



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

TESI DI DOTTORATO

Sede Amministrativa: Università degli Studi di Padova

Dipartimento di Ingegneria Industriale

SCUOLA DI DOTTORATO DI RICERCA IN: INGEGNERIA INDUSTRIALE

INDIRIZZO: ENERGETICA

XXV CICLO

ANALISI E OTTIMIZZAZIONE DELLA CONFIGURAZIONE DI UN MACROSISTEMA DI CONVERSIONE DI ENERGIA

Direttore della Scuola: Ch.mo Prof. Paolo Colombo

Coordinatore d'indirizzo: Ch.mo Prof.ssa Luisa Rossetto

Supervisore: Ch.mo Prof. Andrea Lazzaretto

Dottorando: Sergio Rech

*“Our Lives are not our own.
From womb to tomb, we are bound to others, past, and present
and by each crime and every kindness, we birth our future.”*

*“La nostra vita non ci appartiene.
Dal grembo materno alla tomba, siamo legati agli altri, passati e presenti
e da ogni crimine, e da ogni gentilezza, generiamo il nostro futuro.”*

[Sonmi-451]

Sommario

La consapevolezza di vivere in un mondo di dimensioni finite in cui le risorse di energia sono limitate ha portato alla ricerca di configurazioni di sistemi per la conversione dell'energia sempre più complesse. Infatti, l'aumento dell'efficienza di questi sistemi è spesso raggiunto grazie a una maggiore integrazione tra i processi che avvengono al loro interno. È quindi sempre più rilevante la necessità di adottare strumenti che permettano di valutare il comportamento dei sistemi (simulazione) in modo accurato, ma che siano allo stesso tempo semplici. In questo contesto, inoltre, il progettista si può trovare di fronte a diverse opzioni nel progetto delle nuove configurazioni, e può contestualmente aver bisogno di strumenti che diano indicazioni su quali siano le scelte migliori nella loro gestione (ottimizzazione).

In questa tesi viene prima presentato un approccio generale per la simulazione e l'ottimizzazione del progetto e del funzionamento di sistemi energetici, che utilizza gli stessi principi e la stessa terminologia indipendentemente dalle dimensioni, complessità e dettaglio del sistema. Successivamente si pone l'attenzione sui Macro-Sistemi, che consistono in un insieme integrato di impianti energetici che converte le fonti energetiche primarie disponibili nelle forme richieste dalle utenze. Sia le fonti che le richieste presentano in generale una certa variabilità. La variabilità lato fonti primarie è legata alla disponibilità nello spazio e nel tempo, che a volte è anche difficilmente prevedibile (come ad esempio nel caso di fonti rinnovabili); la variabilità lato richiesta è legata a regole di mercato e a caratteristiche degli utenti.

Per descrivere adeguatamente il comportamento dei Macro-Sistemi vengono costruiti appositi modelli che prevedono l'impiego di variabili binarie, che in problemi di ottimizzazione del progetto consentono di considerare l'inclusione o l'esclusione di un impianto nel Macro-Sistema stesso, e in problemi di ottimizzazione del funzionamento la sua accensione o il suo spegnimento in relazione all'obiettivo considerato. Contestualmente vengono costruiti modelli dettagliati dei singoli impianti che si prevede possano far parte del Macro-Sistema al fine di ricavare relazioni caratteristiche fuel-prodotto/i affidabili da includere nel modello del Macro-Sistema. Queste relazioni risultano in generale ben approssimabili da funzioni lineari. Vengono inoltre inclusi i vincoli sull'andamento delle variazioni temporali di carico degli impianti stessi per rappresentare situazioni più realistiche possibili.

L'ottimizzazione del progetto e del funzionamento di Macro-Sistemi rappresentati dai modelli così definiti rientra nel problema più ampio dell'ottimizzazione dinamica MILP (*Mixed-Integer Linear Programming*), che viene trattato nella prima parte di questa tesi, descrivendo in particolare la tecnica di "programmazione dinamica" che è impiegata per semplificare la ricerca della soluzione. Viene poi presentato e applicato un approccio originale per la decomposizione del problema dinamico in due sottoproblemi più semplici. Ciò rende molto più agevole la soluzione del problema originario, riducendo molto lo sforzo computazionale senza perdita significativa di accuratezza.

Vengono infine impostati e applicati due problemi di ottimizzazione di complessità crescente. Il primo ha come oggetto impianti a vapore e a ciclo combinato per la generazione di energia elettrica inseriti nel Macro-Sistema elettrico tedesco operante in regime di mercato libero. Sfruttando dati reali di prezzo e consumo in un arco temporale di quattro anni, viene valutata la riduzione dei profitti prodotti da questi impianti tradizionali conseguente alla priorità di generazione assegnata agli impianti che usano fonti rinnovabili. Il secondo problema riguarda un Macro-Sistema complesso per la produzione combinata di energia elettrica e termica che serve una domanda variabile nel tempo. Il volume di un sistema di accumulo termico che rende la generazione di energia elettrica indipendente dalla domanda termica viene ottimizzato in funzione del massimo profitto ottenuto dal Macro-Sistema nel suo complesso in un anno tipo di funzionamento.

