consideri quindi un arco formato da n conci: su ogni concio grava la propria forza peso  $P_i$  e la forza orizzontale dovuta all'accelerazione  $\alpha P_i$ Figura 2.



Figura 2. Discretizzazione dell'arco in muratura e relative forze applicate per ogni concio.

Si applica quindi il Principio dei Lavori Virtuali, Equazione 3:

$$\alpha \sum_{i} P_i \delta H_i - \sum_{i} P_i \delta V_i = 0 \tag{3}$$

Dal quale è immediato ricavare il moltiplicatore di collasso  $\alpha$ , Equazione 4:

$$\alpha = \frac{\sum_{i} P_{i} \delta V_{i}}{\sum_{i} P_{i} \delta H_{i}}$$
(4)

Determinato il moltiplicatore di collasso è possibile determinare le reazioni vincolari e la linea delle pressioni passante per le cerniere. Il moltiplicatore trovato è moltiplicatore di collasso se la linea delle spinte è interamente contenuta nella sagoma dell'arco, altrimenti è necessario spostare le cerniere nei punti di massima distanza tra linea delle spinte e sagoma dell'arco e ricalcolare il moltiplicatore  $\alpha$ . Quando la linea delle spinte è interamente contenuta nella sagoma dell'arco, il moltiplicatore è anche moltiplicatore di collasso.

# **3 ANALISI PARAMETRICA GEOMETRICA**

#### 3.1 Variabili parametriche

I parametri oggetto di variazione, nell'analisi parametrica, sono: l'angolo di apertura dell'arco  $\beta$ , il rapporto tra spessore e raggio medio S/R<sub>m</sub>, posizione della riduzione dello spessore  $\beta_v/\beta$  ed il rapporto tra gli spessori riferiti al medesimo caso esaminato S<sub>1</sub>/S<sub>2</sub>. Di seguito viene rappresentata numericamente la scelta adottata per l'analisi in Tabella 1:

Tabella 1. Dati utilizzati per l'analisi parametrica.

β=180°	β=155°	β=125°	β=90°	β=45°
$S/R_m$	S/R <sub>m</sub>	S/R <sub>m</sub>	S/R <sub>m</sub>	S/R <sub>m</sub>
0.13500	0.07000	0.03000	0.01500	0.01500
0.15125	0.10250	0.07250	0.04875	0.01875
0.16750	0.13500	0.11500	0.08250	0.02250
0.18375	0.16750	0.15750	0.11625	0.02625
0.20000	0.20000	0.20000	0.15000	0.03000
$\beta_v/\beta$	0.10	0.20	0.30	
$S_1/S_2$	2.00	1.40	1.10	_

#### 3.2 Moltiplicatore di collasso

I risultati ottenuti dall'analisi limite sono stati rielaborati e rappresentati su grafici in modo tale da poterne apprezzare l'andamento del fattore moltiplicativo di collasso in base alle diverse configurazioni combinate con i relativi parametri indipendenti.

L'andamento del moltiplicatore di collasso  $\alpha_0$ viene codificato da ogni grafico per ogni estensione dell'angolo  $\beta$  considerando i relativi parametri di variazione. Di seguito vengono rappresentati i risultati:



Figura 3. Variazione del moltiplicatore di collasso  $\beta$ =180°.



Figura 4. Variazione del moltiplicatore di collasso  $\beta$ =155°.



Figura 5. Variazione del moltiplicatore di collasso  $\beta$ =125°.



Figura 6. Variazione del moltiplicatore di collasso  $\beta$ =90°.



Figura 7. Variazione del moltiplicatore di collasso  $\beta$ =45°.

Come si può osservare, i moltiplicatori di collasso crescono al crescere del rapporto spessore su raggio medio (S/R<sub>m</sub>). Lo stesso comportamento è visibile anche al crescere del rapporto tra spessore maggiore e spessore minore Inoltre si può notare  $(S_1/S_2).$ che. in corrispondenza di imposte di spessore minore, la pendenza della retta che descrive l'andamento del moltiplicatore di collasso aumenta. Un'ulteriore considerazione può essere redatta osservando che al diminuire dell'angolo di sviluppo ( $\beta$ ) dell'arco, la variazione della curva inizialmente lineare assume un andamento di tipo parabolico.

