



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE, AMBIENTALE

RAPPORTO INTERNO

RELAZIONE FINALE DELL'ATTIVITÀ DI RICERCA SUL TEMA:

**“CONTROLLO PASSIVO DELLA RISPOSTA SISMICA DI
EDIFICI PREFABBRICATI
USO DI CONNESSIONI DISSIPATIVE”**

Il Responsabile Scientifico:

**Prof. Ing. Roberto Scotta,
Prof. Ing. Renato Vitaliani**

Il Responsabile della Ricerca:

**Carolina Baruffi,
Ing. Lorenzo De Stefani**

Giugno 2015

Sommario

Verso la fine di maggio 2012, una serie di eventi sismici hanno colpito la regione Emilia nel nord Italia, caratterizzati da due scosse principali di magnitudo ML 5.9 e 5.8. L'Emilia è stata classificata come zona a rischio sismico solo recentemente. Di conseguenza, la quasi totalità degli edifici prefabbricati eretti negli ultimi decenni non presenta accorgimenti particolari con riferimento alla loro risposta sismica. I sopralluoghi dopo il terremoto hanno consentito di identificare le principali tipologie di danno in tali edifici e la loro localizzazione: alla base delle colonne, in sommità alle colonne, in corrispondenza degli elementi di copertura e di tamponamento. Lo scenario conferma quanto si era già osservato in occasione del terremoto dell'Aquila (Meneghetti [2009]), (Colombo and Toniolo [2012]). In particolare, è stato evidenziato come il punto debole negli edifici prefabbricati sia rappresentato dalle connessioni.

Di fatto, nelle strutture prefabbricate, a differenza degli edifici in calcestruzzo armato, la progettazione e la costruzione di connessioni efficienti rappresenta ancora un argomento di ricerca e in via di sviluppo. Le connessioni nelle strutture gettate in opera garantiscono un elevato grado di continuità fra gli elementi collegati, legato anche alla presenza delle barre d'armatura passanti. In caso di evento sismico, i giunti posseggono elevata capacità dissipativa e consentono la redistribuzione interna delle sollecitazioni (se adeguatamente progettati). Tali caratteristiche non sono presenti negli edifici prefabbricati, specialmente in quelli utilizzati nell'industria, i quali tipicamente sono costituiti da travi/elementi di copertura semplicemente appoggiati sulle colonne. In tali strutture l'adeguamento sismico non può essere effettuato attraverso l'inserimento di connessioni rigide fra gli elementi, poiché ciò comporterebbe un incremento della rigidità della struttura, di per sé flessibile, e una inferiore capacità dissipativa. Se non adeguatamente studiate, tali connessioni potrebbero portare a conseguenze non prevedibili e anche negative, come un aumento eccessivo del taglio alla base con rottura dei pilastri. Inoltre, risulta complessa la progettazione di connessioni in grado di resistere senza danno alle sollecitazioni indotte da un evento sismico.

Le tecniche di controllo passivo della risposta sismica si basano sull'utilizzo di sistemi che non necessitano di energia per operare. Si tratta di sistemi molto affidabili, le quali non presentano problemi quali il mancato funzionamento a causa di *black-out* durante i terremoti. Attualmente, esse sembrano rappresentare una soluzione promettente per l'adeguamento sismico degli edifici prefabbricati. Tra questi, un possibile intervento risulta essere l'introduzione di connessioni dissipative le quali, aumentando l'energia dissipata, permettano un incremento del fattore di struttura. Le connessioni dissipative possono essere localizzate fra diversi elementi strutturali; fra i tegoli di copertura e le travi di bordo, fra le travi e i pilastri, o in corrispondenza dell'attacco dei pannelli di

tamponamento al telaio.

Il presente lavoro è focalizzato sull'introduzione di connessioni dissipative fra elementi di copertura e sottostruttura. In particolare, l'obiettivo è l'elaborazione di un algoritmo che consenta la definizione della forza di snervamento da assegnare a tali connessioni in funzione del massimo spostamento relativo accettabile fra tegoli di copertura e sottostruttura. Il fenomeno complesso, il quale coinvolge fenomeni plastici e risposta dinamica del sistema, viene descritto attraverso delle equazioni semplici al fine di avere uno strumento potente ma di facile utilizzo per la progettazione. L'algoritmo proposto consente di definire la forza di snervamento delle connessioni di copertura in funzione delle caratteristiche elastiche ed inerziali del sistema in esame, senza la necessità di effettuare analisi dinamiche non-lineari le quali risultano di difficile esecuzione e spesso ambigue nei risultati.

Indice

1	Analisi del problema e algoritmo di risolutivo	7
1.1	Analisi del problema	7
1.1.1	Schematizzazione del sistema	7
1.1.2	Sistema SDOF equivalente	12
1.1.3	Ipotesi di base	13
1.2	Algoritmo risolutivo	16
1.2.1	Definizione del legame $q_c - q$	17
1.2.2	Definizione dello spostamento relativo $\Delta_{1-2,pl}$	23
1.2.3	Algoritmo finale	25
2	Caso studio numero 1	27
2.1	Presentazione del caso studio	27
2.2	Caratteristiche dell'azione sismica	31
2.3	Modellazione	32
2.4	Analisi effettuate	33
2.5	Risultati	34
2.6	Commenti sui risultati	37
2.7	Confronto fra risultati computazionali e risultati calcolati attraverso l'algoritmo proposto	39
2.7.1	Dati in <i>input</i>	39
2.7.2	Dati in <i>output</i> e confronti effettuati	39
2.7.3	Commenti	42
2.8	Correzione dell'algoritmo	43
2.8.1	Proposta di correzione	43
2.8.2	Verifica dell'algoritmo corretto	44
3	Inserimento dei pannelli di tamponamento	46
3.1	Effetto della presenza dei pannelli	46
3.1.1	Legame fra gli spostamenti di sottostruttura e sovrastruttura	47
3.2	Espressione di $\Delta_{1-2,pl}$ corretta	50

4	Caso studio numero 2	52
4.1	Presentazione del caso studio	52
4.2	Modellazione	53
4.3	Analisi effettuate	53
4.4	Confronto fra i risultati calcolati e i risultati computazionali . . .	53
4.4.1	Dati in <i>input</i>	53
4.4.2	Dati in <i>output</i> e confronti effettuati	53
4.4.3	Commenti	57
5	Analisi di sensibilità	60
5.0.4	Effetti legati all'attrito	60
5.0.5	Modellazione e analisi	61
5.0.6	Risultati	63
6	Conclusioni	67
	Bibliografia	68

Elenco delle tabelle

1.1	<i>Dati input del problema.</i>	16
1.2	<i>Dati output del problema.</i>	16
2.1	<i>Simbologia adottata nell'ambito delle analisi effettuate sul sistema originario.</i>	34
2.2	<i>Sottosistema centrale: spostamenti u_4 e $u_{pil,centr}$, spostamento relativo Δ_4 e fattore di struttura q in funzione di $V_{y,M}$.</i>	35
2.3	<i>Sottosistema laterale: spostamenti u_1 e $u_{pil,lat}$, spostamento relativo Δ_1 e fattore di struttura q in funzione di $V_{y,M}$.</i>	37
2.4	<i>Caratteristiche elastiche ed inerziali del sistema in serie rappresentativo del sottosistema centrale.</i>	39
2.5	<i>Calcoli per la stima dello spostamento relativo fra tegolo centrale e trave di bordo attraverso l'algoritmo proposto.</i>	42
2.6	<i>Calcoli per la stima dello spostamento relativo fra tegolo centrale e trave di bordo attraverso l'algoritmo corretto. Per $1 < q_c < 2.5$ si utilizza la formula 2.12, per $2.5 < q_c$ si utilizza la 2.13.</i>	45
3.1	<i>Coppie di valori ($m_1 ; m_2$) utilizzati nell'equazione 3.8.</i>	49
3.2	<i>Variazione di Δ_2 in funzione di Δ_1 per il caso A</i>	50
3.3	<i>Variazione di Δ_2 in funzione di Δ_1 per il caso B</i>	50
4.1	<i>Calcolo delle masse traslazionali legate alla presenza dei pannelli.</i>	52
4.2	<i>Calcoli per la stima dello spostamento relativo fra tegolo centrale e trave di bordo attraverso l'algoritmo proposto.</i>	56
4.3	<i>Calcoli per la stima dello spostamento relativo fra tegolo centrale e trave di bordo attraverso l'algoritmo corretto, in presenza di pannelli. Per $1 < q_c < 2.75$ si utilizza la formula 2.12, per $2.75 < q_c$ si utilizza la 2.13.</i>	59
5.1	<i>Valori del coefficiente d'attrito μ adottati per le analisi e conseguente forza d'attrito.</i>	61

Elenco delle figure

1.1	<i>Pianta di un caso studio tipo.</i>	8
1.2	<i>Influenza della deformabilità della copertura sulla risposta sismica di una struttura. A sinistra, il caso di copertura indeformabile (spostamenti uniformi dei pilastri); a destra, il caso di copertura deformabile (spostamenti disuniformi dei pilastri).</i>	9
1.3	<i>In caso di copertura deformabile, il sistema originario può essere studiato suddividendolo in una serie di sottosistemi, considerabili in prima approssimazione separatamente. In presenza di simmetria di geometria e carichi, il numero di sottosistemi utilizzato per descrivere il comportamento globale può essere ridotto.</i>	10
1.4	<i>Schema semplificato del comportamento del sistema reale: due masse con due molle in serie.</i>	10
1.5	<i>Modi principali di vibrare per un sistema a due gradi di libertà dinamici in serie.</i>	11
1.6	<i>Spostamenti delle masse m_1 e m_2 per il caso in cui sia $V_y \simeq 0$.</i>	19
1.7	<i>Spostamenti delle masse m_1 e m_2 per il caso in cui sia $V_y \neq 0$.</i>	19
1.8	<i>Spostamenti delle masse m_1 e m_2 per il caso in cui sia $V_y \simeq V_{el}$.</i>	20
1.9	<i>Spostamenti delle masse m_1 e m_2 per il caso in cui sia $V_y \simeq V_{el}$. Ingrandimento del grafico 1.7 per $7.0 < t < 8.0$ secondi.</i>	21
1.10	<i>Comportamento del sistema a 2 gradi di libertà per la situazione limite $V_y \rightarrow 0$.</i>	23
2.1	<i>Pianta del capannone utilizzato come caso studio.</i>	28
2.2	<i>Esempio di connessione ad archetto; la connessione si compone di due elementi curvilinei in acciaio, saldati a due piastrine per l'ancoraggio.</i>	29
2.3	<i>Esempio di collegamento isostatico e iperstatico per tegolo II con l'uso di archetti e corrispondente modellazione.</i>	30
2.4	<i>Spettro di risposta in pseudo-accelerazione per il sito in esame.</i>	32
2.5	<i>Modello della struttura assunta come caso studio realizzato con gli elementi finiti.</i>	33
2.6	<i>Risultati delle analisi per il sottosistema centrale. In linea continua: spostamenti u_4 e $u_{pil,centr}$, insieme allo spostamento relativo Δ_4, ottenuti dalle analisi dinamiche non-lineari. In punto linea: i valori che tali variabili assumerebbero in elasticità.</i>	35

2.7	<i>Risultati delle analisi per il sottosistema centrale. In linea continua: spostamenti u_1 e $u_{pil,lat}$, insieme allo spostamento relativo Δ_1, ottenuti dalle analisi dinamiche non-lineari. In punto linea: i valori che tali variabili assumerebbero in elasticità.</i>	36
2.8	<i>Confronto fra le spostate nel caso di connessioni infinitamente elastiche e connessioni duttili. Gli spostamenti degli elementi di copertura nel caso di connessioni duttili ricalcano la spostata che si ottiene nel caso di connessioni elastiche lineari, mentre si osserva la riduzione degli spostamenti dei pilastri e il conseguente aumento dello spostamento relativo delle connessioni.</i>	38
2.9	<i>Spostamento in sommità del pilastro centrale in funzione del fattore q_c; confronto fra risultati computazionali e risultati calcolati tramite l'algoritmo proposto.</i>	40
2.10	<i>Fattore di struttra conseguente alla plasticizzazione delle connessioni in funzione del fattore q_c; confronto fra risultati computazionali e risultati calcolati tramite l'algoritmo proposto.</i>	41
2.11	<i>Spostamento relativo della connessione relaiva al tegolo 4 in funzione del fattore q_c; confronto fra risultati computazionali e risultati calcolati tramite l'algoritmo proposto.</i>	41
2.12	<i>Spostamento relativo della connessione relaiva al tegolo 4 in funzione del fattore q_c; confronto fra risultati computazionali e ricavati tramite l'agoritmo corretto. In linea contina rossa i valori calcolati attraverso l'equazione 2.12, in linea continua rosa i valori calcolati attraverso l'equazione 2.13.</i>	45
3.1	<i>In linea continua: grafici della funzione $\Delta_2 = f(\Delta_1)$, caso A e caso B. In tratteggio: grafici delle due funzioni lineari approssimanti le precedenti nell'intorno dell'origine</i>	49
4.1	<i>Spostamento in sommità del pilastro centrale in funzione del fattore q_c; confronto fra risultati computazionali e ricavati tramite l'algoritmo proposto.</i>	54
4.2	<i>Fattore di struttra conseguente alla plasticizzazione delle connessioni in funzione del fattore q_c; confronto fra risultati computazionali e ricavati tramite l'algoritmo proposto.</i>	55
4.3	<i>Spostamento relativo della connessione relaiva al tegolo 4 in funzione del fattore q_c; confronto fra risultati computazionali e ricavati tramite l'algoritmo proposto.</i>	55
4.4	<i>Spostamento relativo della connessione relaiva al tegolo 4 in funzione del fattore q_c; confronto fra risultati computazionali e ricavati tramite l'agoritmo corretto, in presenza di pannelli di tamponamento. In linea contina rossa i valori calcolati attraverso l'equazione 4.1, in linea continua rosa i valori calcolati attraverso l'equazione ??</i>	58

5.1	<i>Spettro di risposta elastico in pseudo-accelerazione - in direzione verticale.</i>	62
5.2	<i>Legame costitutivo trilineare per le connessioni in presenza d'attrito e definizione della rigidezza equivalente K_{eq} al fine della sua bilinearizzazione.</i>	63
5.3	<i>Spostamenti del pilastro centrale in funzione di q_c al variare del coefficiente d'attrito.</i>	64
5.4	<i>Spostamenti del pilastro centrale in funzione di q_c al variare del coefficiente d'attrito.</i>	64
5.5	<i>Spostamenti relativi della connessione numero 4 in funzione di q_c al variare del coefficiente d'attrito.</i>	65
5.6	<i>Spostamenti relativi della connessione del tegolo 1 in funzione di q_c al variare del coefficiente d'attrito.</i>	65

Capitolo 1

Analisi del problema e algoritmo di risolutivo

Il problema affrontato consta nello studio del comportamento dinamico di strutture prefabbricate dotate di collegamenti duttili interposti fra gli elementi di copertura e la sottostruttura, e nello sviluppo di un algoritmo per il dimensionamento di tali connessioni in funzione del massimo spostamento ammissibile degli elementi di copertura.

La trattazione qui riportata vuole essere generale; casi studio specifici vengono poi riportati ai capitoli 2 e 4.

1.1 Analisi del problema

1.1.1 Schematizzazione del sistema

Nell'affrontare il problema, si è deciso innanzitutto di individuare uno schema semplificato, equivalente all'originale, da prendere a riferimento per comprendere meglio i tratti salienti del problema.

Il primo passo a tal fine, è stata la suddivisione del sistema prefabbricato in due insiemi:

- sottostruttura (insieme dei pilastri e delle travi di bordo);
- sovrastruttura (insieme dei tegoli).

Il rapporto fra la massa della sovrastruttura e la massa della sottostruttura, insieme alla rigidità di quest'ultima e alle caratteristiche elastiche dei collegamenti, si è dimostrato in seguito essere un aspetto fondamentale per la comprensione del comportamento dinamico del sistema.

Il secondo passo, è stato considerare gli effetti di deformabilità della copertura. In presenza di copertura indeformabile, la ripartizione delle azioni conseguenti ad un evento sismico fra gli elementi resistenti di una struttura avviene secondo

rigidezza. Detto V il taglio alla base, esso si suddividerà fra i diversi elementi in base alla formula:

$$V_i = V \cdot \frac{k_i}{\sum_{i=1}^R k_i} \quad (1.1)$$

ove R è il numero degli elementi resistenti, k_i è la rigidezza e V_i è il taglio alla base dell' i -esimo elemento. Qualora gli elementi resistenti abbiano rigidezza fra loro confrontabile, come è auspicabile, si avrà un lavoro uniforme degli stessi. Diversamente, in presenza di copertura deformabile, ogni elemento resistente lavora in relazione alla massa gravante su di esso; si avrà quindi un lavoro disuniforme di elementi di pari rigidezza ma con diverse percentuali di massa associate. Si consideri a titolo d'esempio la pianta riportata di seguito, simile al caso studio affrontato al capitolo 2.

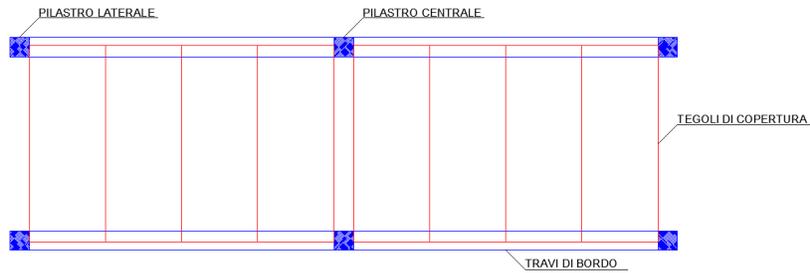


Figura 1.1: *Pianta di un caso studio tipo.*

Nel caso di copertura indeformabile, lo spostamento dei pilastri laterali e centrali (i quali si suppongono uguali per geometria, materiale e vincoli) sarà lo stesso. Nel caso di copertura deformabile, invece, lo spostamento dei pilastri centrali sarà circa il doppio di quello dei pilastri laterali; rispetto a questi ultimi, infatti, su di essi grava una massa circa doppia.

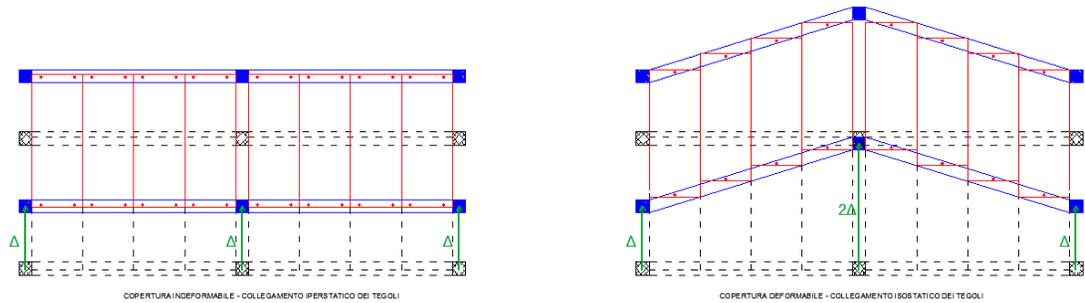


Figura 1.2: *Influenza della deformabilità della copertura sulla risposta sismica di una struttura. A sinistra, il caso di copertura indeformabile (spostamenti uniformi dei pilastri); a destra, il caso di copertura deformabile (spostamenti disuniformi dei pilastri)*

La deformabilità della copertura nelle strutture prefabbricate dipende essenzialmente dal tipo di collegamento interposto fra tegoli di copertura e sottostruttura, oltre che da eventuali collegamenti tegolo-tegolo. Nell'ambito della seguente trattazione, si farà l'ipotesi di collegamento isostatico dei tegoli di copertura, costituito da un'unica connessione baricentrica, ricadendo quindi nel caso di copertura deformabile. Data l'assenza di un diaframma rigido di piano, ogni stilata di pilastri lavorerà in maniera approssimativamente indipendente dalle altre, in funzione della percentuale di massa portata. Il sistema originario è suddivisibile quindi in una serie di sottosistemi, ognuno rappresentativo di una stilata di pilastri con la propria area d'influenza, come rappresentato nella figura 1.3. Occorre sottolineare a questo punto, che solo per il sottosistemi tipo il sottosistema 2 (evidenziato in verde nella figura 1.3), è possibile dare una rappresentazione semplificata come quella precedentemente descritta. Nel caso delle stilate laterali, le quali corrispondono ai sottosistemi 1 e 3 nella figura 1.3, una rappresentazione di tale tipo non risulta più attendibile, poiché essa non permette di cogliere gli effetti legati all'eccentricità del baricentro degli elementi di copertura rispetto al baricentro della porzione di sottostruttura considerata. D'altro canto, i pilastri laterali assieme ai tegoli ricadenti nella loro area d'influenza sono gli elementi che maturano gli spostamenti totali e relativi minori dell'intero fabbricato, quindi non risultano dimensionanti. Si può quindi fare riferimento, per la progettazione delle connessioni, alla stilata di pilastri centrale, la quale maturerà i maggiori spostamenti in quanto gravata da una maggiore massa. I pilastri centrali insieme ai tegoli ricadenti nella loro area d'influenza sono schematizzabili, come già detto, come un sistema costituito da due masse disposte in serie (figura 1.4).