Abstract

The depletion of fossil fuel sources and the increasing difficulty in the search and development of alternative sources push to the search of more complex energy systems configurations to enhance efficiency and reduce costs. This, in turn, requires more efficient (but simple) tools to predict systems behavior with the required level of accuracy (simulation tools), and increases the number of options both in the system design and operation (optimization procedures).

A general approach for energy systems simulation and optimization is first presented in this thesis, which applies at any level of system complexity and dimensions. The attention is then focused on Macro-Systems, consisting of a set of energy systems which convert primary energy sources into different energy forms required by the users, the former being variable both in time and space, the latter depending also on market rules and users characteristics. Reliable models are built to forecast Macro-Systems behavior. Binary variables are included in these models at design level to decide the inclusion or exclusion of a single plant or to decide its on-off status at off-design conditions depending on the objective being considered. At the same time detailed models of the single plants that are expected to be included in the Macro-Systems are developed to extract reliable Fuel-Products relationships of each plant to be included in the Macro-System model. These relationships are in general well approximated by linear functions. Constraints on the variability in time of each plant load are also included to model their real behavior.

The design and off-design optimization problems of Macro-Systems described by these models belongs to the wider MILP (*Mixed-Integer Linear Programming*) dynamic optimization problems, which is analyzed in the first part of this thesis, describing in particular the “dynamic programming” technique that is used to simplify the search of the solution. An original approach for the decomposition of the dynamic optimization problems into two sub-problems is then proposed to simplify the search of the solution and reduce the computational effort without a significant loss in accuracy. Finally, two applications are presented: the first one refers to traditional steam and combined cycle power plants operating in the German power free market generation system. The reduction in profits generated by these plants deriving from the priority assigned to renewable power systems in the market is evaluated using real price

and fuel cost data in a period of four years. The second application deals with a complex Macro-Systems for combined heat and power production feeding a district heating network with variable demand. The volume of a thermal storage system which keeps the electric power generation independent of the thermal demand is optimized according to the maximum profit of the whole Macro-System in a year of operation.

Indice

Introduzione	xv
I Il modello di un sistema energetico	1
1 Sistema energetico: confini, grado di dettaglio, il problema della sintesi	5
1.1 Introduzione	5
1.2 Definizione dei confini del sistema	6
1.3 Suddivisione dei sistemi in funzione del grado di dettaglio	7
1.3.1 Accuratezza del modello in funzione del grado di dettaglio della descrizione del sistema	8
1.4 Identificazione delle specifiche di progetto	12
1.5 Definizione della topologia del sistema	13
1.5.1 Livello di Macro-Sistema	14
1.5.2 Livello di Sistema	18
1.5.3 Livello di Componente	19
1.6 Conclusioni	19
2 Forma generale del modello di un sistema energetico	21
2.1 Introduzione	21
2.2 Caratteristiche generali di modelli di progetto e fuori progetto	22
2.2.1 Variabili del modello	24
2.2.2 Variabili indipendenti e variabili dipendenti	25

2.2.3	Modello di progetto e di fuori progetto	28
2.2.4	Scelta delle variabili indipendenti in modelli di progetto e di fuori progetto	28
2.3	Curve caratteristiche	31
2.3.1	Mappe caratteristiche a livello di Componente	32
2.3.2	Mappe caratteristiche a livello di Sistema	33
2.3.3	Mappe caratteristiche a livello di Macro-Sistema	36
2.4	Equazioni di bilancio	44
2.4.1	Esempi di equazioni di bilancio a differenti gradi di dettaglio	47
2.5	Conclusioni	52

II Ottimizzazione della configurazione e del funzionamento di un sistema energetico: forma generale del problema 57

3	Forma generale del problema di ottimizzazione	61
3.1	Introduzione	61
3.2	Problema di ottimizzazione	62
3.2.1	Classificazione dei problemi di ottimizzazione	65
3.2.2	Formulazione del problema di ottimizzazione	66
3.2.3	L'ottimizzazione applicata ai sistemi energetici	69
3.2.4	Problema di ottimizzazione multi-obiettivo	70
3.3	I metodi di ottimizzazione	72
3.3.1	Metodi analitici per l'ottimizzazione vincolata	77
3.3.2	Metodi diretti per l'ottimizzazione vincolata	81
3.3.3	Programmazione dinamica	84
3.3.4	Metodi di programmazione lineare	93
3.3.5	Metodi di programmazione intera	96
3.3.6	Metodi "moderni" di ottimizzazione	98
3.4	Conclusioni	102