#### 3.3 Posizione delle cerniere di fessurazione

Utilizzando le analisi condotte per la determinazione del moltiplicatore di collasso, è possibile analizzare la variazione della posizione delle cerniere di fessurazione per ogni configurazione studiata.

Nelle Figure 8-9-10, viene rappresentata la posizione delle cerniere di fessurazione nel caso in cui l'angolo di apertura dell'arco corrisponde a  $180^{\circ}$  ovvero arco a tutto sesto. Nelle diverse configurazioni dove l'estensione dello spessore maggiore S<sub>1</sub> incrementa, emerge uno spostamento della posizione della terza e seconda cerniera verso la mezzeria dell'arco con più influenza nel caso in cui lo spessore verso le imposte è due



Figura 8. Variazione cerniere di fessurazione  $\beta$ =180°  $\beta_v/\beta$ =0,1.



Figura 9. Variazione cerniere di fessurazione  $\beta$ =180°  $\beta_v$ / $\beta$ =0,2.



Figura 10. Variazione cerniere di fessurazione  $\beta$ =180°  $\beta_{v}$ / $\beta$ =0,3.

volte quello in corrispondenza del centro dell'arco. La prima cerniera, invece, subisce un notevole spostamento verso l'imposta con maggiore influenza quando il rapporto  $S_1/R_m$  supera il valore, in media, di 0,112.



Figura 11. Variazione cerniere di fessurazione  $\beta$ =155°  $\beta_v$ / $\beta$ =0,1.



Figura 12. Variazione cerniere di fessurazione  $\beta$ =155°  $\beta_{v}$ / $\beta$ =0,2.



Figura 13. Variazione cerniere di fessurazione  $\beta$ =155°  $\beta_v$ / $\beta$ =0,3.

Un effetto simile al caso precedente, si ottiene in corrispondenza di un angolo di apertura dell'arco pari a  $155^{\circ}$ . In questo caso la prima cerniera subisce uno spostamento a ridosso l'imposta dove per entrambi i casi, in media, assume il valore di S<sub>1</sub>/R<sub>m</sub> 0,109 Figure 11-12-13.

Nel caso in cui  $\beta$  assuma un valore di 125°, la prima cerniera assume un valore stabile come per la quarta in entrambe le combinazioni geometriche analizzate. La configurazione del meccanismo di collasso presenta quindi due delle quattro cerniere posizionate in corrispondenza delle due imposte Figure 14-15-16.



Figura 14. Variazione cerniere di fessurazione  $\beta$ =125°  $\beta_v$ / $\beta$ =0,1.



Figura 15. Variazione cerniere di fessurazione  $\beta$ =125°  $\beta_v$ / $\beta$ =0,2.



Figura 16. Variazione cerniere di fessurazione  $\beta=125^{\circ} \beta_{v}/\beta=0,3.$ 



Figura 17. Variazione cerniere di fessurazione  $\beta=90^{\circ} \beta_{v}/\beta=0,1$ .



Figura 18. Variazione cerniere di fessurazione  $\beta=90^{\circ} \beta_{v}/\beta=0,2$ .



Figura 19. Variazione cerniere di fessurazione  $\beta$ =90°  $\beta_v$ / $\beta$ =0,3.

Nel caso in cui  $\beta$  assuma un valore di 90°, la posizione delle cerniere alle estremità rimane invariata Figure 17-18-19. Le cerniere di fessurazione centrali presentano uno spostamento accentuato in direzione della prima cerniera, quando il rapporto S<sub>1</sub>/R<sub>m</sub> è pari a 0,072 in media.

In presenza di un arco molto ribassato, come nel caso in cui  $\beta$  è pari a 90°, le cerniere di fessurazione sembrano risultare abbastanza stabili tranne la seconda. Infatti, all'aumentare del rapporto S<sub>1</sub>/R<sub>m</sub>, il meccanismo, ancora costituito da quattro cerniere di fessurazione, tende a sovrapporre le prime due cerniere.



Figura 20. Variazione cerniere di fessurazione  $\beta$ =45°  $\beta_{v}$ / $\beta$ =0,1.



Figura 21. Variazione cerniere di fessurazione  $\beta$ =45°  $\beta_v$ / $\beta$ =0,2.



Figura 22. Variazione cerniere di fessurazione  $\beta$ =45°  $\beta_v$ / $\beta$ =0,3.