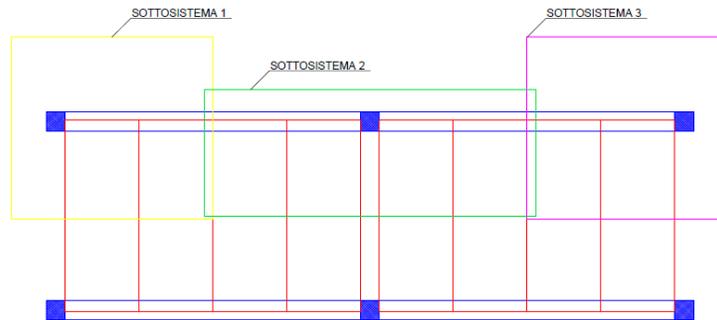


Figura 1.3: *In caso di copertura deformabile, il sistema originario può essere studiato suddividendolo in una serie di sottosistemi, considerabili in prima approssimazione separatamente. In presenza di simmetria di geometria e carichi, il numero di sottosistemi utilizzato per descrivere il comportamento globale può essere ridotto.*



Figura 1.4: *Schema semplificato del comportamento del sistema reale: due masse con due molle in serie. Si ipotizza il comportamento elastico lineare della molla inferiore per sismi di debole intensità.*

Il sistema in serie avrà le seguenti caratteristiche:

- massa m_2 pari alla massa dei tegoli ricadenti nell'area d'influenza relativa al pilastro considerato;
- massa m_1 pari alla massa efficace del pilastro e della porzione di trave afferente;
- rigidezza k_1 pari alla rigidezza flessionale del pilastro, calcolabile in via semplificativa attraverso uno schema a mensola isostatica;
- rigidezza k_2 pari alla somma delle rigidezze elastiche delle connessioni dei tegoli ricadenti nell'area d'influenza del pilastro.

Nell'ambito della schematizzazione sopra presentata, si ipotizza che la sottostruttura resti elastica e che gli unici elementi che plasticizzino siano le connessioni; tale ipotesi risulta valida per sismi di piccola intensità, è invece da rimuovere qualora si considerino sismi di elevata intensità.

Il sistema rappresentato in figura 1.4 possiede 2 modi naturali di vibrare, rappresentati in figura 1.5. Il primo modo vede le due masse muoversi in maniera concorde, mentre il secondo in maniera discorde.

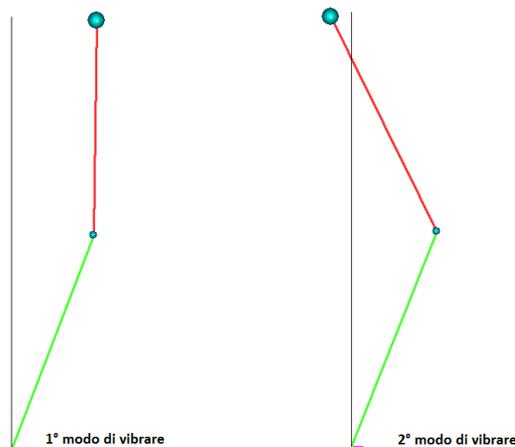


Figura 1.5: *Modi principali di vibrare per un sistema a due gradi di libertà dinamici in serie*

I vettori ϕ_1 e ϕ_2 che definiscono la forma dei due modi, e i periodi naturali di vibrazione associati T_1 e T_2 , si possono calcolare analiticamente, data la semplicità del sistema, una volta che siano note le sue caratteristiche elastiche e inerziali. La soluzione dell'autoproblema si ottiene risolvendo l'equazione caratteristica:

$$(\omega^2)^2 - \left(\frac{m_1 k_2 + m_2 (k_1 + k_2)}{m_1 + m_2} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} = 0 \quad (1.2)$$

ove m_1 è la massa inferiore (sottostruttura), m_2 è la massa superiore (elementi di copertura), k_1 è la rigidezza elastica della molla inferiore (rigidezza dei pilastri), k_2 è la rigidezza elastica della molla superiore (rigidezza delle connessioni).

La forma dei modi di vibrare per il sistema di figura 1.4 insieme alla percentuale di massa partecipante coinvolta, una volta fissati i valori delle due masse m_1 e m_2 , varia in funzione del rapporto fra le due rigidezze k_1 e k_2 . In particolare possiamo individuare 2 casi limite:

1. $(k_2/k_1) \rightarrow 0$. In questo caso:

$$\begin{cases} M_1^* \rightarrow m_2 ; T_1 \rightarrow \infty, \\ M_2^* \rightarrow m_1 ; T_2 \rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}} \end{cases} \quad (1.3)$$

2. $(k_2/k_1) \rightarrow \infty$. In questo caso:

$$\begin{cases} M_1^* \rightarrow (m_2 + m_1) ; T_1 \rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{m_1+m_2}{k_1}}, \\ M_2^* \rightarrow 0 ; T_2 \rightarrow 0 \end{cases} \quad (1.4)$$

ove M_1^* e M_2^* sono le masse modali partecipanti per il primo e secondo modo di vibrare, mentre T_1 e T_2 sono i rispettivi periodi.

Nel caso oggetto di studio, si nota come la rigidezza elastica delle connessioni k_2 risulti \gg della rigidezza dei pilastri, k_1 . Si consideri a tal proposito che, in fase elastica, gli elementi di copertura risultano praticamente solidali con la sottostruttura. Il primo modo di vibrare risulta quindi predominante sul secondo, coinvolgendo praticamente l'intera massa (m_1+m_2). Ai fini dello studio del comportamento del sistema originario, si può ragionevolmente trascurare l'influenza del secondo modo di vibrare.

1.1.2 Sistema SDOF equivalente

L'analisi modale permette di definire la risposta sismica di un sistema MDOF attraverso lo studio di N sistemi SDOF equivalenti. In realtà, il numero di sistemi equivalenti da studiare può venire ridotto, considerando in linea approssimativa solo quelli che danno contributo maggiore alla risposta del sistema. Nel caso in esame, si è evidenziato al paragrafo 1.1.1 come il contributo del primo dei due modi di vibrare, che caratterizzano il sistema rappresentato in figura 1.4, risulti preponderante. Si può quindi ragionevolmente trascurare il secondo di vibrare e studiare il sistema a 2 gradi di libertà attraverso un sistema equivalente SDOF caratterizzato da massa pari a M_1^* e rigidezza pari a:

$$K_1^* = \left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 \cdot M_1^* \quad (1.5)$$

Per lo studio del comportamento non-lineare del sistema a 2 gradi di libertà, utilizzato per schematizzare la struttura originaria, si farà riferimento ai "principi" di Equivalenza in Spostamento (ED) ed Equivalenza in Energia (EE), (Albanesi

et al. [2000]) (Veletsos and Newmark [1960]), applicati al sistema SDOF associato al primo modo di vibrare.

Il periodo fondamentale di strutture prefabbricate monopiano, calcolato sulla base di un esempio di costruzione tipo in Italia, Grecia, Slovenia e Turchia, varia fra 0.8 e 1.4 secondi (Olgiati et al. [2011]). Si tratta quindi di strutture molto flessibili, le quali ricadono nella zona di spettro dove è valido il principio ED.

1.1.3 Ipotesi di base

L'ipotesi di base, la quale si è poi verificata valida in un certo intervallo di operatività, che viene fatta sul comportamento del sistema semplificato utilizzato per lo studio, è la seguente:

“Dato che la massa della sovrastruttura (m_2) è \gg della massa della sottostruttura (m_1), è il suo spostamento che caratterizza la risposta dinamica del sistema, ovvero la configurazione spostata finale.”

I tipici capannoni industriali monopiano presenti in Italia sono generalmente a pianta rettangolare, con una o più campate nella direzione trasversale e varie campate nella direzione longitudinale. La larghezza delle campate trasversali varia fra i 10 e i 25 metri, mentre quella delle campate longitudinali varia fra i 6 e gli 8 metri. L'altezza del fabbricato varia anch'essa fra i 6 e gli 8 metri. Per luci importanti, la maggior parte della massa costituente il sistema è concentrata in corrispondenza della copertura (?) e la disuguaglianza $m_2 \gg m_1$ risulta verificata. Vediamone le conseguenze.

Si ipotizzi di normalizzare gli autovettori associati al sistema MDOF in base alla matrice delle masse \mathbf{m} , ovvero d'imporre:

$$\Phi^T \mathbf{m} \Phi = \mathbf{I} \quad (1.6)$$

ove Φ è una matrice che ha per colonne gli N autovettori ϕ_n e \mathbf{I} è la matrice identità. Si ricorda che la soluzione dell'autoproblema consente di determinare solo la forma dei modi principali di vibrare, a meno di un fattore moltiplicativo. La normalizzazione dei vettori ϕ_n non influisce quindi sulla soluzione del problema ed è del tutto lecita, poiché se ϕ_i rappresenta un modo di vibrare ed è soluzione dell'autoproblema, qualsiasi vettore ad esso proporzionale rappresenta lo stesso modo di vibrare, solo che scalato, ed è soluzione anch'esso.

In base a considerazioni teoriche, si dimostra essere valida l'equazione:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N m_i u_i} \quad (1.7)$$

ove m_i sono le N posizioni di massa in cui si è discretizzato il sistema iniziale, u_i sono i loro spostamenti raccogliabili nel vettore \mathbf{u} , D è lo spostamento del

sistema SDOF equivalente, ricavabile dallo spettro di risposta del sito noto che sia il periodo principale di vibrazione T . L'equazione 1.7 è suscettibile di un'interpretazione molto suggestiva; fissata la configurazione spostata \mathbf{u} , si possono calcolare il momento statico S_x e il momento d'inerzia J_x rispetto all'asse che passa per la configurazione indeformata della struttura, attraverso le seguenti formule:

$$S_x = \sum_{i=1}^N m_i u_i \quad (1.8)$$

$$J_x = \sum_{i=1}^N m_i u_i^2 \quad (1.9)$$

Il teorema di Varignon, esteso alle masse, stabilisce che il momento statico di un sistema di masse rispetto a una retta non cambia se si concentra la massa totale nel baricentro. Con riferimento alla retta passante per la configurazione indeformata, si può quindi scrivere:

$$S_x = \sum_{i=1}^N m_i u_G \quad (1.10)$$

Il momento d'inerzia rispetto ad un asse è definibile anche come il momento statico dei momenti statici ($m_i u_i$), pensati come nuove masse messe al posto delle masse (m_i).

$$J_x = \sum_{i=1}^N (m_i u_i^2) u_i \quad (1.11)$$

Sostituendo la 1.10 nella 1.11, si ottiene:

$$J_x = \sum_{i=1}^N (m_i u_G) u_i = u_G \sum_{i=1}^N m_i u_i = u_G S_x \quad (1.12)$$

Si può quindi scrivere (Belluzzi [1975]):

$$u_g = \frac{J_x}{S_x} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N m_i u_i} \quad (1.13)$$

Confrontando la 1.7 con la 1.13 si nota come D sia interpretabile come lo spostamento del Centro di Massa del sistema, rispetto la configurazione indeformata. Questa interpretazione giustifica ulteriormente le seguenti considerazioni. Osservando la 1.7, si nota che se è valida la disuguaglianza $m_2 \gg m_1$, riscrivibile in forma più generale come:

$$m_i \gg m_j \quad j = 1, \dots, N ; j \neq i \quad (1.14)$$

allora:

$$D \simeq u_i \quad (1.15)$$

ovvero è possibile confondere la massa m_i con il baricentro del sistema e caratterizzare in base al suo spostamento $u_i \simeq u_g = D$ il comportamento globale della struttura.

Occorre ora tener conto del comportamento non-lineare del sistema. In base a quanto detto al paragrafo 1.1.2, vale per il sistema SDOF equivalente il “principio” di Equivalenza in Spostamento. A seguito delle plasticizzazioni, quindi, il sistema maturerà uno spostamento massimo pari a quello del sistema elastico corrispondente, indicato di seguito con D_{el} . Vale dunque l’equazione:

$$D \neq f(V_y) \Rightarrow D = D_{el} = cost. \quad (1.16)$$

ove V_y sta a indicare la forza di snervamento della molla elasto-plastica. Sostituendo l’equazione 1.15 nella 1.16, si ottiene:

$$u_i \neq f(V_y) \Rightarrow u_i = u_{i,el} = cost. \quad (1.17)$$

Specificando l’equazione 1.17 per il caso in esame, ovvero per il sistema in serie costituito dalle due masse m_1 e m_2 , si ricava:

$$u_2 \neq f(V_y) \Rightarrow u_2 = u_{2,el} = cost. \quad (1.18)$$

L’equazione 1.18 stabilisce che lo spostamento della massa m_2 , rappresentativa della copertura, risulta indipendente dalla plasticizzazione della molla superiore (la quale rappresenta le connessioni duttili di copertura), rimanendo costante e pari al valore che assumerebbe in elasticità.

Lo snervamento dei fusibili, inducendo un calo del taglio trasmesso alla base, comporta invece la diminuzione degli spostamenti della molla inferiore, ovvero della massa m_1 rappresentativa della sottostruttura (la quale si è ipotizzato mantenga comportamento elastico). Si ha di conseguenza, data la presenza degli elementi sacrificali, un incremento dello spostamento relativo fra m_1 e m_2 . Inoltre, si assisterà in genere ad uno sfasamento degli spostamenti dei due gradi di libertà dinamici. In conseguenza a tale effetto, il massimo spostamento relativo fra m_1 e m_2 non sarà pari alla differenza fra i valori di picco assunti dalle variabili u_2 e u_1 , ma sarà maggiore.

1.2 Algoritmo risolutivo

In base alle considerazioni sopra riportate, con riferimento allo schema in serie semplificativo adottato, si vuole definire un algoritmo che permetta di correlare la forza di snervamento della molla superiore di data rigidità elastica k_2 con lo spostamento relativo fra i due gradi di libertà dinamici m_2 e m_1 .

I dati *input* sono elencati nella seguente tabella:

VARIABILE	DIMENSIONALE	DEFINIZIONE
m_2	[kg]	massa superiore
m_1	[kg]	massa inferiore
k_2	[N/m]	rigidezza elastica della molla superiore
k_1	[N/m]	rigidezza elastica della molla inferiore
$V_{2,el}$	[N]	taglio nella molla superiore, in elasticità
$V_{1,el}$	[N]	taglio nella molla inferiore, in elasticità
$u_{2,el}$	[m]	spostamento totale della massa superiore, in elasticità
$u_{1,el}$	[m]	spostamento totale della massa inferiore, in elasticità
$\Delta_{1-2,max}$	[m]	spostamento relativo massimo ammissibile fra le due masse (lunghezza d'appoggio)

Tabella 1.1: *Dati input del problema.*

I dati *output* sono elencati nella seguente tabella:

VARIABILE	DIMENSIONALE	DEFINIZIONE
q_c	[-]	fattore di riduzione della forza nella molla superiore
q	[-]	fattore di struttura
V_y	[N]	forza di snervamento da assegnare alla molla superiore
$V_{1,pl}$	[N]	taglio nella molla inferiore a plasticizzazione avvenuta
$u_{2,pl}$	[m]	spostamento totale della massa superiore, a plasticizzazione avvenuta
$u_{1,pl}$	[m]	spostamento totale della massa inferiore, a plasticizzazione avvenuta

Tabella 1.2: *Dati output del problema.*

Le assunzioni e ipotesi alla base della trattazione sono elencate di seguito:

1. lo studio del sistema originario può essere effettuato adottando, in linea semplificativa, uno schema di due masse in serie;
2. dei due modi di vibrare del sistema in serie, il primo risulta predominante. Si può quindi fare riferimento ad esso per lo studio del suo comportamento;

3. il periodo di vibrazione T , relativo al primo modo di vibrare, risulta superiore a T_c , ricadendo nella zona di spettro dove vale l'Equivalenza in Spostamento;
4. la molla inferiore, di rigidezza k_1 , si mantiene elastica;
5. la massa superiore m_2 risulta \gg della massa inferiore m_1 ;
6. consegue dalle ipotesi 2. e 4. l'indipendenza dello spostamento assoluto della massa superiore m_2 dalla plasticizzazione della molla superiore, ovvero $u_{2,el} = u_{2,pl}$ indipendentemente da V_y (paragrafo 1.1.3 del presente capitolo).

1.2.1 Definizione del legame $q_c - q$

Il primo passo è la determinazione del legame che intercorre fra le variabili q e q_c , ovvero fra il fattore di struttura e fra il fattore di riduzione della forza elastica della molla superiore. La forza di snervamento di tale elemento viene infatti definita attraverso l'equazione:

$$V_y = \frac{V_{2,el}}{q_c} \quad (1.19)$$

Nell'ipotesi di progressiva riduzione della forza trasmessa dalla molla superiore di rigidezza k_2 , si osserverebbe una progressiva diminuzione del contributo al taglio alla base associato alla presenza della massa superiore m_2 ; al limite, per $V_y \rightarrow 0$, il taglio alla base si potrebbe calcolare considerando un sistema SDOF costituito dalla sola massa m_1 e dalla molla di rigidezza k_1 .

La riduzione della forza trasmissibile dalla molla superiore comporta di fatto una variazione dei modi di vibrare del sistema. Nel caso di sistema elastico, il modo rilevante da considerarsi per la determinazione del taglio alla base risulta essere il primo (spostamento concorde delle due masse m_1 e m_2), caratterizzato da un periodo che approssimativamente si può scrivere come:

$$T \simeq \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k_{eq}}} \quad (1.20)$$

ove la quantità k_{eq} rappresenta la rigidezza della molla equivalente alle due molle in serie, calcolabile come:

$$k_{eq} = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2} \quad (1.21)$$

Nel caso oggetto di studio, si è già sottolineato al paragrafo 1.1.1 come la rigidezza elastica delle connessioni (rappresentata da k_2 nel sistema semplificato in serie) risulti \gg della rigidezza dei pilastri (rappresentata da k_1 nel sistema semplificato in serie). Si può quindi scrivere, riprendendo l'espressione 1.21:

$$k_1 \ll k_2 \Rightarrow k_{eq} \simeq k_1 \quad (1.22)$$

Si consideri la situazione ideale che preveda l'elasticità dell'intero sistema, ovvero la forza di snervamento delle connessioni sia infinita. In tale caso limite il primo modo di vibrare che caratterizza il sistema, il quale prevede lo spostamento concorde delle due masse m_1 e m_2 , coinvolge una percentuale di massa molto elevata; viceversa risulta trascurabile il contributo al taglio alla base offerto dal secondo modo di vibrare, il quale prevede il movimento discorde delle due masse. Le due masse si muovono in fase, con periodo pari a quello riportato nell'equazione 1.20.