4 Forma generale del problema di ottimizzazione dinamica della con-

figurazione e del funzionamento di Macro-Sistemi	105
4.1 Introduzione	105
4.2 Formulazione del problema di ottimizzazione dinamica di Macro-Sistemi	106
4.2.1 Definizione dei confini del Macro-Sistema	108
4.2.2 Definizione della funzione obiettivo	108
4.2.3 Scelta delle variabili di decisione	112
4.2.4 Costruzione del modello del Macro-Sistema	114
4.3 Formulazione del problema di ottimizzazione dinamica MILP	121
4.3.1 Definizione dei confini del Macro-Sistema	122
4.3.2 Definizione della funzione obiettivo per problemi dinamici di ottimizzazione MILP	125
4.3.3 Modello MILP del Macro-Sistema	130
4.3.4 Scelta delle variabili di decisione nel problema di ottimizza- zione dinamica MILP	142
4.4 Conclusioni	143
5 Il criterio TSO-STO per la semplificazione dell'ottimizzazione di- namica	145
5.1 Introduzione	145
5.2 Ottimizzazione del progetto e del funzionamento di un Macro-Sistema con Sistema di accumulo a temperatura costante	149
5.2.1 Definizione della funzione obiettivo	153
5.2.2 Modello del Macro-Sistema	155
5.2.3 Scelta delle variabili di decisione	156
5.2.4 Decomposizione del problema di ottimizzazione	156
5.3 Ottimizzazione del progetto e del funzionamento di un Macro-Sistema con Sistema di accumulo a temperatura variabile	158
5.3.1 Definizione della funzione obiettivo	162
5.3.2 Modello del Macro-Sistema	163
5.3.3 Scelta delle variabili di decisione	164
5.3.4 Decomposizione del problema di ottimizzazione	165

5.4	Analisi dei costi di generazione dell'energia termica	170
5.5	Conclusioni	172
III Ottimizzazione della configurazione e del funzionamento di Macro-Sistemi energetici: applicazioni		175
6	Ottimizzazione della gestione di Sistemi termici di potenza nel mercato elettrico libero tedesco con l'utilizzo della programmazione dinamica MILP	179
6.1	Introduzione	180
6.2	Il Macro-Sistema elettrico tedesco	181
6.3	Mercato libero dell'energia elettrica	182
6.3.1	Curva di ordine di merito	183
6.4	Modellazione dei Sistemi termoelettrici	184
6.4.1	Strategia di controllo	185
6.4.2	Scelta dei Sistemi rappresentativi del Macro-Sistema elettrico tradizionale tedesco	187
6.5	Formulazione del problema di ottimizzazione	189
6.6	Ottimizzazione del funzionamento dei Sistemi nel periodo 2007–2010 .	192
6.6.1	Dati di input	192
6.6.2	Risultati dell'ottimizzazione	193
6.7	Ottimizzazione del funzionamento dei Sistemi per un'incremento del contributo nel mercato delle energie rinnovabili	196
6.7.1	Effetto delle fonti rinnovabili sull'ordine di merito	198
6.7.2	Modello per la determinazione di nuovi andamenti dei prezzi .	199
6.7.3	Determinazione di nuovi scenari all'aumento del contributo delle RES	201
6.7.4	Risultati dell'ottimizzazione	203
6.8	Conclusioni	205
7	Ottimizzazione combinata del funzionamento di un Macro-Sistema CHP e del progetto di un Sistema di accumulo termico con modello	

MILNP	207
7.1 Introduzione	207
7.2 Formulazione del problema di ottimizzazione	209
7.2.1 Definizione dei confini del Macro-Sistema	209
7.2.2 Definizione della funzione obiettivo	213
7.2.3 Modello del Macro-Sistema	214
7.2.4 Scelta delle variabili di decisione	222
7.3 Ottimizzazione del funzionamento e del progetto del Macro-Sistema	223
7.3.1 Dati di Input	223
7.3.2 Risultati dell'ottimizzazione	228
7.4 Conclusioni	232
IV Conclusioni	235
A Modelli Epsilon[®] di off-design di Sistemi rappresentativi del sistema elettrico tedesco	243
B Modelli Epsilon[®] di off-design di Sistemi CHP	249
C Tecnica di linearizzazione di Glover	253
C.1 Forma generale della tecnica di linearizzazione	254
C.2 Applicazione della tecnica di linearizzazione al vincolo di minimo tempo di inoperatività degli impianti	255
Bibliografia	259

Introduzione

In passato, la grande disponibilità di fonti fossili ha portato alla progettazione di impianti di conversione dell'energia con configurazioni semplici, con aria e acqua come fluidi operativi. L'obiettivo primario consisteva infatti nella generazione della potenza richiesta con sistemi affidabili e di costi contenuti, con un'attenzione limitata al rendimento di conversione e all'impatto ambientale. Così, la generazione di energia elettrica su grande scala è stata affidata principalmente a impianti "tradizionali" basati sul ciclo Rankine ad acqua (vapore) e sul ciclo Brayton-Joule ad aria (gas). Per la progettazione di questi sistemi era fondamentale la profonda conoscenza dei processi termodinamici che avvengono al loro interno e una consolidata esperienza su queste tecnologie tradizionali.