## 4 CONCLUSIONI

In questo lavoro si riporta lo studio del comportamento sismico di archi in muratura con spessore discontinuo tramite analisi limite dell'equilibrio. Tale irregolarità geometrica è comunemente presente nei ponti in muratura, per questo motivo viene presentata una analisi limite parametrica con l'obiettivo di valutare l'influenza della discontinuità geometrica.

La rielaborazione dei risultati dell'analisi parametrica evidenzia la variazione del moltiplicatore di collasso e della posizione delle cerniere di fessurazione in funzione della geometria dell'arco e della discontinuità geometrica. Da tali risultati si nota come al diminuire dell'angolo di apertura dell'arco, il moltiplicatore di collasso assuma un andamento da lineare a parabolico, ovvero per bassi valori dell'angolo di apertura  $\beta$ , all'aumentare del rapporto S/R<sub>m</sub> il moltiplicatore di collasso assume valori più elevati. Nel caso di arco a tutto sesto esiste una relazione quasi lineare tra rapporto S/R<sub>m</sub> e moltiplicatore di collasso per ogni curva rappresentata. La posizione delle cerniere di fessurazione presenta una distribuzione quasi simmetrica per l'arco a tutto sesto. Al diminuire dell'angolo di apertura  $\beta$  la prima cerniera tende a coincidere con la posizione della prima imposta, situazione che invece permane in tutti i casi per la posizione della quarta cerniera. Si può notare come, per il diminuire dell'angolo di apertura  $\beta$ , la seconda e terza cerniere tendono a spostarsi nella direzione in cui è applica la forza sismica con la particolarità della seconda cerniera che formarsi in corrispondenza tende a della variazione dello spessore dell'arco.

#### REFERENCES

- Cavalagli, N., Gusella, V., Severini, L., 2016. Lateral loads carrying capacity and minimum thickness of circular and pointed masonry arches, *International Journal of Mechanical Sciences*, 115-116, 645-656.
- Cavalagli, N., Gusella, V., Severini, L., 2017. The safety of masonry arches with uncertain geometry, *Computer and structures*, 188, 17-31.
- da Porto, F., Tecchio, G., Zampieri, P., Modena, C., Prota,
  A. Simplified seismic assessment of railway masonry arch bridges by limit analysis (2016) 12 (5), pp. 567-591. DOI: 10.1080/15732479.2015.1031141
- Heyman J (1966) The stone skeleton. Int J Solids Struct 2(2):249–256
- Heyman J (1995) *The stone skeleton: structural* engineering of masonry architecture. Cambridge University Press, Cambridge
- Tecchio, G., Da Porto, F., Zampieri, P., Modena, C., Bettio, C. Static and seismic retrofit of masonry arch bridges: Case studies (2012) pp. 1094-1098
- Zampieri, P., Zanini, M.A., Zurlo, R. Seismic behaviour analysis of classes of masonry arch bridges (2014) 628, pp. 136-142. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.628.136.
- Zampieri, P., Zanini, M.A., Modena, C. Simplified seismic assessment of multi-span masonry arch bridges (2015a).
  Bulletin of Earthquake Engineering, 13 (9), pp. 2629-2646. DOI: 10.1007/s10518-015-9733-2.
- Zampieri, P., Tecchio, G., da Porto, F., Modena, C. Limit analysis of transverse seismic capacity of multi-span masonry arch bridges (2015b). *Bulletin of Earthquake Engineering*, 13 (5), pp. 1557-1579. DOI: 10.1007/s10518-014-9664-3.
- Zampieri, P. Zanini, M. A., Faleschini F. Derivation of analytical seismic fragility functions for Common Masonry Bridge types: Methodology and application to real cases (2016a). *Engineering failure analysis* 68, pp 275–291. DOI:10.1016/j.engfailanal.2016.05.031.
- Zampieri, P. Zanini, M. A., Faleschini F. Influence of damage on the seismic failure analysis of masonry arches (2016b). Construction and Building Materials, 119, pp. 343-355. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2016.05.024.
- Zampieri, P., Zanini, M.A., Faleschini, F., Hofer, L., Pellegrino, C. Failure analysis of masonry arch bridges subject to local pier scour (2017). *Engineering Failure Analysis*, 79, pp. 371-384.DOI: 10.1016/j.engfailanal.2017.05.028.