Si consideri ora il caso limite opposto, ovvero il caso in cui la forza di snervamento delle connessioni tenda a zero. Il periodo associato al primo modo di vibrare tende a ∞ ed è caratterizzato da spostamento nullo della massa inferiore m_1 e spostamento pari a D_{max} della massa superiore m_2 , ove D_{max} è il massimo valore di spostamento che si ottiene dallo spettro di risposta del sito. La percentuale di massa coinvolta risulta pari alla massa superiore m_2 ma il contributo al taglio alla base è nullo, poiché il modo risulta infinitamente flessibile (si è praticamente in presenza di una labilità). L'unico contributo al taglio alla base è legato alla massa inferiore m_1 e al secondo modo di vibrare, il quale è caratterizzato da spostamento nullo della massa m_2 , mentre la massa m_1 oscilla indipendentemente con periodo:

$$T_1 = \sqrt{\frac{m_1}{k_1}} \quad (1.23)$$

In tale caso limite le due masse si muovono con periodi differenti, dato che per $V_y \rightarrow 0$ il moto dell'una rispetto l'altra risulta indipendente (come già detto, si ha una sorta di labilità).

Quelli sopra illustrati sono, come sottolineato, due casi limite; fissata una forza di snervamento finita V_y per la molla superiore, il sistema reale si comporterà in maniera intermedia fra i due casi, tendendo più a uno o all'altro a seconda del valore di V_y . Si riportano, a titolo d' esempio, i grafici degli spostamenti totali di m_1 e m_2 in funzione del tempo, ottenuti per 3 diversi valori di V_y (per le caratteristiche del sistema in serie considerato si rimanda a quelle riportate al capitolo 2, paragrafo 2.7). I grafici sono stati ottenuti attraverso delle analisi dinamiche non-lineari, per le quali gli accelerogrammi spettro compatibili in *input* sono stati generati attraverso il *freeware* SimQke.

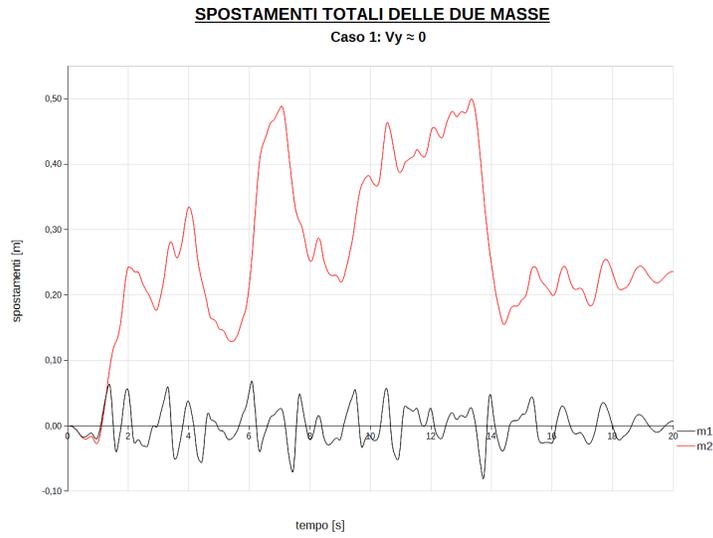


Figura 1.6: *Spostamenti delle masse m_1 e m_2 per il caso in cui sia $V_y \approx 0$.*

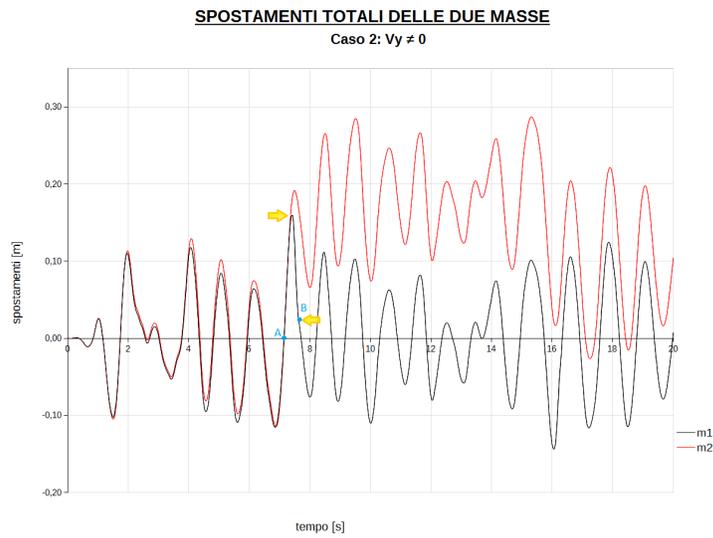


Figura 1.7: *Spostamenti delle masse m_1 e m_2 per il caso in cui sia $V_y \neq 0$.*

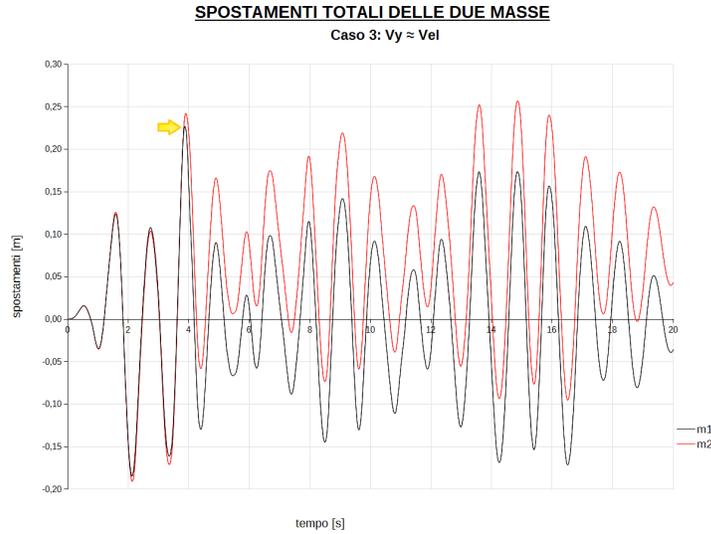


Figura 1.8: *Spostamenti delle masse m_1 e m_2 per il caso in cui sia $V_y \approx V_{el}$.*

Si può notare come nel caso in cui V_y sia molto vicino a 0 (caso rappresentato in figura 1.6), gli spostamenti delle due masse, una volta avvenuto lo snervamento della molla superiore, siano indipendenti. La massa superiore m_2 , in rosso nel grafico, oscilla con un periodo \gg rispetto alla massa m_1 . Viceversa, nel caso in cui il valore di V_y sia prossimo a quello che si avrebbe in elasticità (caso rappresentato in figura 1.8), gli spostamenti delle due masse sono praticamente sincroni. Un leggero sfasamento, indicato dalla freccia gialla, si ha a circa 4.5 secondi; in corrispondenza di tale sfasamento si matura la deformazione plastica Δ_{1-2} della molla superiore, che poi si mantiene costante mentre le due masse continuano ad oscillare.

Infine, nel caso in cui V_y assuma un valore non eccessivamente basso ma nemmeno eccessivamente prossimo al valore che si avrebbe in elasticità (caso rappresentato in figura 1.7), si assiste a una situazione intermedia fra le due precedenti. Le due frecce gialle riportate nel grafico indicano l'evidente sfasamento che avviene fra i moti delle due masse a circa 7.5 secondi e il seguente recupero di tale sfasamento che avviene allo scarico della molla superiore. La deformazione plastica della molla superiore, Δ_{1-2} , si mantiene poi costante mentre le due masse si muovono sincrone. Tale comportamento intermedio si potrebbe giustificare pensando che in corrispondenza dello snervamento della molla superiore si abbia una sorta di “disaccoppiamento” del comportamento delle due masse; la massa inferiore m_1 raggiunge lo spostamento $u_{1,pl}$ (il quale è $< u_{1,el}$ a causa della riduzione del taglio alla base) e inizia a tornare indietro, mentre la massa superiore m_2 non è ancora giunta a maturare lo spostamento $u_{2,pl}$ (il quale è $= u_{2,el}$ per quanto detto al paragrafo 1.1.3). Quando però la massa m_2 ha

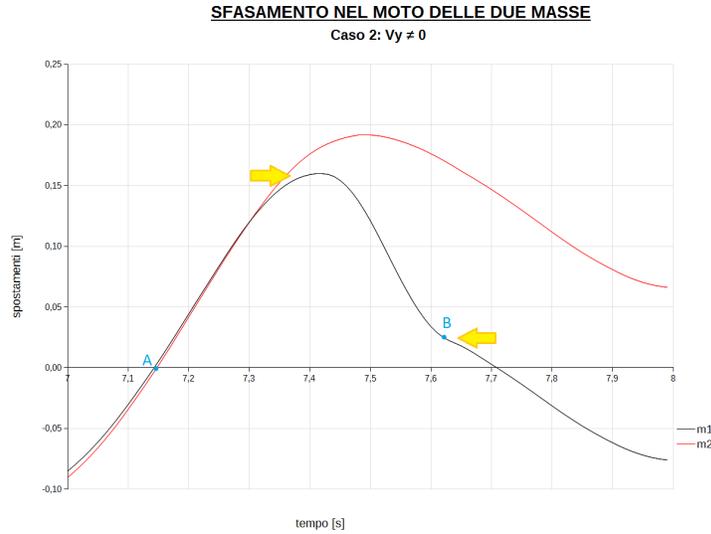


Figura 1.9: *Spostamenti delle masse m_1 e m_2 per il caso in cui sia $V_y \simeq V_{el}$. Ingrandimento del grafico 1.7 per $7.0 < t < 8.0$ secondi.*

raggiunto lo spostamento $u_{2,pl}$ e inverte il suo moto, la molla superiore scarica lungo un ramo con rigidezza pari a quella elastica iniziale k_2 e si ha di nuovo l'influenza reciproca fra gli spostamenti delle due masse; la massa inferiore, m_1 , rallenta risincronizzandosi con la massa m_2 (si noti la piccola gobba indicata dalla seconda freccia gialla in figura 1.7). Tale comportamento si osserva meglio dall'ingrandimento riportato in figura 1.9.

Al fine di tener conto del cambiamento di comportamento del sistema in funzione della forza di snervamento V_y della molla superiore, si propone la seguente procedura.

La forza di snervamento della molla superiore viene definita come:

$$V_y = \frac{V_{2,el}}{q_c} \quad (1.24)$$

ove $V_{2,el}$ è il taglio che la molla maturerebbe se restasse elastica e q_c è un fattore di riduzione di tale forza.

Il periodo principale del sistema viene quindi calcolato come:

$$T_{pl} = \sqrt{\frac{m_1 + m_2/q_c}{k_1}} \quad (1.25)$$

Si può notare come:

- per $V_y \rightarrow 0$ ovvero $q_c \rightarrow \infty$ si abbia che $T_{pl} \rightarrow T_1$, ove T_1 è dato dall'equazione 1.23 ;

- per $V_y \rightarrow \infty$ ovvero $q_c \rightarrow 0$ si abbia che $T_{pl} \rightarrow T$, ove T è dato dall'equazione 1.20 ;

A questo punto, entrando nello spettro di risposta elastico all'ascissa T_{pl} , si ricava l'accelerazione associata, che verrà denominata di seguito a_{pl} . Il taglio totale alla base viene quindi calcolato come:

$$V_{1,pl} = a_{pl} \cdot \left(m_1 + \frac{m_2}{q_c} \right) \quad (1.26)$$

Dette:

- a l'accelerazione che si ottiene entrando nello spettro elastico all'ascissa T , la quale moltiplicata per $(m_1 + m_2)$ fornisce il taglio alla base $V_{1,el}$, nell'ipotesi di elasticità dell'intero sistema;
- a_1 l'accelerazione che si ottiene entrando nello spettro elastico all'ascissa T_1 , la quale moltiplicata per m_1 fornisce il taglio alla base V_1 , nell'ipotesi $V_y = 0$;

si può notare come:

- per $V_y \rightarrow 0$ ovvero $q_c \rightarrow \infty$ si abbia che $T_{pl} \rightarrow T_1$, ove T_1 è dato dall'equazione 1.23, e $V_{1,pl} \rightarrow V_1$;
- per $V_y \rightarrow \infty$ ovvero $q_c \rightarrow 0$ si abbia che $T_{pl} \rightarrow T$, ove T è dato dall'equazione 1.20, e $V_{1,pl} \rightarrow V_{1,el}$;

Si stabilisce infine il legame fra q , fattore di struttura, e q_c , fattore di riduzione della forza nelle connessioni.

Il fattore di struttura è definito come il rapporto fra il taglio alla base maturato dalla struttura in condizioni elastiche e il taglio alla base maturato dalla struttura in presenza di plasticizzazioni, ovvero:

$$q = \frac{V_{1,el}}{V_{1,pl}} \quad (1.27)$$

Nell'ipotesi di comportamento elastico del sistema in esame, il taglio alla base che si avrebbe sarebbe pari a:

$$V_{1,el} = a \cdot (m_1 + m_2) \quad (1.28)$$

ove a è l'accelerazione letta nello spettro di risposta elastico all'ascissa T . In base alle formule 1.26 e 1.28, si può riscrivere il fattore di struttura come:

$$q = \frac{a}{a_{pl}} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1 + \frac{m_2}{q_c}} = \beta \cdot \frac{1 + \alpha}{1 + \frac{\alpha}{q_c}} \quad (1.29)$$

avendo posto:

$$\alpha = \frac{m_2}{m_1} \quad , \quad \beta = \frac{a}{a_{pl}} \quad (1.30)$$

1.2.2 Definizione dello spostamento relativo $\Delta_{1-2,pl}$

Per la definizione dello spostamento relativo fra le masse m_2 e m_1 conseguente alla plasticizzazione della molla superiore si fa riferimento all'ipotesi 6. riportata al paragrafo 1.2 e discussa più dettagliatamente in 1.1.3, ovvero si suppone che lo spostamento della massa superiore m_2 sia indipendente dallo snervamento dei fusibili. In formule:

$$u_2 \neq f(V_y) \Rightarrow u_{2,pl} = u_{2,el} = cost. \quad (1.31)$$

Il calo del taglio alla base porta invece ad un decremento dello spostamento della massa m_1 . Per il calcolo dello spostamento relativo $\Delta_{1-2,pl}$, si potrebbe essere tentati di scrivere:

$$\Delta_{1-2,pl} = u_{2,el} - u_{1,pl} = u_{2,el} - \frac{u_{1,el}}{q} \quad (1.32)$$

Tale formula porterebbe ad una sottostima di tale variabile, poiché non tiene conto dello sfasamento fra i moti delle due masse m_1 ed m_2 , conseguente alla plasticizzazione della molla superiore.

Immaginando come prima di diminuire progressivamente la forza di snervamento della connessione superiore, al limite per $V_y \rightarrow 0$, ovvero avendo interposto fra le due masse un pattino, si avrebbe la situazione rappresentata in figura 1.10:

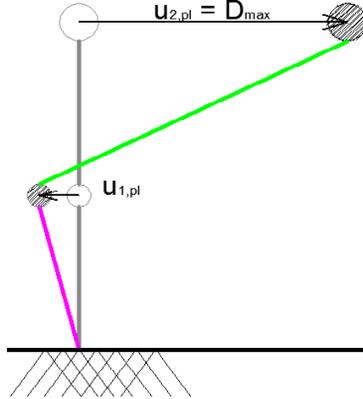


Figura 1.10: *Comportamento del sistema a 2 gradi di libertà per la situazione limite $V_y \rightarrow 0$.*

La massa superiore m_2 si sposterebbe di D_{max} oscillando con periodo $T = \infty$, mentre la massa inferiore m_1 oscillerebbe in maniera indipendente con periodo T_1 , calcolabile secondo l'equazione 1.23. Il massimo spostamento relativo fra le due masse sarebbe:

$$\Delta_{1-2,pl} = u_{2,el} + u_{1,pl} = u_{2,el} + \frac{u_{1,el}}{q} \quad (1.33)$$

L'espressione 1.33 rappresenta il limite superiore per $\Delta_{1-2,pl}$ nel caso sia $V_y \rightarrow 0$, e tiene conto dell'eventuale moto in controfase della massa inferiore m_1 .

Per valori di spostamento relativo accettabili e quindi per valori di V_y realistici e non esageratamente piccoli, si può ritenere che, nonostante le plasticizzazioni, il periodo del primo modo di vibrare, il quale caratterizza l'oscillazione della massa m_2 , resti circa uguale al valore che si avrebbe in elasticità (equazione 1.20). Tale supposizione trova conferma nei grafici 1.7 e 1.8, riportati al paragrafo 1.2.1.

D'altro canto, l'oscillazione della massa inferiore m_1 , a seguito dell'avvenuta plasticizzazione dei fusibili, avviene con periodo $T' < T$, risincronizzandosi con la massa m_2 allo scarico elastico della molla superiore, come mostrato al paragrafo 1.2.1. Osservando il grafico 1.7, si vede:

- fra i punti A-B l'oscillazione iniziale con periodo $T' < T$;
- in corrispondenza al punto B una leggera "cuspidè" indichi il rallentamento della massa m_1 , che risincronizza il proprio moto con la massa m_2 .

Per tenere conto dello sfasamento del moto delle due masse nella fase iniziale dell'oscillazione, ovvero allo snervamento della connessione, si è proceduto in tale maniera.

Si è ipotizzato che il moto delle due masse sia descrivibile come una funzione sinusoidale del tipo:

$$y = A \cdot \sin(\omega t) \quad (1.34)$$

ove t è il tempo, A è l'ampiezza d'oscillazione e ω è la pulsazione, direttamente correlabile al periodo di oscillazione tramite la seguente equazione:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (1.35)$$

Nel caso in esame, l'ampiezza d'oscillazione della massa inferiore, detta A_1 , a seguito della riduzione del taglio alla base per plasticizzazione della molla superiore risulta pari a:

$$A_1 = u_{1,pl} = \frac{u_{1,el}}{q} \quad (1.36)$$

L'ampiezza d'oscillazione della massa superiore, detta A_2 , resta invece immutata rispetto al caso elastico, quindi pari a:

$$A_2 = u_{2,pl} = u_{2,el} \quad (1.37)$$

Il periodo T' che descrive il moto della massa m_1 nella fase iniziale dell'oscillazione viene posto pari a:

$$T' = T_{pl} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T_{pl}} \quad (1.38)$$

Si noti che qualora $q_c \rightarrow 0$ si avrebbe $T' = T_{pl} \rightarrow T_1$, ove T_1 è dato dalla 1.23. Il periodo che descrive il moto della massa m_2 si ipotizza pari a quello elastico

del sistema, come precedentemente detto.
Si definisce dunque $\Delta_{1-2,pl}$ come:

$$\begin{aligned}\Delta_{1-2,pl} &= u_{2,el} - u_{1,pl} + u_{1,pl} \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \\ &= u_{2,el} - u_{1,pl} \cdot \left\{ 1 - \sin \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \right\}\end{aligned}\quad (1.39)$$

La definizione di $\Delta_{1-2,pl}$ fornita dalla 1.39 è uguale a quella fornita dalla 1.32, eccezion fatta per il contributo aggiuntivo Δ' costituito da:

$$\Delta' = u_{1,pl} \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \quad (1.40)$$

Tale contributo è giustificabile considerando che:

- nel tempo $T/4$ la massa m_2 raggiunge la sua massima ampiezza d'oscillazione data da $u_{2,el}$;
- nel tempo $T/4$ la massa m_1 , che si muove con periodo T_{pl} a causa della plasticizzazione delle connessioni e che in base alle ipotesi fatte raggiunge la sua massima ampiezza d'oscillazione $u_{1,pl}$ a $T_{pl}/4$, si è spostata di:

$$u_1 = u_{1,pl} \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T}{4} \right) \right] = u_{1,pl} + u_{1,pl} \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \quad (1.41)$$

da cui l'equazione 1.40.