La crescente consapevolezza che viviamo in un ambiente di dimensioni limitate e con disponibilità di risorse limitata ha spinto lo sforzo degli ingegneri a cercare soluzioni impiantistiche che sfruttino con miglior efficienza le fonti fossili e che possano altresì sfruttare fonti rinnovabili, la cui durata ha scala temporale decisamente più ampia, ma la cui disponibilità è limitata nel tempo (non è possibile sfruttarle quando si vuole). Inoltre, un'evoluzione del legame tra generazione e utilizzazione verso regole di mercato libero ha portato a marcate incertezze non solo lato fonti, ma anche lato domanda di energia.

Questo scenario di un mondo più complesso comporta inevitabilmente che i soli impianti tradizionali risultino inadeguati a soddisfare le esigenze energetiche dell'umanità in continua crescita, introducendo la necessità di complicare le configurazioni tramite l'integrazione di diversi processi di generazione, al fine di risparmiare energia primaria a parità di prodotto. I primi tentativi di integrazione hanno portato allo sviluppo di cicli in cascata, quali i cicli combinati, ottenuti posizionando un ciclo Rankine a valle di un ciclo Brayton-Joule. Questi sistemi alimentati a gas naturale hanno rappresentato per anni lo stato dell'arte della generazione di potenza in virtù degli elevati rendimenti e della possibilità di sfruttare le tecnologie consolidate dei due cicli separati (e quindi una "phased construction", con ovvi vantaggi di costi). Tuttavia necessitano di una fonte di energia primaria pregiata ed esauribile. La definizione di configurazioni che possano sfruttare fonti povere richiede, per ottene-

re lo stesso livello di prestazioni, una integrazione interna più spinta con numerosi ricircoli, come quella che si ha ad esempio in sistemi integrati di gassificazione e di produzione di potenza. Questa maggior integrazione comporta che il sistema debba essere studiato nel suo insieme e che, in generale, il numero di variabili libere (gradi di libertà) aumenti al crescere della complessità della configurazione.

In questo contesto l'esperienza del progettista sulle singole configurazioni può non essere sufficiente ad ottenere un buon progetto. Pur rimanendo infatti la necessità di una profonda conoscenza delle termodinamica e dei singoli processi, diviene necessario sviluppare tecniche adeguate a studiare nel modo più semplice possibile il funzionamento di configurazioni più complesse. La via più economica per eseguire questi studi è la costruzione di una rappresentazione matematica, detta modello, che permetta di tradurre "su carta" il comportamento del sistema e dei suoi componenti. È fondamentale che la modellazione del sistema sia accurata, ma contestualmente più semplice possibile per ridurre al minimo lo sforzo computazionale (una piccola perdita in accuratezza può essere giustificata da una maggiore semplicità).

Inoltre, le numerose scelte che devono essere prese dal progettista comportano la necessità di stabilire quali siano le migliori tra tutte le possibili, in funzione degli obiettivi che esso si pone. Il processo che permette di determinare le scelte migliori è noto come "processo di ottimizzazione" e ricorre all'utilizzo di algoritmi e modelli matematici. Anche la disponibilità di questi strumenti e mezzi di calcolo, sempre più avanzati e potenti, non nega l'esperienza, per la necessità di un loro uso intelligente e conveniente. Ciò significa non sopravvalutare il valore di questi strumenti, e non sovra utilizzarli (non devono essere cioè utilizzati dove non serve). In altre parole, la modellazione e, in particolare, l'ottimizzazione non sono "ricette" per risolvere tutti i problemi: sistemi complessi possono infatti richiedere tempi di modellazione e computazionali molto lunghi, e quindi costi elevati, che a volte non possono essere giustificati dal migliore risultato ottenuto. E' fondamentale quindi occuparsi prima dell'identificazione del problema e della sua semplificazione.

Nel campo dei sistemi energetici questi problemi esistono a tutti i gradi di dettaglio e per tutte le dimensioni. Un sistema può essere una singola macchina (ad esempio un compressore, una pompa, una turbina, ecc.), un impianto ottenuto integrando tra loro più macchine (un impianto a vapore, un motore a combustione interna, un generatore eolico, ecc.) o un insieme di impianti che interagiscono tra loro, che in questo lavoro verrà chiamato "Macro-Sistema" (si noti che un Macro-Sistema può essere anche una regione, uno stato, un continente o l'intero pianeta Terra che potrebbero essere studiati nel loro insieme). La definizione della configurazione di tutti questi sistemi (problema di progetto, o di "design") e la loro gestione (problema di funzionamento, o di "off-design") comportano problemi di tipo decisionale.

L'oggetto di questa tesi sono quindi i Macro-Sistemi energetici in cui devono esse-

re prese decisioni su quali impianti vadano inclusi o esclusi dalla configurazione di progetto, su quali debbano essere i parametri di funzionamento in queste condizioni di progetto, su quali impianti siano in funzione o meno durante un periodo tipico di funzionamento e su quali debbano essere i parametri di funzionamento in ogni istante di questo periodo. Viene trattato cioè il problema dell'ottimizzazione del progetto e del funzionamento di Macro-Sistemi, inquadrandolo nel problema generale della modellazione e ottimizzazione di progetto e funzionamento di sistemi di tipo qualsivoglia, e di diverso grado di dettaglio. Quest'ultimo problema viene quindi trattato in prima battuta per evidenziare principi e metodi validi ad ogni grado di dettaglio di un generico sistema energetico, e poter quindi affrontare l'ottimizzazione del Macro-Sistema.