1.2.3 Algoritmo finale

In base all'ipotesi 4. riportata al paragrafo 1.2, ovvero si ipotizza che la molla inferiore del sistema in serie si mantenga elastica, lo spostamento della massa m_1 a seguito della plasticizzazione della connessione superiore è calcolabile come:

$$u_{1,pl} = \frac{u_{1,el}}{q} \quad (1.42)$$

Sostituendo nella 1.42 l'espressione di q in funzione di q_c , ricavata al paragrafo 1.2.1, si ottiene:

$$u_{1,pl} = \frac{u_{1,el}}{\frac{a}{a_{pl}} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2/q_c}} = \frac{u_{1,el}}{\beta \cdot \frac{1 + \alpha}{1 + \alpha/q_c}} \quad (1.43)$$

La formula 1.43 sopra riportata viene sostituita nella definizione di $\Delta_{1-2,pl}$ ricavata al paragrafo 1.2.2, ottenendo:

$$\Delta_{1-2,pl} = u_{2,el} - \frac{u_{1,el}}{\beta \cdot \frac{1 + \alpha}{1 + \alpha/q_c}} \cdot \left\{ 1 - \sin \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \right\} \quad (1.44)$$

La formula 1.44 lega insieme le quantità $\Delta_{1-2,pl}$ e q_c ; essa consente quindi di determinare, dato il valore massimo ammissibile della variabile $\Delta_{1-2,pl}$, il massimo valore di q_c accettabile. Si può poi calcolare il beneficio derivante dallo snervamento delle connessioni in termini di fattore di struttura attraverso la 1.29.

La 1.44 può essere risolta per tentativi, oppure attraverso l'utilizzo di metodi numerici; risulta complesso infatti esplicitare l'equazione nella sola variabile q_c . Alcuni commenti sulle variabili che compaiono nell'espressione precedente:

- il periodo T_{pl} , anche se non direttamente esplicitato nella 1.44, risulta funzione di q_c ed è calcolabile attraverso la 1.25, ricavata al paragrafo 1.2.1;
- per la definizione dei parametri α e β si rimanda al paragrafo 1.2.1, equazione 1.30. Si sottolinea che β è indirettamente funzione di q_c , essendo calcolabile solo una volta che sia noto T_{pl} e che si disponga dello spettro di risposta del sito in esame. Per il calcolo di α basta invece la conoscenza delle caratteristiche inerziali del sistema;
- le variabili $u_{2,el}$ e $u_{1,el}$ sono calcolabili a partire dalle caratteristiche elastiche e inerziali del sistema di partenza attraverso un'analisi spettrale, la quale, data la semplicità dello schema adottato, può essere effettuata analiticamente o con l'ausilio di un foglio di calcolo.

Capitolo 2

Caso studio numero 1

Nel presente capitolo si riporta un caso studio utilizzato per verificare la bontà dell'algoritmo proposto al capitolo 1.

2.1 Presentazione del caso studio

Il caso studio per la verifica dell'algoritmo proposto al capitolo 1, consiste nell'analisi della risposta sismica nella direzione Y del capannone prefabbricato monopiano di cui si riporta la pianta in figura 2.1. Il capannone si compone di due telai pendolari sui quali vengono appoggiati 8 tegoli di copertura, ovvero 4 per campata. Esso presenta 6 pilastri, organizzati in 2 stilate nella direzione X e in 3 stilate nella direzione Y. L'interasse fra i pilastri risulta pari a 10.00 m nella direzione X e 25.00 m nella direzione Y. Le caratteristiche degli elementi strutturali sono le seguenti:

- pilastri 60x60;
- travi IPE 50x110x10;
- tegoli II 240x95.

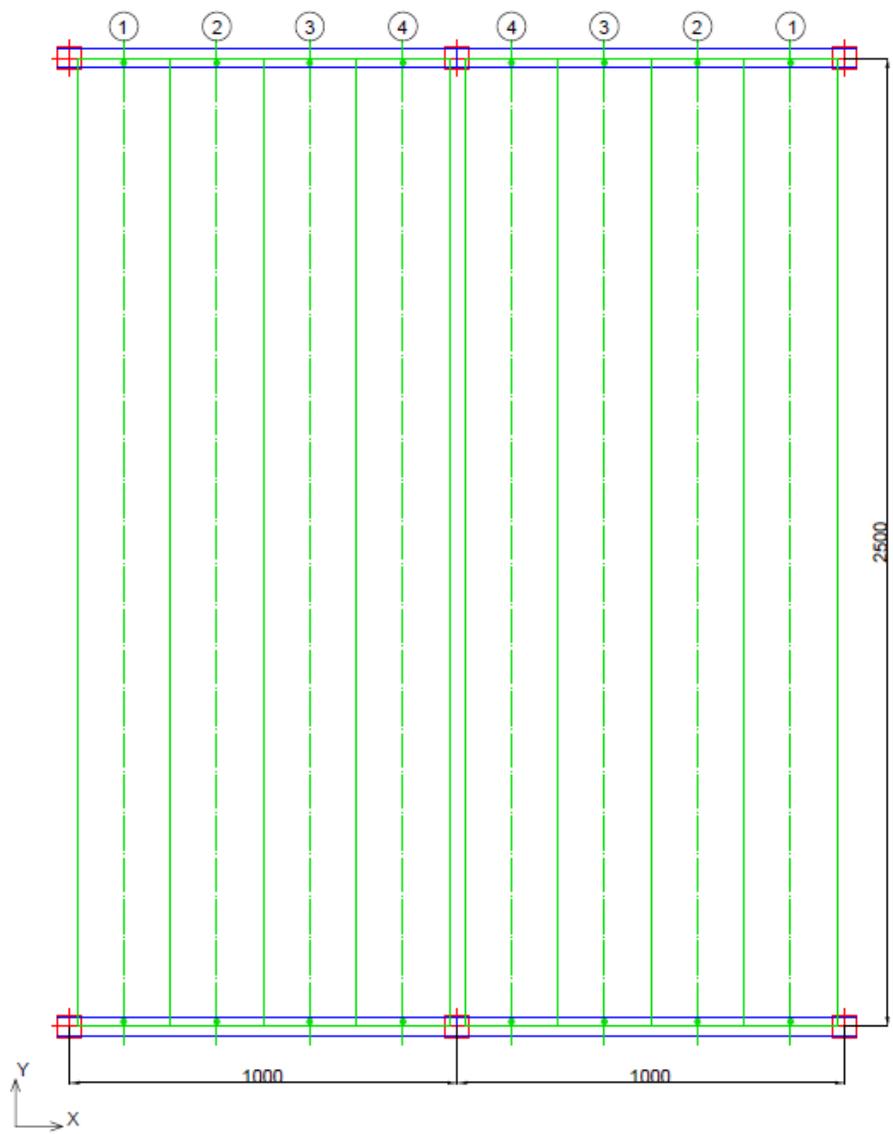


Figura 2.1: *Pianta del capannone utilizzato come caso studio.*

Si sono assunte le seguenti condizioni di vincolo:

- incastri perfetti alla base dei pilastri;
- cerniere nei due piani d'inflessione delle travi di bordo, collegamento a incastro nel piano di torsione;
- collegamento isostatico dei tegoli di copertura alla sottostruttura, attraverso il posizionamento di un'unica connessione baricentrica. Si suppone che il comportamento della connessione sia puramente tagliante, con rigidità assiale infinita, rigidità flettente nei due piani e torsionale nulle.

Riguardo gli elementi di connessione, si sottolinea come la trattazione del problema proposta voglia essere generale e indipendente dal sistema di connessione adottato. Occorre in ogni caso un riferimento al fine di assegnare agli elementi di collegamento delle caratteristiche in fase elastica che siano compatibili con la realizzazione fisica della connessione. Per definirne la rigidità elastica quindi, si ipotizza un collegamento tegolo-trave realizzato con dei dispositivi ad archetto.

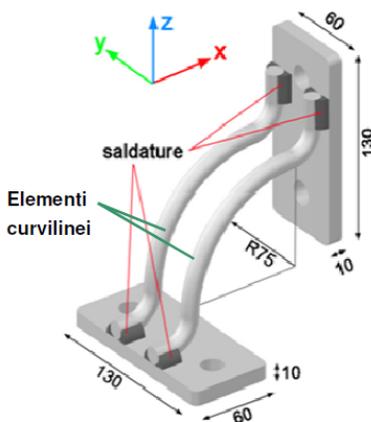


Figura 2.2: Esempio di connessione ad archetto; la connessione si compone di due elementi curvilinei in acciaio, saldati a due piastrine per l'ancoraggio.

Tale tipologia di connessione, rappresentata in figura 2.2, è costituita da due elementi curvilinei in acciaio di sezione circolare, saldati a due piastre metalliche che andranno fissate una al tegolo e l'altra alla trave di bordo. Il diametro dei tondini metallici è variabile fra 12 a 24 mm a seconda del modello considerato ed è il parametro da scegliere per definire la forza di snervamento del dispositivo. Il sistema è stato pensato in modo che, quando soggetto ad un certo livello di sollecitazione, si giunga alla plasticizzazione degli elementi curvilinei metallici, sfruttando le proprietà isteretiche tipiche dell'acciaio. Il dispositivo può essere utilizzato non solo per tegoli Π ma anche per tegoli alari o shed.

La messa in opera avviene fissando una piastra metallica alla faccia superiore della trave e l'altra alla superficie laterale della nervatura del tegolo. Per quanto riguarda le modalità di fissaggio bisogna tenere in considerazione la possibile sostituzione della connessione, in quanto in caso di sisma le plasticizzazioni e il danneggiamento si concentreranno nel dispositivo duttile, il quale in seguito sarà da sostituire. Il fissaggio avviene in genere tramite l'utilizzo d'inserti metallici oppure con resina adesiva in pasta. I dispositivi si possono disporre, a scelta, su una sola o su entrambe le due nervature del tegolo, a seconda che si voglia realizzare un collegamento di tipo isostatico o iperstatico con la sottostruttura.

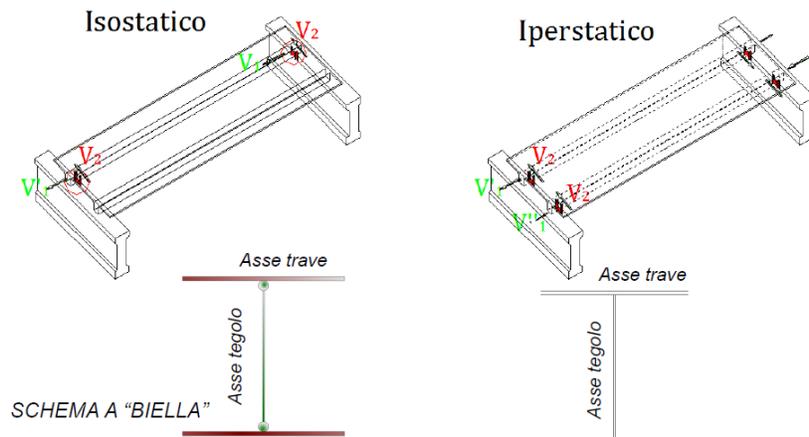


Figura 2.3: Esempio di collegamento isostatico e iperstatico per tegolo Π con l'uso di archetti e corrispondente modellazione.

Nel caso in esame si ipotizza di realizzare un collegamento di tipo isostatico, ovvero di vincolare un'unica nervatura del tegolo con due dispositivi. L'eccentricità che così si realizza tra collegamento e baricentro dell'elemento di copertura è stata poi trascurata in fase di modellazione, data la generalità della trattazione. Eventualmente, è possibile tenere conto di tale eccentricità accidentale in linea semplificativa trasportando la forza di snervamento della connessione sul baricentro del tegolo e aggiungendo un momento di trasporto, quindi calcolando l'inflessione dell'elemento attraverso l'adozione di uno schema statico tipo trave

in doppio appoggio.

La rigidezza delle connessioni ad archetto è variabile in funzione di:

1. diametro dell'archetto;
2. tipo di sollecitazione (tagliante o compressione/trazione);

Al fine di effettuare le simulazioni, si è assunta una rigidezza delle connessioni uguale nelle diverse direzioni e pari a 1×10^7 N/m. Tale valore è dell'ordine di grandezza della rigidezza a taglio di connessioni realizzate con diametro 16 mm. Il valore di rigidezza così fissato è stato mantenuto costante nell'ambito delle simulazioni, nonostante la variazione della forza di snervamento comporti a rigore un cambio della rigidezza elastica del dispositivo in quanto varia il diametro degli archetti. A tal proposito, si sottolinea che la trattazione effettuata è generale e il riferimento ai dispositivi tipo archetto viene fatto unicamente per assegnare alle connessioni un valore credibile delle principali caratteristiche elastiche.

2.2 Caratteristiche dell'azione sismica

Il sito scelto per la definizione dell'azione sismica è il comune di Acri, in provincia di Cesena. Tale sito è stato scelto per la particolare intensità dell'azione sismica.

Si assume per l'edificio una vita nominale $V_N = 50$ anni e una classe d'uso II. La vita di riferimento risulta quindi essere pari a $V_R = 50$ anni. Lo stato limite considerato per la verifica dell'edificio è lo Stato Limite di Collasso. La scelta di considerare lo Stato Limite di Collasso al posto dello Stato limite di Salvaguardia della Vita è giustificata dalla natura accademica della trattazione fatta, che vuole testare gli effetti della presenza delle connessioni duttili in condizioni estreme. La categoria di suolo assunta è la categoria D, mentre si assume per il sito una categoria topografica T1. In base a tali dati in *input*, si ottiene lo spettro elastico in pseudo-accelerazione riportato a seguire, il quale è stato utilizzato per le analisi.

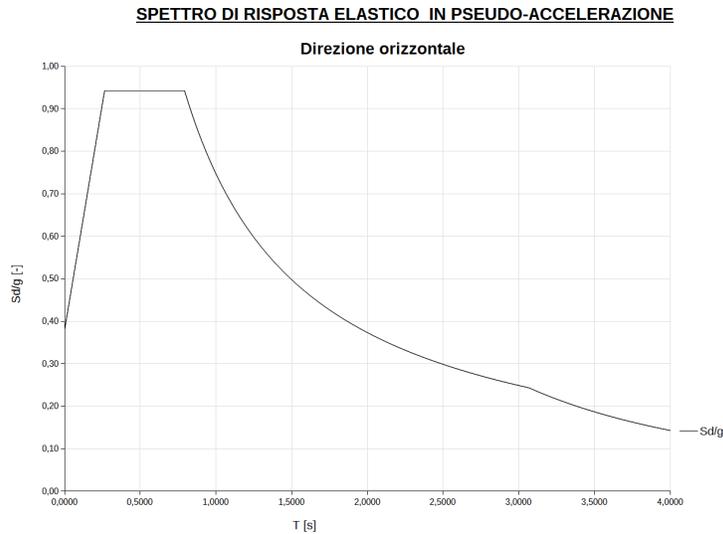


Figura 2.4: *Spettro di risposta in pseudo-accelerazione per il sito in esame.*

2.3 Modellazione

La struttura è stata modellata attraverso il *software* ad elementi finiti Straus7. Per i pilastri, le travi di bordo e gli elementi di copertura, si sono utilizzati elementi *beam* a comportamento lineare, opportunamente discretizzati al fine d'effettuare le analisi dinamiche. Per le connessioni degli elementi di copertura sono stati usati degli elementi *connection* a comportamento plastico a taglio. Tali elementi sono stati posti in corrispondenza del baricentro dei tegoli, realizzando una connessione di tipo isostatico. Alla *connection* con comportamento plastico è stata assegnata una legge forza-spostamento elastica perfettamente-plastica a taglio, rigidezza elastica tagliante pari a quella della molla modellata, rigidezza elastica assiale infinita, rigidezza elastica flettente nei due piani e torsionale nulle. Il modello realizzato è rappresentato nella figura seguente.

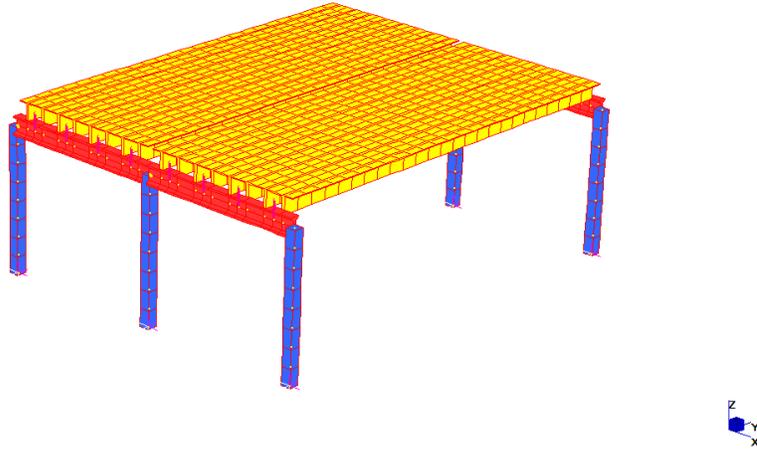


Figura 2.5: *Modello della struttura assunta come caso studio realizzato con gli elementi finiti.*

2.4 Analisi effettuate

Nell'ambito delle analisi effettuate si è variata la forza di snervamento delle singole connessioni, abbattendo il valore che si avrebbe in elasticità, $V_{i,el}$, di un fattore q_c via via crescente e mantenendone costante la rigidità elastica iniziale. La forza di snervamento $V_{y,i}$ è stata di volta in volta definita come:

$$V_{y,i} = \frac{V_{i,el}}{q_c} \quad (2.1)$$

Le analisi sono state effettuate ipotizzando l'elasticità della sottostruttura. Per ogni valore di q_c adottato, si sono effettuate 6 analisi dinamiche non-lineari e, attraverso la media dei risultati ottenuti, si sono calcolate le variabili d'interesse. In linea semplificativa si sono assunti come variabili rilevanti gli spostamenti totali e relativi dei tegoli 4 e 1 (si veda l'immagine 2.1) e dei corrispondenti pilastri centrale e laterale. La simbologia che verrà di seguito adottata è dunque la seguente:

simbolo	Dimensionale	Definizione
u_4	[m]	spostamento del tegolo 4
u_1	[m]	spostamento del tegolo 1
Δ_4	[m]	spostamento relativo connessioni tegolo 4
Δ_1	[m]	spostamento relativo connessioni tegolo 1
$u_{pil,centr}$	[m]	spostamento in sommità pilastro centrale
$u_{pil,lat}$	[m]	spostamento in sommità pilastro laterale

Tabella 2.1: *Simbologia adottata nell'ambito delle analisi effettuate sul sistema originario.*

Gli accelerogrammi spettro compatibili utilizzati per le analisi sono stati generati attraverso il programma *freeware* SimQke.

2.5 Risultati

Si riportano a seguire i risultati delle analisi. Sulla base della suddivisione in sottosistemi della struttura legata alla deformabilità della copertura, si distinguerà fra:

1. sottosistema centrale, costituito dal pilastro centrale e dai tegoli 4 e 3. In linea semplificativa, nelle analisi si è fatto riferimento unicamente agli spostamenti del tegolo 4;
2. sottosistema laterale, costituito dal pilastro laterale e dai tegoli 2 e 1. In linea semplificativa, nelle analisi si è fatto riferimento unicamente agli spostamenti del tegolo 1;

Sottosistema centrale

Si riportano i risultati relativi al sottosistema centrale.

Nel grafico 2.6 si vedono in linea continua, in funzione della forza di snervamento media $V_{y,M}$ delle connessioni, gli spostamenti u_4 e $u_{pil,centr}$, insieme allo spostamento relativo Δ_4 . Si riporta poi in punto linea il valore che tali variabili assumerebbero se il sistema restasse elastico lineare. La forza di snervamento media delle connessioni viene definita come:

$$V_{y,M} = \left(\frac{\sum_{n=1}^{N_{tot}} V_{y,i}}{N_{tot}} \right) \cdot N_{infl} \quad (2.2)$$

ove N_{tot} è il numero complessivo delle connessioni presenti, N_{infl} è il numero delle connessioni ricadenti nell'area d'influenza del pilastro centrale.

I dati graficati vengono sintetizzati nella tabella 2.6, insieme al fattore q_c , assunto di volta in volta per definire la forza di snervamento delle connessioni, e al fattore di struttura q .

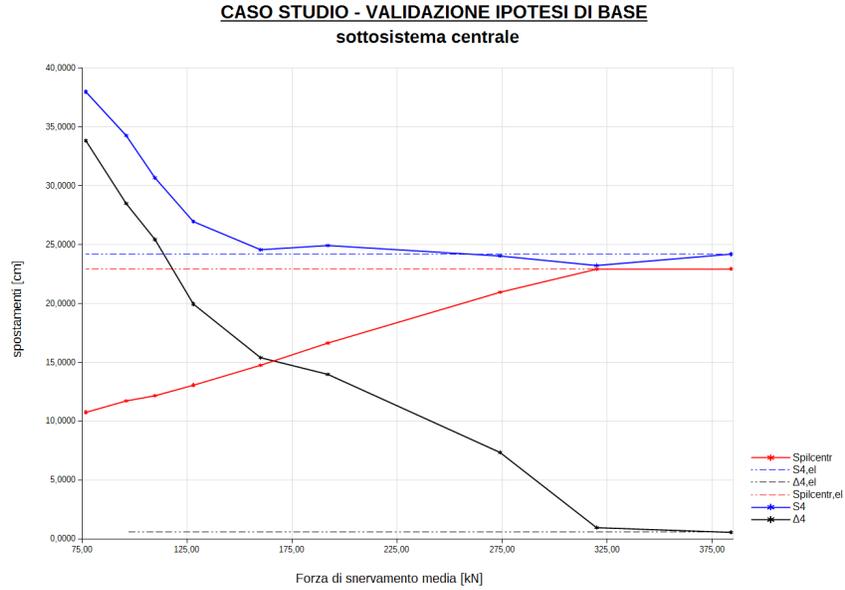


Figura 2.6: Risultati delle analisi per il sottosistema centrale. In linea continua: spostamenti u_4 e $u_{pil,centr}$, insieme allo spostamento relativo Δ_4 , ottenuti dalle analisi dinamiche non-lineari. In punto linea: i valori che tali variabili assumerebbero in elasticità.

$V_{y,M}$ [N]	u_4 [m]	$u_{pil,centr}$ [m]	Δ_4 [m]	q_c	q
384.00	24.20	22.94	0.56	1.00	1.00
320.00	23.23	22.93	0.96	1.20	1.00
274.00	24.04	20.96	7.35	1.40	1.09
192.00	24.93	16.64	13.98	2.00	1.38
160.00	24.57	14.76	15.40	2.40	1.55
128.00	26.96	13.06	19.96	3.00	1.76
109.72	30.68	12.17	25.44	3.50	1.89
96.00	34.27	11.72	28.50	4.00	1.96
76.80	37.99	10.75	33.84	5.00	2.13

Tabella 2.2: Sottosistema centrale: spostamenti u_4 e $u_{pil,centr}$, spostamento relativo Δ_4 e fattore di struttura q in funzione di $V_{y,M}$.

Sottosistema laterale

Si riportano i risultati relativi al sottosistema laterale.

Nel grafico 2.7 si vedono in linea continua, in funzione della forza di snervamento media $V_{y,M}$ delle connessioni e di q_c , gli spostamenti u_1 e $u_{pil,lat}$, insieme allo spostamento relativo Δ_1 . Si riporta poi in punto linea il valore che tali variabili assumerebbero se il sistema restasse elastico lineare. La forza di snervamento media delle connessioni viene definita sulla base dell'equazione 2.2, ove N_{infl} sarà ora il numero delle connessioni ricadenti nell'area d'influenza del pilastro laterale.

I dati graficati vengono sintetizzati nella tabella 2.7, insieme al fattore q_c , assunto di volta in volta per definire la forza di snervamento delle connessioni, e al fattore di struttura q .

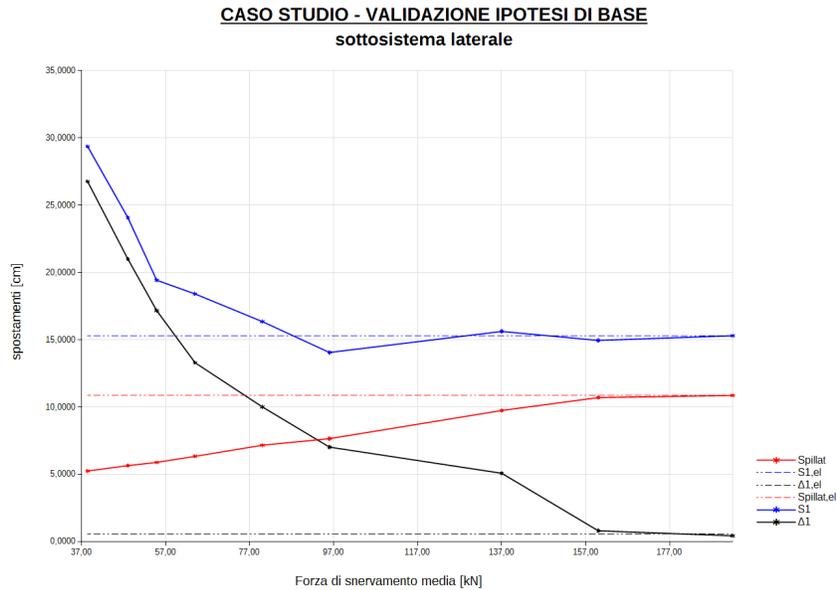


Figura 2.7: Risultati delle analisi per il sottosistema centrale. In linea continua: spostamenti u_1 e $u_{pil,lat}$, insieme allo spostamento relativo Δ_1 , ottenuti dalle analisi dinamiche non-lineari. In punto linea: i valori che tali variabili assumerebbero in elasticità.

$V_{y,M}$ [N]	u_1 [m]	$u_{pil,lat}$ [m]	Δ_1 [m]	q_c	q
192.00	15.30	10.86	0.43	1.00	1.00
160.00	14.95	10.70	0.80	1.20	1.01
137.00	15.62	9.74	5.08	1.40	1.11
96.00	14.05	7.65	7.02	2.00	1.42
80.00	16.35	7.16	10.01	2.40	1.52
64.00	18.41	6.33	13.29	3.00	1.71
54.86	19.43	5.88	17.17	3.50	1.85
48.00	24.08	5.64	21.00	4.00	1.92
38.40	29.38	5.24	26.77	5.00	2.07

Tabella 2.3: *Sottosistema laterale: spostamenti u_1 e $u_{pil,lat}$, spostamento relativo Δ_1 e fattore di struttura q in funzione di $V_{y,M}$.*

2.6 Commenti sui risultati

Si può notare dai grafici 2.6 e 2.7 come il comportamento della struttura oggetto di studio rispetti l'ipotesi di base rappresentata dalla 1.17, in un certo *range* di operatività. Tale ipotesi, formulata per il sistema semplificato in serie, si traduce nel caso studio nell'indipendenza dello spostamento degli elementi di copertura dallo snervamento delle connessioni. Tali variabili si mantengono costanti e pari al valore che assumerebbero in elasticità. In particolare, l'ipotesi risulta verificata:

- per valori di $V_{y,M}$ compresi nell'intervallo [384;120] kN per il sottosistema centrale;
- per valori di $V_{y,M}$ compresi nell'intervallo [192;96] kN per il sottosistema laterale.

Nell'immagine 2.8, si mettono a confronto le deformate in pianta della struttura nell'ipotesi di connessioni infinitamente elastiche e di connessioni duttili. Tale confronto evidenzia nuovamente la validità dell'ipotesi 1.17 nella descrizione del comportamento dinamico del sistema. Nel caso di connessioni perfettamente elastiche, lo spostamento relativo fra travi di bordo ed elementi di copertura è praticamente nullo, data l'elevata rigidità delle connessioni. Si nota come la spostata sia influenzata dalla deformabilità della copertura, evidenziando uno spostamento maggiore dei pilastri centrali rispetto a quelli laterali. Nel caso di connessioni duttili, possiamo notare l'incremento dello spostamento relativo fra travi di bordo ed elementi di copertura e il conseguente allungamento delle connessioni; si ha un decremento degli spostamenti in sommità ai pilastri, mentre lo spostamento degli elementi di copertura rimane costante. Si nota come tali spostamenti ricalchino la deformata che si ottiene nel caso di connessioni elastiche.

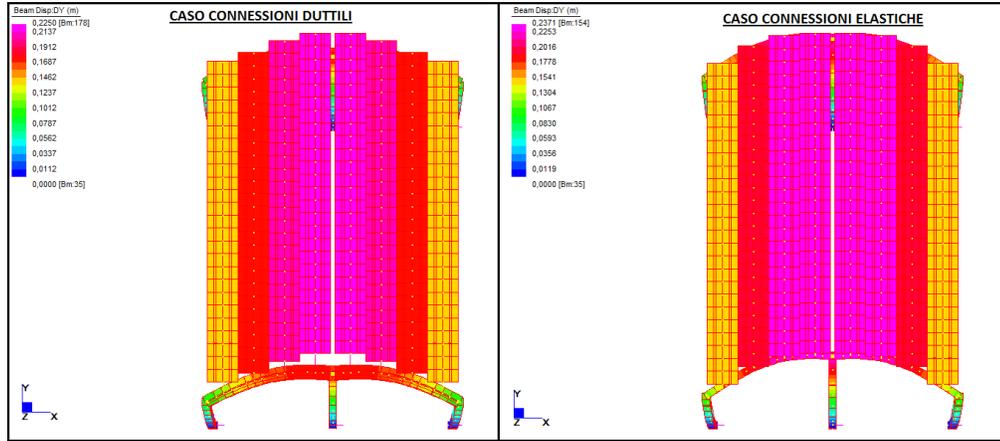


Figura 2.8: Confronto fra le spostate nel caso di connessioni infinitamente elastiche e connessioni duttili. Gli spostamenti degli elementi di copertura nel caso di connessioni duttili ricalcano la spostata che si ottiene nel caso di connessioni elastiche lineari, mentre si osserva la riduzione degli spostamenti dei pilastri e il conseguente aumento dello spostamento relativo delle connessioni.

Dal momento in cui iniziano ad essere valide le disuguglianze:

$$\Delta_4 \geq u_{pil,centr} \quad (\text{sottosistema centrale}) \quad (2.3)$$

$$\Delta_1 \geq u_{pil,lat} \quad (\text{sottosistema laterale}) \quad (2.4)$$

gli spostamenti degli elementi di copertura iniziano a crescere. Si consideri a tal proposito il sistema in serie semplificato. Nell'ipotesi di elasticità della molla superiore, si può definire in maniera corretta $u_{2,pl}$ come:

$$u_{2,el} = \Delta_{1-2,el} + u_{1,el} \simeq D(T_{el}) \quad (2.5)$$

Nell'ipotesi invece di $V_y = 0$, si avrà:

$$u_{2,pl} \simeq \Delta_{1-2,pl} \simeq D_{max} \quad (2.6)$$

Le equazioni 2.5 e 2.6 rappresentano due casi estremi; per un valore di forza di snervamento V_y qualsiasi, il comportamento del sistema sarà intermedio, o meglio, per valori di V_y non eccessivamente alti sarà approssimabile con la 2.5, viceversa per valori di V_y molto bassi sarà meglio approssimabile con la 2.6. Si potrebbe quindi pensare, osservando i risultati ottenuti, che il valore di forza di snervamento per il quale $\Delta_{1-2,pl} = u_{1,pl}$ segni il limite d'applicabilità dell'espressione 2.5, sulla base della quale si è definito l'algoritmo presentato al capitolo 1. Diminuendo ulteriormente V_y , risulterà:

$$\Delta_{1-2,pl} > u_{1,pl} \quad (2.7)$$

e lo spostamento $u_{2,pl}$ sarà sempre più descrivibile attraverso la 2.6. Tali ragionamenti sono applicabili anche al sistema originario.

In effetti, dai grafici 2.6 e 2.7 si osservano due effetti per $V_{y,M} \rightarrow 0$:

1. lo spostamento u_4 e u_1 si incrementano sempre più, tendendo a D_{max} ;
2. le differenze $u_4 - \Delta_4$ e $u_1 - \Delta_1$ tendono a zero.

Tali osservazioni sono in accordo con le considerazioni precedentemente fatte.

2.7 Confronto fra risultati computazionali e risultati calcolati attraverso l'algoritmo proposto

Si è proceduto infine all'applicazione dell'algoritmo proposto al capitolo 1 e alla verifica della sua bontà.

Per la verifica dei risultati analitici ottenuti si è fatto riferimento al sottosistema centrale. Il sistema in serie che lo schematizza presenta le seguenti caratteristiche:

sistema in serie - pilastro centrale		
VARIABLE	DIMENSIONALE	VALORE
m_2	[kg]	57750.00 $\simeq 5m_1$
m_1	[kg]	10697.40
k_2	[N/m]	$8 \cdot 10^7$
k_1	[N/m]	1969940.50

Tabella 2.4: *Caratteristiche elastiche ed inerziali del sistema in serie rappresentativo del sottosistema centrale.*

Per la verifica della bontà dell'algoritmo proposto per il dimensionamento delle connessioni, si farà riferimento agli spostamenti assoluti e relativi del tegolo 4, poiché dimensionante.

2.7.1 Dati in *input*

I dati da fornire in *input*, elencati nella tabella 1.1 (capitolo 1, paragrafo 1.2), sono stati calcolati sulla base delle caratteristiche elastiche ed inerziali del sistema in serie precedentemente riassunte. Le caratteristiche dinamiche di tale sistema, ovvero modi di vibrare e periodi propri di vibrazione, utilizzate per il calcolo degli spostamenti delle due masse m_2 e m_1 in elasticità sono stati ricavati manualmente con l'ausilio di un foglio di calcolo. In conclusione, note le caratteristiche del capannone oggetto di studio, è stato possibile definire subito tutti i dati in *input* per l'algoritmo di calcolo.

2.7.2 Dati in *output* e confronti effettuati

I dati in *output* a seguito dell'utilizzo dell'algoritmo proposto i quali sono stati poi confrontati con i risultati computazionali sono stati:

- lo spostamento totale della massa m_1 , $u_{1,pl}$, confrontato con lo spostamento in sommità del pilastro centrale, $u_{pil,centr}$;
- il fattore di struttura q_{alg} calcolato, confrontato con quello ottenuto dalle analisi computazionali q_{comp} ;
- lo spostamento relativo fra le due masse, $\Delta_{1-2,pl}$, confrontato poi con lo spostamento relativo della connessione del tegolo 4, Δ_4 .

Nei grafici 2.9, 2.10, 2.11, si riporta il confronto fra le variabili sopra elencate. Le variabili vengono graficate in funzione del fattore di abbattimento della forza nelle connessioni q_c . Nella tabella 2.5 si riportano i dettagli dei calcoli eseguiti per la stima di $\Delta_{1-2,pl}$.

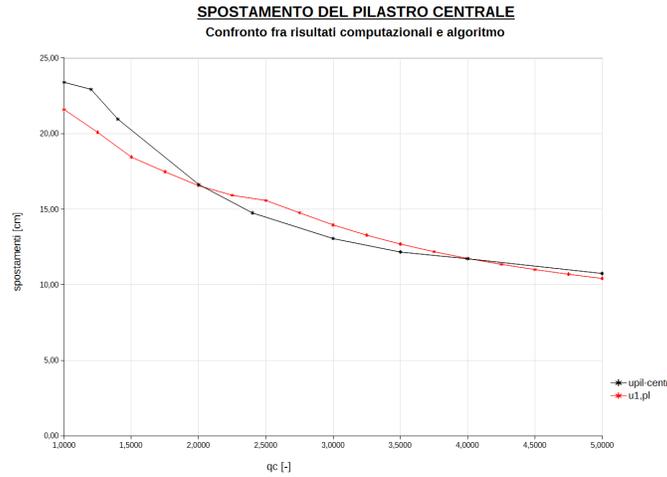


Figura 2.9: *Spostamento in sommità del pilastro centrale in funzione del fattore q_c ; confronto fra risultati computazionali e risultati calcolati tramite l'algoritmo proposto.*

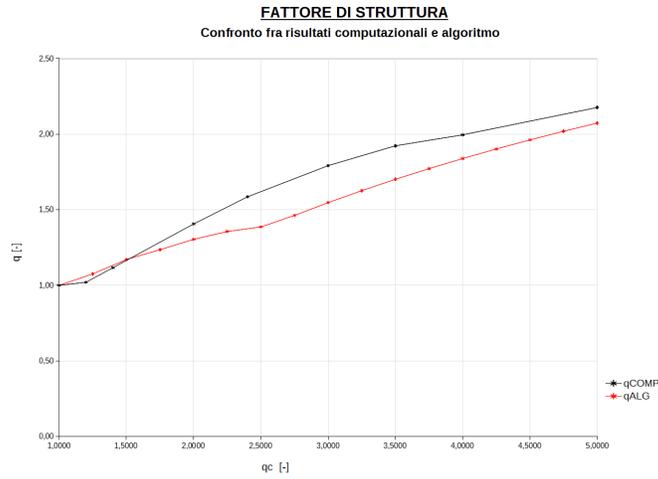


Figura 2.10: *Fattore di struttura conseguente alla plasticizzazione delle connessioni in funzione del fattore q_c ; confronto fra risultati computazionali e risultati calcolati tramite l'algoritmo proposto.*

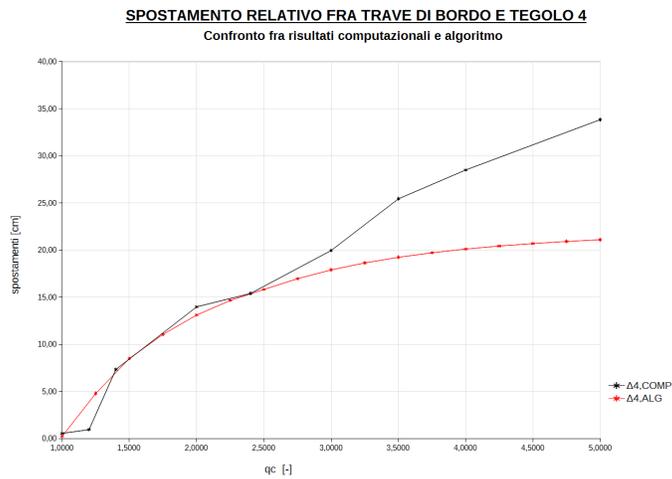


Figura 2.11: *Spostamento relativo della connessione relativa al tegolo 4 in funzione del fattore q_c ; confronto fra risultati computazionali e risultati calcolati tramite l'algoritmo proposto.*

q_c [-]	T_{pl} [s]	a_{pl} [m/s ²]	α [-]	β [-]	q	$u_{1,pl}$	$\Delta_{1-2,pl}$
1.00	1.15	6.30	5.21	1.00	1.00	21.60	0.26
1.25	1.05	7.04	5.21	0.89	1.08	20.09	4.79
1.50	0.98	7.47	5.21	0.84	1.17	18.45	8.51
1.75	0.92	7.96	5.21	0.79	1.24	17.48	11.06
2.00	0.88	8.32	5.21	0.76	1.30	16.56	13.11
2.25	0.84	8.70	5.21	0.72	1.36	15.93	14.66
2.5	0.81	9.15	5.21	0.69	1.39	15.58	15.83
2.75	0.79	9.24	5.21	0.68	1.46	14.77	16.96
3.00	0.77	9.24	5.21	0.68	1.55	13.96	17.90
3.25	0.75	9.24	5.21	0.68	1.63	13.28	18.64
3.50	0.73	9.24	5.21	0.68	1.70	12.70	19.24
3.75	0.72	9.24	5.21	0.68	1.77	12.19	19.72
4.00	0.70	9.24	5.21	0.68	1.84	11.75	20.11
4.25	0.69	9.24	5.21	0.68	1.90	11.36	20.43
4.50	0.68	9.24	5.21	0.68	1.96	11.01	20.70
4.75	0.67	9.24	5.21	0.68	2.02	10.70	20.92
5.00	0.66	9.24	5.21	0.68	2.07	10.42	21.10

Tabella 2.5: *Calcoli per la stima dello spostamento relativo fra tegolo centrale e trave di bordo attraverso l'algoritmo proposto.*

2.7.3 Commenti

Dai risultati riportati precedentemente, si può notare come le 3 variabili d'interesse per la quantificazione degli effetti legati allo snervamento delle connessioni di copertura, ovvero fattore di struttura e spostamento relativo delle connessioni relative al tegolo centrale, vengano generalmente ben stimate attraverso l'algoritmo di calcolo proposto.