Il problema generale della modellazione e dell'ottimizzazioni è stato ampiamente trattato in letteratura. Nel campo della modellazione di sistemi un interessante contributo è [1], nel quale vengono trasmesse chiaramente le conoscenze preliminari per lo studio dei sistemi energetici e viene trattato in modo completo il problema della modellazione di progetto di sistemi, fornendo al lettore i principi termodinamici e termoeconomici per l'analisi energetica, exergetica ed economica dei sistemi. Inoltre in [2, 3] la modellazione di progetto dei sistemi è trattata esaurientemente come prerequisito per la loro ottimizzazione. In particolare in [2] vengono forniti chiari esempi che permettono una comprensione completa del problema.

Nel campo della modellazione di fuori progetto di sistemi si citano per l'importante contributo [4, 5], nei quali sono spiegate chiaramente le caratteristiche di questo problema e sono riportati gli elementi per una corretta valutazione del comportamento di fuori progetto dei sistemi.

Per quanto riguarda l'ottimizzazione del progetto e del funzionamento di sistemi energetici i già citati [2, 3] formulano il problema di ottimizzazione in termini generali e rigorosi, e riportano sintesi chiare dei principali metodi di ottimizzazione. Un riferimento più completo che tratta questi metodi è [6] nel quale le procedure matematiche rigorose e i principali svantaggi e punti di forza dei metodi di ottimizzazione e dei modelli di approssimazione delle funzioni vengono esposte in modo chiaro.

Entrando più nello specifico del problema dell'ottimizzazione del progetto e del funzionamento del Macro-Sistema energetico, a quest'ultimo è richiesto di convertire una serie di flussi di energia primaria variabili nel tempo (come ad esempio fonti rinnovabili) in flussi di energia di altra forma anch'essi variabili nel tempo (per ragioni di mercato o legate alle caratteristiche dell'utenza).

Questo problema è stato trattato in modo efficiente per la prima volta in [7] nel quale gli autori includono delle variabili binarie nel modello di ottimizzazione di progetto di un Macro-Sistema per considerare l'inclusione o l'esclusione di uno specifico impianto. Successivamente gli stessi autori impiegano lo stesso approccio in [8] per l'ottimizzazione del funzionamento di Macro-Sistemi. Al fine di ridurre i

tempi computazionali, essi considerano modelli di ottimizzazione lineari, usando una formulazione che rientra nell'ambito più vasto dei cosiddetti problemi MILP (*Mixed-Integer Linear Programming*) per il tipo di programmazione matematica richiesta per la loro risoluzione. Inoltre, introducono l'ipotesi che gli impianti inclusi nel Macro-Sistema in analisi possano operare con carichi variabili istantaneamente da un valore ad un altro. Tale condizione può risultare una eccessiva semplificazione della realtà, rendendo le soluzioni ottenute di scarso interesse pratico (conservando tuttavia un grosso interesse modellistico). L'inserimento di vincoli sulla massima variazione di carico degli impianti in un fissato intervallo temporale porta, come l'introduzione di qualunque alto vincolo, ad una complicazione del problema di ottimizzazione. Infatti, il problema così vincolato diventa un problema di ottimizzazione dinamica. Questo tipo di problema può essere semplificato grazie all'applicazione di una tecnica proposta in [9] e [10], e chiamata appunto "programmazione dinamica". Per svincolare la variabilità nel tempo delle richieste dell'utenza dalla diversa legge di variazione temporale delle fonti di energia primaria in input, e/o per poter gestire gli impianti in modo più conveniente (a carichi costanti o a seguire i prezzi di vendita dell'energia elettrica in un contesto di mercato libero) è opportuno valutare l'inserimento nel Macro-Sistema di sistemi di accumulo lato approvvigionamento di energia primaria e/o lato utenza. Questa valutazione, che rientra nel problema generale della ricerca di configurazioni migliori, richiede ulteriore attenzione nella definizione del problema di ottimizzazione e nella scelta dell'approccio (modello) più idoneo per risolverlo. Problemi di ottimizzazione del progetto e del funzionamento di Macro-Sistemi con sistemi di accumulo sono stati affrontati ad esempio in [11–13] utilizzando un approccio MILP. In particolare in [12] viene presentata una strategia di decomposizione del problema di ottimizzazione in sottoproblemi annidati più semplici da risolvere.

In questa tesi, a partire dallo studio della letteratura, sono state acquisite le conoscenze per analizzare ed affrontare problematiche di modellazione e ottimizzazione di sistemi di varia complessità. In particolare, lo studio si è concentrato nell'ottimizzazione dinamica del progetto e del funzionamento di Macro-Sistemi che soddisfano richieste di energie, di diversa natura e variabilità temporale, sfruttando fonti di energia primaria disponibili con legge di variabilità temporale diversa da quella delle utenze.