In particolare, si nota come per l'intero *range* di q_c indagato si abbia una buona stima del fattore di struttura q . Attraverso q , avendo ipotizzato che la sottostruttura si mantenga in campo elastico, sono direttamente calcolabili gli spostamenti dei pilastri centrali e laterali. Si osserva invece come a partire da valori di q_c superiori a 3 non si ottenga più una stima accurata dello spostamento relativo della connessione e l'algoritmo cada in difetto. Tale discrepanza è una diretta conseguenza del fatto che per forze di snervamento molto basse, tali per cui risulti:

$$\Delta_{1-2,pl} \geq u_{1,pl} \quad (2.8)$$

l'ipotesi d'indipendenza dello spostamento della massa della sovrastruttura (rappresentata da m_2 nel sistema semplificato) dalla forza di snervamento delle connessioni non è più vera. Poiché la precedente ipotesi è alla base dell'algoritmo proposto, la sua validità risulta limitata entro un certo intervallo. I risultati ottenuti in tale intervallo, forniscono comunque una buona stima delle variabili d'interesse.

2.8 Correzione dell'algoritmo

A seguito dei risultati delle analisi riportate in questo capitolo, si è cercato di estendere il *range* di applicabilità dell'algoritmo proposto.

2.8.1 Proposta di correzione

Come descritto precedentemente, sono individuabili due casi limite che descrivono il comportamento del sistema semplificato in serie usato per descrivere il comportamento della struttura:

1. $V_y = V_{el}$, ovvero connessioni elastiche $\Rightarrow_{2,el} = \Delta_{1-2,el} + u_{1,el} \simeq D(T_{el})$;
2. $V_y = 0 \Rightarrow u_{2,pl} \simeq \Delta_{1-2,pl} \simeq D_{max}$, ove D_{max} è il valore di spostamento al *plateau* dello spettro di risposta in spostamento.

Per un valore di forza di snervamento V_y generico, il sistema potrà avere un comportamento più o meno vicino a uno dei due casi limite. Dalle analisi effettuate, si è evidenziato come a partire dal valore di forza di snervamento delle connessioni per la quale risulta verificata la disuguaglianza 2.8, lo spostamento totale della massa della sovrastruttura, schematizzata nel modello in serie con la massa m_2 , non rimanga più costante ma inizi a crescere, tendendo alla situazione limite $V_y = 0$. L'algoritmo proposto al capitolo 1 è il seguente:

$$\Delta_{1-2,pl} = u_{2,el} - \frac{u_{1,el}}{\beta \cdot \frac{1+\alpha}{1+\alpha/q_c}} \cdot \left\{ 1 - \text{sen} \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \right\} \quad (2.9)$$

ove per il significato dei simboli si rimanda al paragrafo 1.2. In esso è implicita l'assunzione che lo spostamento della massa della sovrastruttura rimanga costante e pari al suo valore in elasticità indipendentemente dalla forza di snervamento delle connessioni. A partire dal valore di forza di snervamento V_y^* per il quale si verifica la disuguaglianza $\Delta_{1-2,pl} = u_{1,pl}$, tale ipotesi di costanza va rimossa e quindi si ha che:

$$u_{2,pl} \neq u_{2,el} \neq \text{costante} \quad (2.10)$$

Si decide in prima approssimazione di descrivere la variazione di $u_{2,pl}$ tramite una funzione lineare del tipo:

$$u_{2,pl} = D_{max} - (D_{max} - u_{2,el}) \cdot \frac{V_y}{V_y^*} \quad (2.11)$$

Si può notare come:

- per $V_y = 0$ la 2.11 comporti $u_{2,pl} = D_{max}$, ovvero il caso limite 2);
- per $V_y = V_y^*$ la 2.11 comporti $u_{2,pl} = u_{2,el}$, ricordandosi quindi al *range* nel quale si ha costanza dello spostamento della massa della sovrastruttura.

L'algorithmo proposto diventa dunque:

$$\Delta_{1-2,pl} = u_{2,el} - \frac{u_{1,el}}{\beta \cdot \frac{1+\alpha}{1+\alpha/q_c}} \cdot \left\{ 1 - \text{sen} \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \right\} \quad \text{per } V_y > V_y^* \quad (2.12)$$

$$\begin{cases} \Delta_{1-2,pl} = u_{2,pl} - \frac{u_{1,el}}{\beta \cdot \frac{1+\alpha}{1+\alpha/q_c}} \cdot \left\{ 1 - \text{sen} \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \right\} & \text{per } V_y < V_y^* \\ u_{2,pl} = \left[D_{max} - (D_{max} - u_{2,el}) \cdot \frac{V_y}{V_y^*} \right] \end{cases} \quad (2.13)$$

2.8.2 Verifica dell'algorithmo corretto

Si è proceduto in un secondo tempo all'applicazione dell'algorithmo corretto definito dalle equazioni 2.12 e 2.13 al caso studio considerato.

Si era notato al paragrafo 2.7.3 come l'algorithmo definito al capitolo 1 cogliesse bene al variare della forza di snervamento delle connessioni (simbolicamente rappresentata dal fattore q_c) la variazione del fattore di struttura, mentre la bontà della stima degli spostamenti relativi delle connessioni più sollecitate fosse limitata entro un certo *range* (grafici 2.10 e 2.11). La correzione apportata dovrebbe consentire di estenderne la validità oltre tale limite. Nel grafico 2.12 si riporta lo spostamento relativo della connessione relativa al tegolo 4 in funzione del fattore q_c , calcolato manualmente utilizzando le 2.12 (linea continua rossa) e 2.13 (linea continua rosa) per un certo numero di valori di q_c . Tali valori vengono messi a confronto con quelli ottenuti dalle analisi non-lineari effettuate (in linea continua nera). Nella tabella 2.6 si riportano i dettagli dei calcoli eseguiti per la stima di $\Delta_{1-2,pl}$.

Dal grafico riportato si può notare come la correzione proposta consenta di estendere l'applicabilità dell'algorithmo inizialmente proposto, dando una buona stima degli spostamenti relativi anche per bassi valori della forza di snervamento delle connessioni (ovvero per elevati valori del fattore q_c).

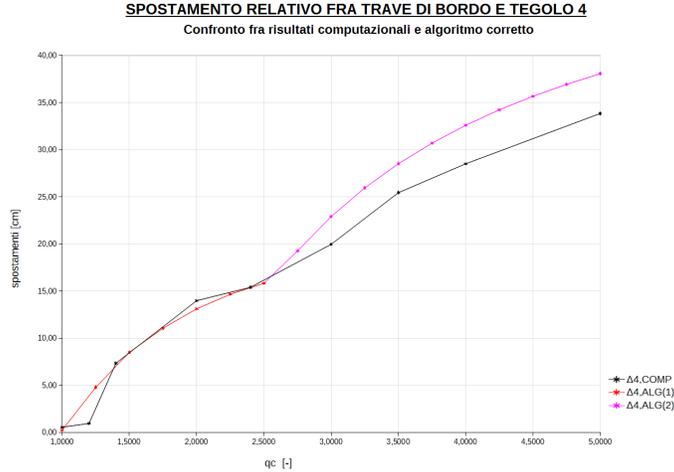


Figura 2.12: *Spostamento relativo della connessione relativa al tegolo 4 in funzione del fattore q_c ; confronto fra risultati computazionali e ricavati tramite l'algoritmo corretto. In linea continua rossa i valori calcolati attraverso l'equazione 2.12, in linea continua rosa i valori calcolati attraverso l'equazione 2.13.*

q_c [-]	T_{pl} [s]	a_{pl} [m/s ²]	α [-]	β [-]	q	$u_{1,pl}$	$\Delta_{1-2,pl}$
1.00	1.15	6.30	5.21	1.00	1.00	21.60	0.26
1.25	1.05	7.04	5.21	0.89	1.08	20.09	4.79
1.50	0.98	7.47	5.21	0.84	1.17	18.45	8.51
1.75	0.92	7.96	5.21	0.79	1.24	17.48	11.06
2.00	0.88	8.32	5.21	0.76	1.30	16.56	13.11
2.25	0.84	8.70	5.21	0.72	1.36	15.93	14.66
2.5	0.81	9.15	5.21	0.69	1.39	15.58	15.83
2.75	0.79	9.24	5.21	0.68	1.46	14.77	19.25
3.00	0.77	9.24	5.21	0.68	1.55	13.96	22.91
3.25	0.75	9.24	5.21	0.68	1.63	13.28	25.95
3.50	0.73	9.24	5.21	0.68	1.70	12.70	28.51
3.75	0.72	9.24	5.21	0.68	1.77	12.19	30.70
4.00	0.70	9.24	5.21	0.68	1.84	11.75	32.59
4.25	0.69	9.24	5.21	0.68	1.90	11.36	34.23
4.50	0.68	9.24	5.21	0.68	1.96	11.01	35.66
4.75	0.67	9.24	5.21	0.68	2.02	10.70	36.93
5.00	0.66	9.24	5.21	0.68	2.07	10.42	38.06

Tabella 2.6: *Calcoli per la stima dello spostamento relativo fra tegolo centrale e trave di bordo attraverso l'algoritmo corretto. Per $1 < q_c < 2.5$ si utilizza la formula 2.12, per $2.5 < q_c$ si utilizza la 2.13.*

Capitolo 3

Inserimento dei pannelli di tamponamento

Con riferimento al caso studio illustrato al capitolo 2, si è studiato l'effetto legato all'inserimento di eventuali pannelli di tamponamento. A seguito di tale studio, si è introdotta una modifica nell'algoritmo presentato al capitolo 1 al fine di tener conto di tali effetti.

Si sottolinea che la trattazione seguente è svolta supponendo che i pannelli siano vincolati alla struttura in maniera da non interferire con la stessa, senza quindi irrigidirla, provocando solo un incremento di massa del sistema. Tale ipotesi è legata al tipo di connessione utilizzato per vincolare tali elementi al telaio. L'argomento, attualmente oggetto di ricerca, non viene qui affrontato poiché esula dall'obiettivo del presente lavoro.

3.1 Effetto della presenza dei pannelli

La presenza di eventuali pannelli di tamponamento comporta un incremento della massa della sottostruttura. Qualora questo incremento sia rilevante, viene meno l'ipotesi che la massa della sovrastruttura (simbolicamente rappresentata da m_2 nel sistema in serie che schematizza il sistema reale) sia \gg della massa della sottostruttura (simbolicamente rappresentata da m_1). Si consideri l'equazione 1.7 riportata al capitolo 1 e qui riscritta:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N m_i u_i} \quad (3.1)$$

ove m_i sono le N posizioni di massa in cui si è discretizzato il sistema iniziale, u_i sono i loro spostamenti raccogliibili nel vettore \mathbf{u} , D è lo spostamento del sistema SDOF equivalente, ricavabile dallo spettro di risposta del sito noto che

sia il periodo principale di vibrazione T . Nel caso in cui risulti:

$$m_i \gg m_j \quad j \neq i \quad (3.2)$$

lo spostamento D tenderà a coincidere con lo spostamento della massa i , essendo trascurabile il contributo degli altri gradi di libertà dinamici. Nel momento in cui l'ipotesi rappresentata dalla 3.2 cade, lo spostamento degli altri gradi di libertà dinamici non è più irrilevante nella definizione dello spostamento totale del sistema SDOF equivalente.

Si è precedentemente ipotizzato, data la flessibilità della struttura in esame, che:

$$T > T_c \Rightarrow D = \text{cost.} \quad (3.3)$$

ovvero di trovarsi nella zona di spettro di risposta per la quale vale l'Equivalenza in Spostamento e quindi la costanza della variabile D (per approfondire si veda il capitolo 1). Tale ipotesi resta ancora valida nonostante l'inserimento dei pannelli. Lo snervamento delle connessioni di copertura comporta una diminuzione del taglio alla base e quindi un calo degli spostamenti dei pilastri. Poiché ora tali spostamenti, a causa dell'incremento di massa della sottostruttura, hanno un certo peso nella definizione di D , la loro variazione comporta una variazione del valore di tale variabile. Al fine della verifica dell'equazione 3.3, ovvero affinché lo spostamento del sistema SDOF equivalente rimanga costante, deve variare anche lo spostamento dei tegoli di copertura. Non risulta quindi più valida l'ipotesi;

$$u_2 \neq f(V_y) \Rightarrow u_2 = u_{2,el} = \text{cost.} \quad (3.4)$$

In altre parole, non è più possibile confondere il Centro di Massa del sistema con il Centro di Massa della sovrastruttura.

La misura della non validità dell'equazione 3.4 e l'entità della variazione dello spostamento dei tegoli saranno in qualche maniera proporzionali alla variazione della massa della sottostruttura, dato che ne sono una diretta conseguenza. Con l'inserimento dei pannelli di tamponamento, l'equazione 3.4 potrebbe in realtà restare valida qualora la massa della sovrastruttura, nonostante l'incremento, resti trascurabile rispetto a quella della sovrastruttura.

3.1.1 Legame fra gli spostamenti di sottostruttura e sovrastruttura

Si consideri lo schema semplificato a 2 gradi di libertà dinamici definito al capitolo 1 e rappresentativo del comportamento di parte della struttura originaria. Per tale sistema si cerca di ottenere un'espressione che permetta di quantificare l'incremento di spostamento della massa superiore m_2 (rappresentativa della sovrastruttura) conseguente al decremento di spostamento della massa inferiore m_1 (rappresentativa della sottostruttura).

Si consideri l'equazione 3.1 e la si scriva per esteso:

$$D = \frac{m_1 \cdot u_1^2 + m_2 \cdot u_2^2}{m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2} \quad (3.5)$$

L'equazione viene derivata prima in u_1 e poi in u_2 , ottenendo così le due derivate parziali di seguito riportate:

$$\frac{\partial D}{\partial u_1} = \frac{2m_1 \cdot u_1}{m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2} - m_1 \cdot \frac{m_1 \cdot u_1^2 + m_2 \cdot u_2^2}{(m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2)^2} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial D}{\partial u_2} = \frac{2m_2 \cdot u_2}{m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2} - m_2 \cdot \frac{m_1 \cdot u_1^2 + m_2 \cdot u_2^2}{(m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2)^2} \quad (3.7)$$

Dato che le due masse m_1 e m_2 non variano, affinché D resti costante si potrebbe pensare di imporre, in prima approssimazione:

$$\Delta_1 \cdot \frac{\partial D}{\partial u_1} = \Delta_2 \cdot \frac{\partial D}{\partial u_2} \quad (3.8)$$

ove Δ_2 e Δ_1 sono rispettivamente la variazione dello spostamento della massa superiore m_2 e della massa inferiore m_1 rispetto ai valori che assumerebbero in elasticità.

$$\Delta_1 = u_{1,pl} - u_{1,el} = u_{1,el} \cdot \left(\frac{1}{q} - 1 \right), \quad (3.9)$$

$$\Delta_2 = u_{2,pl} - u_{2,el} \quad (3.10)$$

Dall'uguaglianza 3.8 deriva un'equazione di terzo grado nelle due variabili Δ_1 e Δ_2 . L'andamento della funzione $\Delta_2 = f(\Delta_1)$ è riportato nel seguente grafico (realizzato con il *freeware* Geogebra); due coppie di valori ($m_1 ; m_2$) sono state considerate, ovvero nell'eventualità di presenza e assenza dei pannelli. Oltre alle due funzioni derivanti dall'equazione 3.8 (in linea continua), si riportano due funzioni lineari che bene le approssimano nell'intorno dell'origine e di cui si parlerà più diffusamente avanti (in tratteggio).

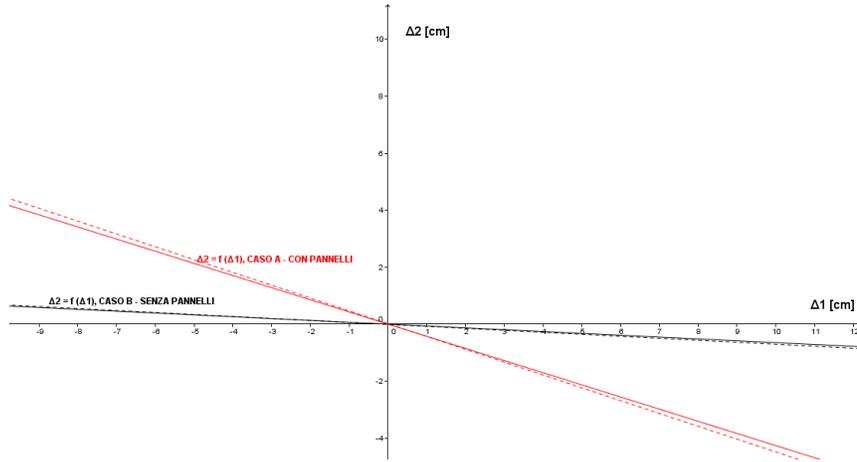


Figura 3.1: In linea continua: grafici della funzione $\Delta_2 = f(\Delta_1)$, caso A e caso B. In tratteggio: grafici delle due funzioni lineari approssimanti le precedenti nell'intorno dell'origine

GDL DIN.	CASO A -CON PANNELLI	CASO B -SENZA PANNELLI
m_1	23770.00 kg	10697.50 kg
m_2	55750.00 kg	55750.00 kg

Tabella 3.1: Coppie di valori $(m_1 ; m_2)$ utilizzati nell'equazione 3.8.

Dalla figura 3.1 si può notare come l'andamento della funzione $\Delta_2 = f(\Delta_1)$ ottenuta a partire dall'equazione 3.8 cambi notevolmente a seguito della variazione della massa m_1 . Inoltre, ponendo attenzione alla zona intorno allo zero, ovvero per valori di decremento dello spostamento della massa inferiore ancora limitati, si nota come l'andamento dell'equazione 3.8 risulti praticamente lineare.

Nel caso senza pannelli la pendenza della funzione lineare approssimante intorno a zero risulta molto bassa; ad una valore finito di Δ_1 corrisponde un valore circa nullo della variabile Δ_2 . In altre parole, lo spostamento della massa superiore m_2 resta inalterato, rispetto al valore che assumerebbe in elasticità, nonostante il decremento Δ_1 dello spostamento della massa inferiore m_1 . Ciò rappresenta un'ulteriore conferma delle ipotesi mosse al capitolo 1 sul comportamento dinamico del sistema.

Viceversa nel caso con pannelli, la pendenza della funzione lineare approssimante intorno a zero risulta non nulla; ad una valore finito di Δ_1 corrisponde un valore non nullo della variabile Δ_2 . In altre parole, lo spostamento della massa superiore m_2 si incrementa di Δ_2 , rispetto al valore che assumerebbe in elasticità, a causa del decremento Δ_1 dello spostamento della massa inferiore m_1 .

Per dare quantificazione di quanto sopra detto, si riportano nella tabella se-

guente i valori assunti dalla variabile Δ_2 nei due casi A e B per diversi valori della variabile Δ_1 . I segni risultano discordi poichè al decrescere di Δ_1 si ha una crescita di Δ_2 .

Δ_1 [cm]	Δ_2 [cm]	$\frac{\Delta_2}{\Delta_1}$ [-]
-1.00	+0.43	- 0.43
-2.00	+0.85	- 0.452
-3.00	+1.28	- 0.427
-4.00	+1.71	- 0.427
-5.00	+2.13	- 0.426

Tabella 3.2: *Variazione di Δ_2 in funzione di Δ_1 per il caso A*

Δ_1 [cm]	Δ_2 [cm]	$\frac{\Delta_2}{\Delta_1}$ [-]
-1.00	+0.06	- 0.06
-2.00	+0.13	-0.065
-3.00	+0.19	-0.063
-4.00	+0.26	-0.065
-5.00	+0.32	- 0.064

Tabella 3.3: *Variazione di Δ_2 in funzione di Δ_1 per il caso B*

3.2 Espressione di $\Delta_{1-2,pl}$ corretta

In base a quanto riportato al paragrafo precedente, si propone per il calcolo dello spostamento relativo fra sovrastruttura e sottostruttura una correzione dell’algoritmo proposto al capitolo 1. Tale correzione serve per tenere conto dell’incremento di spostamento totale dei tegoli di copertura conseguente alla diminuzione dello spostamento dei pilastri della sottostruttura.

Si consideri il sistema di due masse in serie semplificato del sistema reale. Lo spostamento relativo fra le due masse, definito al capitolo 1 dalla 1.44, viene ora scritto come:

$$\Delta_{1-2,pl} = \psi u_{2,el} - \frac{u_{1,el}}{\beta \cdot \frac{1+\alpha}{1+\alpha/q_c}} \cdot \left\{ 1 - \text{sen} \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \right\} \quad (3.11)$$

ove per la descrizione delle variabili principali si rimanda al capitolo 1. Il coefficiente correttivo ψ risulta pari a:

$$\psi = 1 + m \cdot \frac{u_{1,el}}{u_{2,el}} \cdot \left(\frac{1}{q} - 1 \right) \quad (3.12)$$

ove q è il fattore di struttura (calcolabile noto che sia q_c attraverso l’espressione 1.29 riportata al capitolo 1), $u_{1,el}$ e $u_{2,el}$ sono gli spostamenti delle due masse

in elasticità e m è il coefficiente angolare della retta approssimante la relazione rappresentata dall'equazione 3.8 nell'intorno di zero. Tale coefficiente vale circa zero nel caso B (assenza di pannelli), mentre vale circa (-0.43) nel caso A (presenza di pannelli), come si può notare dai valori riportati nelle tabelle 3.3 e 3.2. Notiamo che per $m \rightarrow 0$ il coefficiente ψ tende al valore unitario, e quindi si ricade nell'espressione originaria di $\Delta_{1-2,pl}$ determinata al capitolo 1. L'equazione 3.12 si ricava considerando che, nell'intorno di zero, l'incremento di spostamento della massa superiore Δ_2 è legato al decremento di spostamento della massa inferiore Δ_1 da una relazione approssimativamente lineare:

$$\Delta_2 = m \cdot \Delta_1 \quad (3.13)$$

La variazione di spostamento della massa inferiore si può scrivere come:

$$\Delta_1 = u_{1,pl} - u_{1,el} = u_{1,el} \cdot \left(\frac{1}{q} - 1 \right) \quad (3.14)$$

Lo spostamento della massa superiore a plasticizzazione avvenuta, risulta quindi pari a:

$$u_{2,pl} = u_{2,el} + \Delta_2 = u_{2,el} + m \cdot \left(\frac{u_{1,el}}{q} - u_{1,el} \right) \quad (3.15)$$

Il coefficiente ψ viene definito come:

$$\psi = \frac{u_{2,pl}}{u_{2,el}} \quad (3.16)$$

Sostituendo la 3.15 nella 3.16, si ottiene l'espressione 3.12.

Capitolo 4

Caso studio numero 2

Nel presente capitolo si riportano i risultati delle analisi dinamiche non-lineari utilizzati per verificare la bontà della modifica all'algorithmo originario proposta per tenere conto degli effetti legati alla presenza dei pannelli.

4.1 Presentazione del caso studio

Il caso studio per la verifica della modifica descritta al capitolo 3, consiste nell'analisi della risposta sismica nella direzione Y del capannone prefabbricato monopiano già precedentemente utilizzato per testare la bontà dell'algorithmo proposto. Per la descrizione dettagliata della struttura si rimanda dunque al capitolo 2, dato che l'unica differenza risulta nell'inserimento dei pannelli di tamponamento.

I pannelli di tamponamento si suppongono appoggiati alla base e agganciati in sommità alla trave di bordo, di modo che solo metà della loro massa gravi effettivamente sulla sottostruttura. La densità dei pannelli è assunta pari a 3.00 kN/m^2 . Considerando per le travi di bordo uno schema di trave in doppio appoggio, si calcolano le seguenti aree d'influenza e le conseguenti masse afferenti ad ogni pilastro:

PILASTRO	AREA INFL. [m^2]	MASSA AFFERENTE [kg]
centrale	85.50 kg	13073.40 kg
laterale	42.75 kg	6536.70 kg

Tabella 4.1: *Calcolo delle masse traslazionali legate alla presenza dei pannelli.*

4.2 Modellazione

La modellazione della struttura non muta sensibilmente da quella che si era precedentemente utilizzata (descritta al paragrafo 2 del capitolo 2), eccezion fatta per l’inserimento di 6 masse traslazionali in corrispondenza delle teste libere dei pilastri rappresentative dei pannelli di tamponamento. Tali masse sono determinate in funzione della densità dei pannelli di tamponamento e dell’area di influenza di ogni pilastro, come descritto al paragrafo precedente.

4.3 Analisi effettuate

Le analisi dinamiche non-lineari sono state effettuate con le stesse modalità illustrate al paragrafo 2.4 del capitolo 2. Si rimanda quindi a tale paragrafo per i dettagli.

4.4 Confronto fra i risultati calcolati e i risultati computazionali

Si riporta a seguire il confronto fra i risultati ottenuti dalle analisi numeriche e quelli ottenuti attraverso l’algoritmo modificato per tener conto dei pannelli di tamponamento.

4.4.1 Dati in *input*

I dati in *input* risultano gli stessi elencati al capitolo 2, paragrafo 2.7.1, a cui va aggiunto il coefficiente m che definisce la pendenza della retta approssimante la funzione 3.8 nell’intorno dell’origine. Tale coefficiente va ricavato a priori al fine della definizione del fattore correttivo ψ da utilizzare nella 3.11. Esso è ricavabile dallo studio della funzione $\Delta_2 = f(\Delta_1)$ descritta dallequazione 3.8.

4.4.2 Dati in *output* e confronti effettuati

I dati in *output* a seguito dell’utilizzo dell’algoritmo proposto i quali sono stati poi confrontati con i risultati computazionali sono stati:

- lo spostamento totale della massa m_1 , $u_{1,pl}$, confrontato con lo spostamento in sommità del pilastro centrale, $u_{pil,centr}$;
- il fattore di struttura q_{alg} calcolato, confrontato con quello ottenuto dalle analisi computazionali q_{comp} ;
- lo spostamento relativo fra le due masse, $\Delta_{1-2,pl}$, confrontato poi con lo spostamento relativo della connessione del tegolo 4, Δ_4 .

Come fatto precedentemente al capitolo 2, si riporta il confronto con riferimento unicamente al sottosistema centrale, dato che la deformabilità della copertura comporta un maggiore spostamento del tegolo 4 e lo rende dimensionante con riferimento allo spostamento relativo delle connessioni. Nei grafici 4.1, 4.2, 4.3, si riporta il confronto fra le variabili sopra elencate. Le variabili vengono graficate in funzione del fattore di abbattimento della forza nelle connessioni q_c . Per la variabile $\Delta_{1-2,pl}$, si riportano i valori calcolati con l'algoritmo non modificato (in blu) e con l'algoritmo modificato (in rosso). Nella tabella 4.2 si riportano i dettagli dei calcoli eseguiti per la stima di $\Delta_{1-2,pl}$ in entrambi i casi.

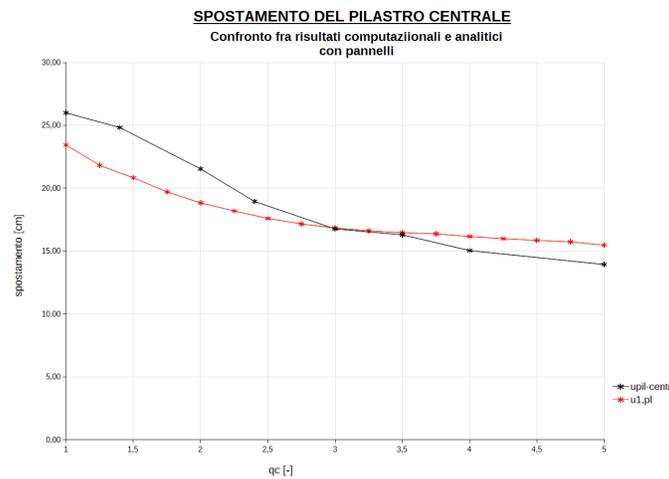


Figura 4.1: *Spostamento in sommità del pilastro centrale in funzione del fattore q_c ; confronto fra risultati computazionali e analitici calcolati tramite l'algoritmo modificato.*

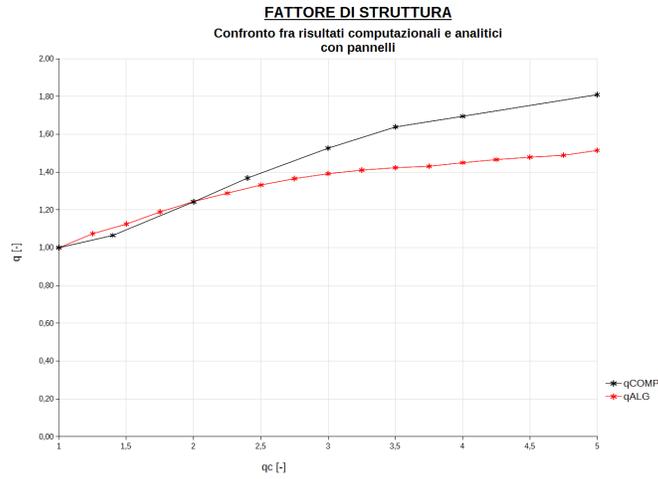


Figura 4.2: *Fattore di struttura conseguente alla plasticizzazione delle connessioni in funzione del fattore q_c ; confronto fra risultati computazionali e analitici calcolati tramite l'algoritmo modificato.*

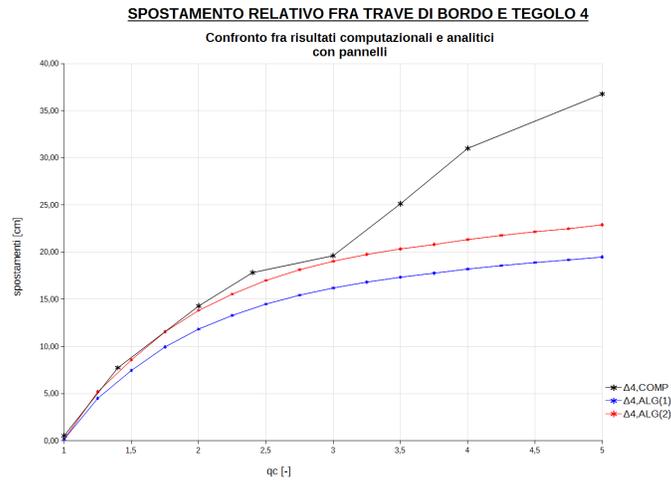


Figura 4.3: *Spostamento relativo della connessione relativa al tegolo 4 in funzione del fattore q_c ; confronto fra risultati computazionali e analitici calcolati tramite l'algoritmo modificato (in rosso) e non modificato (in blu).*

q_c [-]	T_{pl} [s]	a_{pl} [m/s ²]	α [-]	β [-]	q	$u_{1,pl}$	ψ	$\Delta_{1-2,pl}$	$\Delta_{1-2,pl}(MOD)$
1.00	1.28	5.72	2.43	1.00	1.00	23.44	1.00	0.17	0.17
1.25	1.18	6.21	2.43	0.92	1.07	21.83	1.03	4.50	5.20
1.50	1.12	6.66	2.43	0.86	1.12	20.84	1.05	7.46	8.58
1.75	1.07	6.91	2.43	0.83	1.19	19.71	1.07	9.95	11.56
2.00	1.03	7.12	2.43	0.80	1.24	18.84	1.08	11.85	13.82
2.25	1.00	7.32	2.43	0.78	1.29	18.20	1.09	13.30	15.55
2.50	0.97	7.47	2.43	0.77	1.33	17.60	1.11	14.50	17.00
2.75	0.95	7.63	2.43	0.75	1.37	17.17	1.11	15.44	18.14
3.00	0.93	7.79	2.43	0.73	1.39	16.85	1.12	16.20	19.04
3.25	0.91	7.96	2.43	0.72	1.41	16.62	1.12	16.83	19.76
3.50	0.90	8.14	2.43	0.70	1.42	16.47	1.13	17.34	20.34
3.75	0.89	8.32	2.43	0.69	1.43	16.38	1.13	17.78	20.81
4.00	0.88	8.42	2.43	0.68	1.45	16.17	1.13	18.21	21.34
4.25	0.87	8.51	2.43	0.67	1.47	15.99	1.13	18.58	21.78
4.50	0.86	8.62	2.43	0.66	1.48	15.85	1.14	18.90	22.16
4.75	0.85	8.72	2.43	0.66	1.49	15.74	1.14	19.18	22.49
5.00	0.84	8.72	2.43	0.66	1.51	15.48	1.14	19.48	22.90

Tabella 4.2: *Calcoli per la stima dello spostamento relativo fra tegolo centrale e trave di bordo attraverso l'algoritmo proposto.*

4.4.3 Commenti

Dal grafico 4.2, si può notare come nonostante l'inserimento dei pannelli di tamponamento si abbia una buona stima del fattore di struttura q e di conseguenza dello spostamento del pilastro centrale (grafico 4.1). Si sottolinea a tal proposito che la modifica proposta per tener conto della presenza dei pannelli di tamponamento non altera la definizione del fattore di struttura, il quale viene calcolato sempre attraverso la 1.29, ma solo quella dello spostamento relativo delle connessioni. Si osserva come per valori di q_c inferiori a 2.5 la stima è abbastanza buona, per valori di q_c superiori i risultati ottenuti attraverso l'algoritmo sottostimano leggermente quelli ricavati dalle analisi numeriche; d'altra parte, tale sottostima va a favore di sicurezza, sottostimando gli effetti benefici della presenza delle connessioni duttili in copertura.

Dal grafico 4.3, si può notare come l'utilizzo della formula proposta al paragrafo 1.2.3, capitolo 1, comporta una sottostima anche per bassi valori di q_c dello spostamento relativo delle connessioni. Tale sottostima è legata, come già sottolineato, all'ipotesi, ora non più valida a causa dell'aumento della massa della sottostruttura, di costanza dello spostamento dei tegoli di copertura, ipotesi sulla quale si basava la formula inizialmente proposta. Si può notare invece come l'utilizzo della formula ?? , la quale presenta il fattore di correzione ψ il quale tiene conto dell'incremento dello spostamento dei tegoli di copertura, dia complessivamente dei buoni risultati. Per valori di q_c superiori a 2.75 la soluzione numerica diverge rispetto a quella teorica; tale effetto si era già riscontrato nelle analisi riportate al capitolo 2 ed è già stato commentato al paragrafo 2.7.3 di tale capitolo. In linea con quanto fatto precedentemente, si è utilizzata la correzione proposta al paragrafo 2.8 per estendere la validità dell'algoritmo modificato anche a bassi valori della forza di snervamento delle connessioni. L'algoritmo diviene dunque:

$$\Delta_{1-2,pl} = \psi \cdot u_{2,el} - \frac{u_{1,el}}{\beta \cdot \frac{1+\alpha}{1+\alpha/q_c}} \cdot \left\{ 1 - \text{sen} \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \right\} \quad \text{per } V_y > V_y^* \quad (4.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_{1-2,pl} = \psi \cdot u_{2,pl} - \frac{u_{1,el}}{\beta \cdot \frac{1+\alpha}{1+\alpha/q_c}} \cdot \left\{ 1 - \text{sen} \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \right\} \quad \text{per } V_y < V_y^* \\ u_{2,pl} = \left[D_{max} - (D_{max} - u_{2,el}) \cdot \frac{V_y}{V_y^*} \right] \end{array} \right. \quad (4.2)$$

le equazioni 4.1, 4.2 sono uguali alle 2.12, 2.13, eccezion fatta per il coefficiente ψ .

Si è proceuto quindi all'applicazione dell'algoritmo corretto al fine di testarne la validità. Nel grafico 4.4 si riporta lo spostamento relativo della connessione relativa al tegolo 4 in funzione del fattore q_c , calcolato manualmente utilizzando le 4.1 (linea continua rossa) e 4.2 (linea continua rosa) per un certo numero di valori di q_c . Tali valori vengono messi a confronto con quelli ottenuti dalle analisi non-lineari effettuate (in linea continua nera). Nella tabella 4.3 si riportano

i dettagli dei calcoli eseguiti per la stima di $\Delta_{1-2,pl}$.

Dal grafico riportato si può notare come la correzione proposta consenta di estendere l'applicabilità dell'algoritmo modificato, dando una buona stima degli spostamenti relativi anche per bassi valori della forza di snervamento delle connessioni (ovvero per elevati valori del fattore q_c).

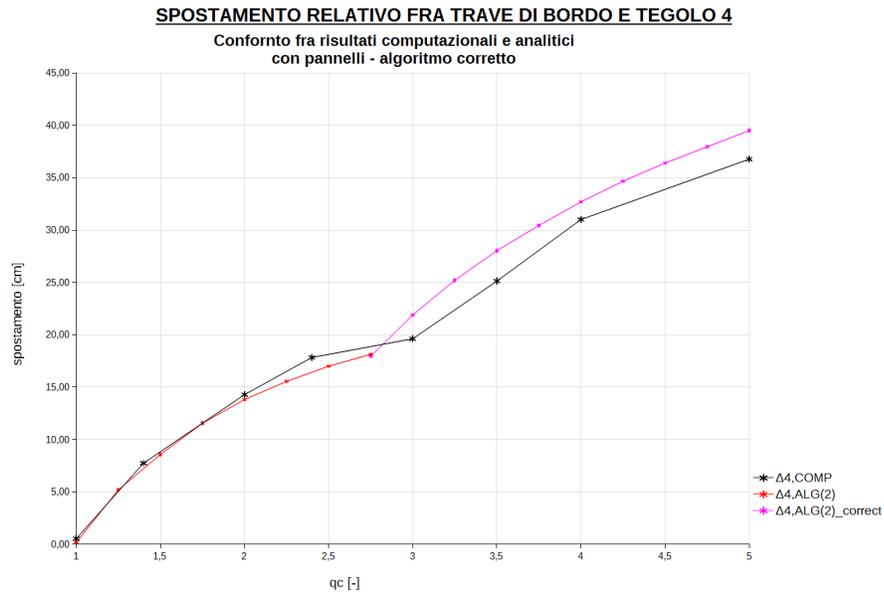


Figura 4.4: *Spostamento relativo della connessione relativa al tegolo 4 in funzione del fattore q_c ; confronto fra risultati computazionali e ricavati tramite l'algoritmo corretto, in presenza di pannelli. In linea continua rossa i valori calcolati attraverso l'equazione 4.1, in linea continua rosa i valori calcolati attraverso l'equazione 4.2.*

q_c [-]	T_{pl} [s]	a_{pl} [m/s ²]	α [-]	β [-]	q	$u_{1,pl}$	ψ	$\Delta_{1-2,pl}$
1.00	1.28	5.72	2.43	1.00	1.00	23.44	1.00	0.17
1.25	1.18	6.21	2.43	0.92	1.07	21.83	1.03	5.20
1.50	1.12	6.66	2.43	0.86	1.12	20.84	1.05	8.58
1.75	1.07	6.91	2.43	0.83	1.19	19.71	1.07	11.56
2.00	1.03	7.12	2.43	0.80	1.24	18.84	1.08	13.82
2.25	1.00	7.32	2.43	0.78	1.29	18.20	1.09	15.55
2.50	0.97	7.47	2.43	0.77	1.33	17.60	1.11	17.00
2.75	0.95	7.63	2.43	0.75	1.37	17.17	1.11	17.95
3.00	0.93	7.79	2.43	0.73	1.39	16.85	1.12	21.90
3.25	0.91	7.96	2.43	0.72	1.41	16.62	1.12	25.21
3.50	0.90	8.14	2.43	0.70	1.42	16.47	1.13	28.04
3.75	0.89	8.32	2.43	0.69	1.43	16.38	1.13	30.44
4.00	0.88	8.42	2.43	0.68	1.45	16.17	1.13	32.70
4.25	0.87	8.51	2.43	0.67	1.47	15.99	1.13	34.67
4.50	0.86	8.62	2.43	0.66	1.48	15.85	1.14	36.40
4.75	0.85	8.72	2.43	0.66	1.49	15.74	1.14	37.95
5.00	0.84	8.72	2.43	0.66	1.51	15.48	1.14	39.5

Tabella 4.3: *Calcoli per la stima dello spostamento relativo fra tegolo centrale e trave di bordo attraverso l'algoritmo corretto, in presenza di pannelli. Per $1 < q_c < 2.75$ si utilizza la formula 2.12, per $2.75 < q_c$ si utilizza la 2.13.*

Capitolo 5

Analisi di sensibilità

Si riportano nel presente capitolo le analisi svolte al fine di verificare la variazione della risposta sismica del sistema in funzione della presenza di un attrito diverso da zero fra tegoli di copertura e sottostruttura.