Nella Parte I e nel Capitolo 3 verrà riassunto e discusso il problema della modellazione e dell'ottimizzazione di progetto e funzionamento di sistemi utilizzando un approccio comune a tutti i gradi di dettaglio e complessità dei sistemi, in quanto l'ottimizzazione di Macro-Sistemi non può prescindere dalle metodologie di modellazione e ottimizzazione, anche applicate a grado di dettaglio superiore.

Nel Capitolo 4 viene formulato il problema di ottimizzazione dinamica di Macro-Sistemi, anche con l'utilizzo di modelli MILP.

Vengono condotte applicazioni diverse a livello diverso di complessità sia in termini di configurazione di sistema che di tipo metodologico. Nel Capitolo 6 vengono considerati impianti per la generazione di energia elettrica inseriti nel Macro-Sistema elettrico in regime di mercato libero. Nel Capitolo 7 si analizza un Macro-Sistema cogenerativo con l'introduzione di vincoli sulla produzione di energia termica e si valuta la dimensione ottima di un sistema di accumulo termico. Per semplificare questo problema si considera un sistema di accumulo a temperatura costante. Si presenta inoltre un nuovo approccio di ottimizzazione del funzionamento e del progetto di sistemi termici con accumulo termico, denominato TSO-STO (*Two-Step Optimization of STOrage*), che permette di decomporre il problema dinamico originario in due sottoproblemi non dinamici più semplici. L'approccio viene applicato sia all'ottimizzazione di Macro-Sistemi con sistemi di accumulo termico a temperatura costante e con sistema di accumulo a temperatura variabile.

Legenda

Simboli letterali

a_n	costo di ammortamento annuo specifico [$\frac{\text{€}}{MW \cdot \text{anno}}$]
A_n	costo di ammortamento annuo [$\frac{\text{€}}{\text{anno}}$]
c_f	costo del combustibile [$\frac{\text{€}}{MW h}$]
c_m	costo di manutenzione specifico annuo [$\frac{\text{€}}{MW \cdot \text{anno}}$]
c_p	calore specifico [$\frac{kJ}{kg \cdot K}$]
C	costo unitario (investimento, avviamento) [$\frac{\text{€}}{\#}$]
\dot{C}	capacità termica relativa alla portata [$\frac{kW}{K}$]
f	funzione generica
F	potenza associata al combustibile [MW]
h	entalpia specifica [$\frac{kJ}{kg}$]
$[H]$	matrice Hessiana
$[H_L]$	matrice Hessiana della funzione Lagrangiana
I	tasso periodico
K	coefficiente globale di scambio termico [$\frac{kW}{m^2 \cdot K}$]
L	potenza persa [MW]
$L(\mathbf{x}, \lambda)$	funzione Lagrangiana
LHV	potere calorifico inferiore [$\frac{MJ}{kg}$]
Lo	variabile per la linearizzazione
\dot{m}	portata di massa [$\frac{kg}{s}$]
M	massa [kg]
N	numero di giri [rpm]
p	pressione [MPa]
p_e	prezzo di vendita dell'energia elettrica [$\frac{\text{€}}{MW h}$]
p_t	prezzo di vendita dell'energia termica [$\frac{\text{€}}{MW h}$]
pr	rapporto delle pressioni
P	potenza elettrica [MW]
\dot{Q}	potenza termica [MW]
r	rapporto tra le capacità termiche

R	raggio [m]
RL	carico residuo (<i>Residual Load</i>) [MW]
t	tempi/istante di tempo
SL	livello di fluido operativo nel serbatoio di accumulo [m^3]
T	temperatura [K]
U	energia interna [kJ]
Up	variabile per la linearizzazione
v	velocità [$\frac{m}{s}$]
V	volume [m^3]
x	variabile (indipendente, di decisione)
\mathbf{x}	vettore delle variabili (indipendenti, di decisione)
z	valore della funzione obiettivo (profitto [$\frac{\text{€}}{\text{tempo}}$])
\dot{Z}	flusso di denaro [$\frac{\text{€}}{s}$]

Simboli greci

α	emissione specifica [$\frac{t}{MW}$]
δ	variabile binaria
Δ	generica differenza
η	efficienza termica
ϵ	coefficiente globale di utilizzazione
ϵ_Q	coefficiente di utilizzazione del calore
ϕ	generica variabile di flusso
Φ	generica quantità
η	efficienza termica
λ	moltiplicatore di Lagrange
ρ	massa volumica [$\frac{kg}{m^3}$]
Ω	velocità angolare [s^{-1}]
ξ	parametro di lettura delle mappe di impianti cogenerativi

Pedici e apici

*	ottimo (valore, soluzione)
0	totale (pressione, temperatura)
AMB	ambiente
AUX	ausiliario
av	valore medio
C	compressore
CC	camera di combustione
D	domanda

<i>DP</i>	condizioni di progetto (<i>Design-Point</i>)
<i>DT</i>	inoperatività (stato, durata)
<i>f</i>	combustibile
<i>GEN</i>	generato
<i>HE</i>	scambiatore di calore
<i>in</i>	in ingresso
<i>is</i>	isoentropico
<i>max</i>	massimo
<i>min</i>	minimo
<i>out</i>	in uscita
<i>OT</i>	operatività (stato, durata)
<i>PV</i>	fotovoltaico
<i>ref</i>	riferimento per il calcolo delle entalpie
<i>ret</i>	ritorno
<i>S</i>	sistema di accumulo
<i>T</i>	turbina
<i>TOT</i>	totale
<i>W</i>	eolico

Acronimi

<i>B</i>	caldaia (<i>Boiler</i>)
<i>CC</i>	ciclo combinato (<i>Combined Cycle</i>)
<i>CS</i>	avviamento freddo (<i>Cold Start-up</i>)
<i>CHP</i>	<i>Combined Heat and Power</i>
<i>EEX</i>	<i>European Energy Exchange</i>
<i>GT</i>	turbina a gas (<i>Gas Turbine</i>)
<i>HS</i>	avviamento caldo (<i>Hot Start-up</i>)
<i>PE</i>	sistema di generazione di <i>Potenza Elettrica</i>
<i>PT</i>	sistema di generazione di <i>Potenza Termica</i>
<i>LP</i>	programmazione lineare (<i>Linear Programming</i>)
<i>MILP</i>	programmazione lineare mista intera (<i>Mixed-Integer Linear Programming</i>)
<i>MINLP</i>	programmazione non lineare mista intera (<i>Mixed-Integer Non-Linear Programming</i>)
<i>NTU</i>	<i>Number of Transfert Unit</i>
<i>RES</i>	fonti di energia rinnovabile (<i>Renewable Energy Sources</i>)
<i>RSU</i>	<i>Rifiuti Solidi Urbani</i>
<i>SQP</i>	<i>Sequential Quadratic Programming</i>
<i>ST</i>	ciclo a vapore (<i>Steam Cycle</i>)

TSO – STO *Two-Step Optimization of STOrage*
VIGVs *Variable Inlet Guide Vanes*
WS avviamento tiepido (*Warm Start-up*)

Parte I

Il modello di un sistema energetico

L'analisi di un sistema energetico (e ingegneristici) viene generalmente eseguita con l'aiuto di una rappresentazione matematica semplificata del sistema reale, chiamata *modello* [14]. Il modello è usato perché potrebbe essere troppo costoso (economicamente o in termini di tempo) o rischioso costruire e/o utilizzare il sistema reale per eseguire l'analisi.

In generale, come si vedrà nei Capitolo 1 e 2, il modello sarà composto da relazioni ingegneristiche di progetto (chiamate specifiche di progetto, Capitolo 1), equazioni basate su bilanci di massa e di energia, e equazioni per la determinazione delle proprietà fisiche e la descrizione dei fenomeni fisici che hanno luogo nel sistema (Capitolo 2). Queste equazioni sono normalmente supportate da disequazioni che definiscono gli intervalli operativi ammissibili, specificando i valori massimi e minimi di alcune quantità (es. temperatura e portata), delle prestazioni richieste o fissando i limiti sulla disponibilità delle risorse. La costruzione del modello è un'operazione che richiede molto tempo e accurata conoscenza del sistema da analizzare.

In sintesi, *il modello consiste in tutti gli elementi che normalmente devono essere considerati nella definizione del progetto o nella predizione delle prestazioni di un sistema. Per ora, si può semplicemente osservare che un modello è un insieme di equazioni e disequazioni che definiscono come le variabili del sistema sono correlate e che vincola le variabili ad un valore accettabile* [14].

Nei Capitoli che seguono si discuteranno le considerazioni preliminari per la costruzione di modelli in sistemi energetici con un approccio comune a qualsiasi dimensioni e livello di aggregazione del sistema.

Capitolo 1

Sistema energetico: confini, grado di dettaglio, il problema della sintesi

In questo Capitolo verrà presentata una suddivisione, originale ed arbitraria, dei sistemi energetici in funzione del grado di dettaglio necessario a rappresentare il comportamento del sistema reale con adeguata approssimazione. L'obiettivo di tale suddivisione è aiutare il progettista a definire le specifiche di progetto per il sistema e il problema della sintesi di una o più topologie di sistema atte a soddisfare queste specifiche.

Come si vedrà nei Capitoli 2 e 4, la costruzione di modelli di sistemi (per la valutazione delle loro prestazioni) e la definizione di problemi di ottimizzazione (per la scelta della migliore topologia e gestione del sistema) possono essere affrontate con un approccio comune a tutti i gradi di dettaglio.

1.1 Introduzione

Un sistema energetico è una limitata porzione di universo inclusa all'interno dei confini di uno specifico volume di controllo, atta alla conversione di una fonte di energia in energia di un'altra forma.