5.0.4 Effetti legati all'attrito

Dato il peso notevole degli elementi di copertura, la messa in opera di una connessione duttile e le *performances* di tale sistema di controllo passivo non possono prescindere dal considerare il possibile attrito fra gli elementi di copertura e la sottostruttura. La presenza di attrito fra i tegoli e le travi di bordo su cui essi poggiano comporta la trasmissione di una forza orizzontale F_{attr} alla sottostruttura, quantificabile come:

$$F_{attr} = \mu N \quad (5.1)$$

ove μ è il *coefficiente d'attrito* (statico o dinamico) e N è la reazione all'appoggio del tegolo, la quale nell'ipotesi di adottare per il singolo tegolo lo schema statico di trave in doppio appoggio sarà pari a metà del peso del singolo tegolo. Si comprende dall'equazione 5.1 come la forza che si sviluppa all'appoggio dei tegoli sia influenzata dalla presenza di un'eventuale componente sussultoria verticale dell'azione sismica e dal coefficiente μ , il quale è a sua volta funzione della modalità di applicazione della sollecitazione.

La presenza d'attrito modifica la risposta della struttura nella quale siano disposte delle connessioni duttili rispetto a quella teorica prevista; fissato un valore di forza di snervamento per i fusibili, il taglio trasmesso alla sottostruttura sarà pari a:

$$V = V_y + F_{attr} > V_y \quad (5.2)$$

La presenza del contributo aggiuntivo legato all'attrito che compare nella 5.2 ha due effetti:

1. incremento del taglio alla base e diminuzione del fattore di struttura q a parità di fattore di riduzione della forza nelle connessioni q_c ;

2. riduzione dello spostamento relativo fra tegoli e sottostruttura a parità di fattore di riduzione della forza nelle connessioni q_c .

In sintesi, l'attrito induce un calo degli effetti legati alla presenza delle connessioni duttili. Per quantificare ciò, sono state condotte le analisi di seguito riportate.

5.0.5 Modellazione e analisi

Al fine di verificare l'influenza dell'attrito sulla risposta sismica del sistema, si è effettuata un'analisi di sensibilità sul caso studio trattato al capitolo 2, variando il valore del coefficiente μ . I valori adottati sono riportati nella tabella 5.1 insieme al conseguente valore della forza d'attrito F_{attr} .

μ [-]	F_{attr} [kN]	CONDIZIONE
0.0	0.0	collegamento ideale - assenza d'attrito
0.1	14.2	coefficiente d'attrito statico teflon-calcestruzzo
0.3	42.6	valore intermedio
0.6	85.2	coefficiente d'attrito statico calcestruzzo-calcestruzzo

Tabella 5.1: Valori del coefficiente d'attrito μ adottati per le analisi e conseguente forza d'attrito.

Per il calcolo della forza d'attrito, si è ipotizzato per i tegoli di copertura uno schema statico del tipo trave in doppio appoggio. Lo sforzo normale N da considerare nell'equazione 5.2 risulta quindi pari a metà del peso del singolo elemento di copertura (per il caso in esame 141.63 kN). Nell'ambito delle analisi non si è considerata la possibile componente verticale dell'azione sismica. Tale componente potrebbe indurre un incremento della forza d'attrito, di cui si può tenere conto utilizzando un coefficiente d'attrito maggiorato. A titolo d'esempio, si riporta lo spettro di risposta per l'azione sismica verticale relativo al caso studio considerato al capitolo 2 in figura 5.1. Si nota come l'azione sismica verticale possa indurre un incremento massimo dello sforzo normale agente all'appoggio del 75%. Supponendo di assumere un coefficiente d'attrito pari a 0.1, si può tenere conto in maniera semplificativa della componente verticale del sisma incrementando tale coefficiente a:

$$\mu^* = \mu \cdot 1.75 = 0.175$$

Si sottolinea comunque che in genere la componente verticale del sisma risulta abbastanza piccola se confrontata con quella orizzontale.

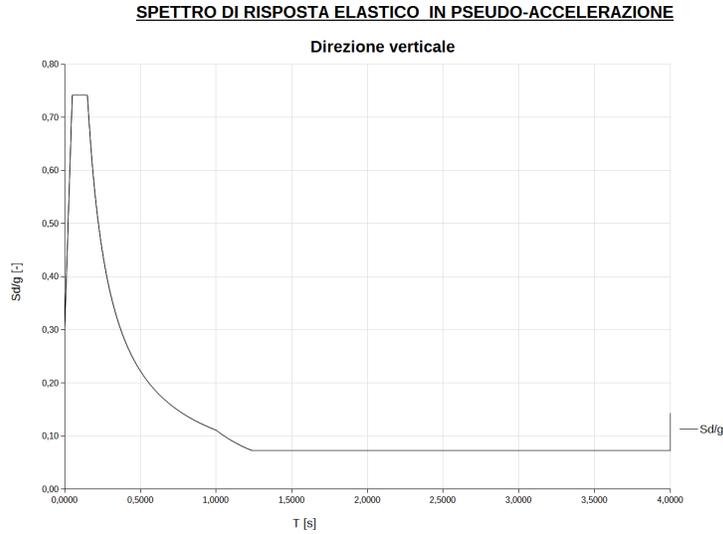


Figura 5.1: *Spettro di risposta elastico in pseudo-accelerazione - in direzione verticale.*

Per inserire l'effetto dell'attrito all'interno del modello numerico, si è operato attraverso la modifica del legame costitutivo delle connessioni duttili per la sollecitazione tagliante. In tale ottica, la presenza dell'attrito comporterebbe l'incremento della forza di snervamento della singola connessione e la necessità d'assumere un legame costitutivo di tipo trilineare come quello rappresentato in rosso in figura 5.2. Di fatto nell'ambito delle analisi effettuate si è proceduto in linea semplificativa calcolando una rigidità equivalente K_{eq} attraverso la quale si è definito un legame di tipo bilineare elasto-plastico perfetto. La rigidità elastica da assegnare alle connessioni risulterà quindi pari a:

$$K_{eq} = \frac{(V_y + F_{attr})}{\delta_y} \quad (5.3)$$

ove δ_y è il valore di spostamento relativo per il quale avviene lo snervamento delle connessioni, V_y è la forza di snervamento della singola connessione e F_{attr} è la forza d'attrito. Lo snervamento viene quindi fissato per un valore di forza pari alla somma della forza d'attrito e della forza di snervamento delle connessioni. A parte la modifica del legame costitutivo delle connessioni, la modellazione resta uguale a quella descritta al paragrafo 2.3 del capitolo 2.

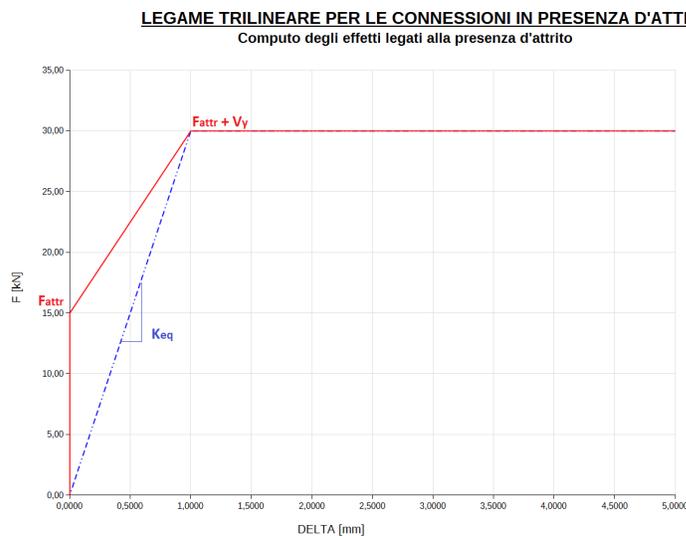


Figura 5.2: *Legame costitutivo trilineare per le connessioni al fine di tener conto degli effetti dell'attrito e definizione della rigidezza equivalente K_{eq} al fine della sua bilinearizzazione.*

Per ogni valore di μ riportato in tabella 5.1, si sono effettuate una serie di analisi variando la forza di snervamento delle connessioni in funzione del parametro q_c e ridefinendo ogni volta il legame da assegnare alla singola connessione. Per ogni valore di q_c fissato si è provveduto a effettuare 6 analisi dinamiche non-lineari utilizzando accelerogrammi artificiali, generati tramite il *freeware* SimQke. Attraverso la media dei risultati delle 6 analisi si è calcolato il valore delle variabili di maggior interesse.

5.0.6 Risultati

Si riporta nei seguenti grafici la sintesi dei risultati dell'analisi di sensibilità riguardante gli effetti legati alla presenza d'attrito; gli spostamenti totali dei pilastri centrale e laterale, e gli spostamenti relativi delle connessioni dei tegoli 1 e 4 sono rappresentati in funzione del fattore q_c al variare del coefficiente d'attrito μ .

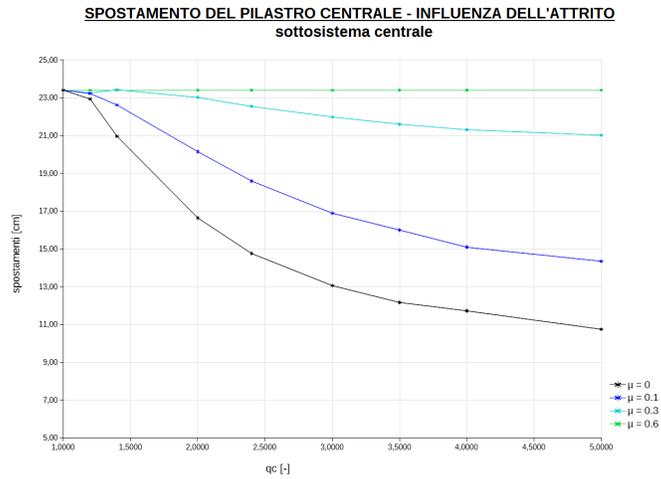


Figura 5.3: *Spostamenti del pilastro centrale in funzione di q_c al variare del coefficiente d'attrito.*

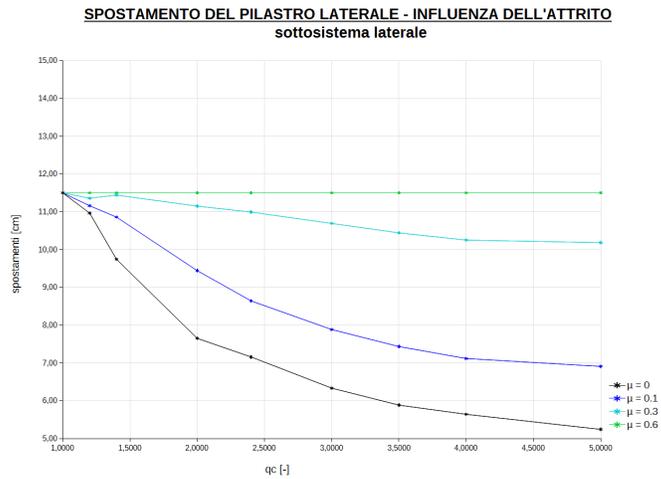


Figura 5.4: *Spostamenti del pilastro laterale in funzione di q_c al variare del coefficiente d'attrito.*

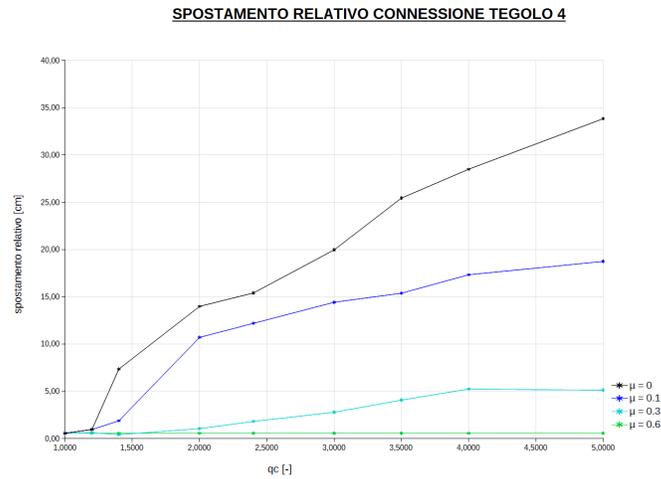


Figura 5.5: *Spostamenti relativi della connessione numero 4 in funzione di q_c al variare del coefficiente d'attrito.*

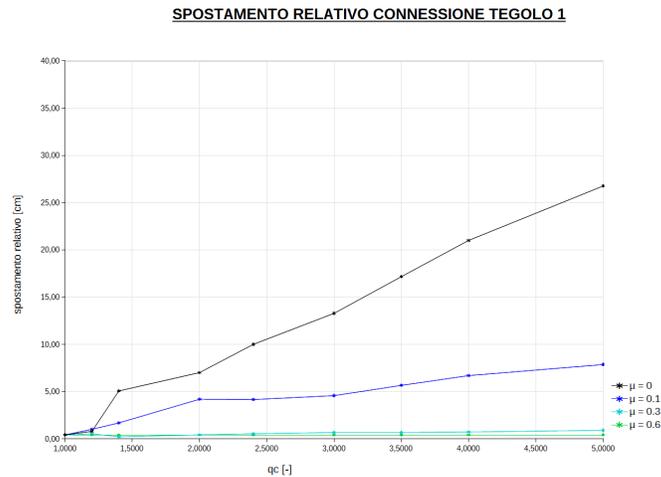


Figura 5.6: *Spostamenti relativi della connessione del tegolo 1 in funzione di q_c al variare del coefficiente d'attrito.*

Si può osservare dai grafici precedentemente riportati come all'aumentare dell'attrito fra tegoli di copertura e sottostruttura, l'effetto benefico di riduzione del taglio alla base dei pilastri legato alla presenza delle connessioni duttili diminuisca, fino a scomparire del tutto per un coefficiente d'attrito pari a 0.6. Tale risultato era prevedibile, dato che la presenza della forza d'attrito incre-

menta inevitabilmente il taglio trasmesso alla sottostruttura.

Appare quindi chiaro dai risultati delle analisi effettuate che per la progettazione delle connessioni duttili da interporre fra tegoli e sottostruttura risulta fondamentale tener conto del possibile attrito all'appoggio degli elementi di copertura. Non considerare tale fenomeno in fase di progettazione, lasciando quindi a contatto le due superfici in calcestruzzo (coefficiente d'attrito statico $\mu=0.6$), comporterebbe l'inefficacia del sistema di controllo passivo proposto. Appare necessario al fine del corretto funzionamento delle connessioni duttili interporre ridurre al massimo l'attrito fra le due superfici d'appoggio. Tale risultato si può ottenere interponendo un foglio di teflon fra i tegoli e la trave di bordo.

Capitolo 6

Conclusioni

L'argomento nel quale si inserisce il presente lavoro è l'adeguamento sismico di capannoni industriali pre-esistenti attraverso tecniche di controllo passivo. La tematica riveste indubbio interesse nell'ingegneria sismica visti i recenti terremoti in Italia e le loro conseguenze sugli edifici prefabbricati industriali. L'intervento proposto al fine dell'adeguamento è l'interposizione fra gli elementi di copertura e la sottostruttura di connessioni duttili, atte a dissipare energia attraverso l'isteresi dell'acciaio e ad incrementare così il fattore di struttura. Un tale intervento necessita del controllo degli spostamenti relativi fra tegoli di copertura e trave di bordo, i quali non devono essere maggiori della lunghezza d'appoggio.

Il lavoro svolto ha consentito di sviluppare un algoritmo per la definizione della forza di snervamento di tali connessioni in funzione del loro massimo spostamento ammissibile, oltre che consentire la quantificazione dell'incremento del fattore di struttura legato alla presenza delle connessioni duttili. Il problema è stato prima affrontato dal punto di vista analitico, definendo uno schema semplificativo per evidenziare le principali caratteristiche del comportamento dinamico non-lineare del sistema e muovendo alcune ipotesi di base per l'elaborazione dell'algoritmo. Numerose analisi dinamiche non-lineari svolte su un caso studio hanno poi permesso di testare la bontà dell'algoritmo proposto e di proporre una correzione per la sua estensione a valori di forza di snervamento delle connessioni molto basse. In una seconda fase, alcune considerazioni teoriche sono state fatte riguardo gli effetti legati alla presenza dei pannelli di tamponamento, supposti vincolati in modo da non alterare la rigidità della struttura. Una modifica all'algoritmo è stata proposta per tenere conto della loro presenza, la quale si traduce in un incremento di massa della sottostruttura. L'accuratezza dei risultati analitici ottenuti è stata verificata attraverso numerose analisi dinamiche non-lineari svolte su un caso studio. Infine, è stata svolta un'analisi di sensibilità per verificare gli effetti dell'attrito, evidenziando come l'efficacia dell'intervento sia strettamente legata alla riduzione dell'attrito fra tegoli di copertura e sottostruttura (riduzione che può essere fisicamente operata attraverso l'interposizione di un foglio di teflon).

Bibliografia

- T. Albanesi, C. Nuti, and I. Vanzi. A simplified procedure to asses the seismic response of nonlinear structures. *Earthquake Spectra*, 2000.
- O. Belluzzi. Scienza delle costruzioni - volume 1. *Zanichelli*, 1975.
- D. Bournas, P. Negro, and F. Taucer. Performance of industrial buildings during the emilia earthquakes in northern italy and reccomendations for their strenghtening. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2014.
- A. K. Chopra. Dynamics of structures theory and applications to earthquake engineering. *Prentice Hall*, 1995.
- A. K. Chopra and G. Rakesh. Direct displacememnt based design: use of inelastic vs elastic design spectra. *Earthquake Spectral*, 2001.
- A. Colombo and G. Toniolo. Precast concrete structures: the lesson learnt from l'aquila earthquake. *Structural Concrete*, 2012.
- S. A. Freeman. The capacity design spectrum as a tool for seismic design. *ISET - Journal of Earthquake Technology*, 1998.
- P. Gulkan and M. A. Sozen. Inelastic responses of reinforced concrete structures to earthquake motion. *ACI Journal Proceedings*, 1974.
- L. Liberatore, L. Sorrentino, and L. Decanini. Failure of industrial structures induced by the emilia (italy) 2012 earthquake. *Elsevire*, 2013.
- M. Meneghetti. Observations on precast concrete structures of industrial buildings and warehouse. *Progettazione sismica: Special issue on the 2009 L'Aquila earthquake*, 2009.
- M. Olgiati, P. Negro, and D. Bournas. Literature survey and identification of needs - part two: general survey and design procedures. *Contribution of the Joint Research Centre*, 2011.
- M. J. N. Priestley, G. Calvi, and M. Kowalsky. Displacememnt based design of structures. *IUSS PRESS*, 2007.

A. Veletsos and N. Newmark. Effect of inelastic behavior on the response of simple systems to earthquake motions. *Proceedings of the 2nd World Conference on Earthquake Engineering*, 1960.