Nell'analisi dei sistemi energetici la scelta dei loro confini è il primo passo e nella maggior parte dei testi di base trattanti questo argomento viene dedicato ampio spazio al problema della definizione di tali confini. In particolare in [14] è analizzato l'impatto che la scelta del volume di controllo ha sulla complessità e sull'affidabilità dell'analisi del sistema e in [1] le applicazioni ingegneristiche che vengono considerate sono tutte analizzate con “*control volume basis*” sottolineandone le peculiarità in termini di formulazione dei bilanci di massa, energia e entropia.

La scelta dei confini del volume di controllo deve essere fatta in modo da includervi

tutte e sole le informazioni necessarie a caratterizzare il comportamento del sistema [14]. Infatti, come si vedrà nel paragrafo 1.2, una scelta di confini troppo restrittiva può portare ad una errata valutazione delle prestazioni del sistema mentre una scelta di confini troppo ampi comporterebbe un inutile aumento della complessità del problema.

Il volume di controllo può includere sistemi di differenti dimensioni e che richiedono gradi di dettaglio differenti per essere analizzati propriamente. In accordo con questa considerazione nel paragrafo 1.3 verrà definita una suddivisione dei sistemi energetici in tre categorie. Questa suddivisione ha l'obiettivo di aiutare nella:

- *Identificare le Specifiche di Progetto* che dipendono, come si vedrà nei paragrafi 1.2 e 1.4, dall'estensione del volume di controllo e che derivano dall'ambiente che circonda il sistema;
- *Definire la topologia del sistema*, solitamente chiamato Problema di Sintesi, che assolve alle specifiche definite nel punto precedente. Come si vedrà nel paragrafo 1.5 questo problema consiste nell'identificazione di *numero, taglia e tipo* di componenti del sistema (in seguito chiamate Unità) e delle *interconnessioni* tra questi. Nella topologia del sistema possono essere inclusi componenti non strettamente necessari per assolvere alle specifiche di progetto, ma utili a migliorare il progetto e/o le prestazioni del sistema nel suo complesso (esempio sistemi di accumulo di massa, termici o elettrici).

1.2 Definizione dei confini del sistema

Il primo passo nell'analisi di un sistema è la definizione dei suoi confini [14]: questi sono semplici limiti che separano il sistema dal resto dell'universo, isolandolo da ciò che lo circonda. Lo spazio racchiuso in questi confini viene solitamente chiamato "volume di controllo" [1]. Per evitare che il modello del sistema (rappresentazione matematica del sistema reale per la valutazione del suo comportamento, confronto con Capitolo 2) assuma una complessità eccessiva occorre che questi limiti siano il più stretti possibile, in modo da includere solamente ciò che è indispensabile per caratterizzare il comportamento del sistema.

La scelta dei confini del sistema non deve essere, tuttavia, troppo restrittiva. Per analizzare interamente un sistema ingegneristico, può essere necessario espandere i confini del sistema per includere altri sottosistemi che influenzano fortemente il funzionamento del sistema in analisi. A titolo di esempio si consideri un impianto a vapore alimentato a polverino di carbone. In questa categoria di impianti viene inserita di una sezione (sottosistema) di trattamento dei fumi a valle della caldaia

che non è utile al funzionamento dell'impianto ma è necessaria per rientrare nei limiti di emissioni inquinanti stabiliti dalla legge. Se nell'analisi di questo sistema di potenza non venisse inclusa nel volume di controllo la sezione di trattamento fumi si incorrerebbe in errori dovuti alla sovrastima della potenza prodotta e dell'efficienza del sistema. Come accennato sopra, un'espansione del volume di controllo incrementa certamente la dimensione e la complessità del sistema, rendendo l'analisi più difficoltosa, ma è necessaria affinché l'analisi sia corretta.

Le interazioni che avvengono attraverso i confini del sistema tra il sistema stesso e ciò che lo circonda devono anch'esse essere le sole che influenzano in modo significativo il comportamento del sistema e vengono necessariamente assunte congelate ad un fissato livello rappresentativo (in quanto non sono componenti interne al sistema). Questo concetto sarà ripreso nel paragrafo 1.4 e le possibili interazioni tra un generico sistema energetico e l'ambiente esterno sono mostrate in Fig. 1.2.

Per rendere l'analisi più agevole, si preferisce suddividere il più possibile sistemi complessi di grandi dimensioni in sottosistemi più piccoli che possano essere trattati inizialmente come indipendenti e successivamente sostituiti da relazioni input-output, come si vedrà nel paragrafo 1.3. Tuttavia, si deve riconoscere che una tale decomposizione può costituire una semplificazione potenzialmente fuorviante che può portare ad una riproduzione errata della realtà se non si tiene correttamente conto delle mutue interazioni tra i vari sottosistemi.

1.3 Suddivisione dei sistemi in funzione del grado di dettaglio

Un sistema energetico può essere una singola macchina, un singolo impianto (ossia un set ordinato di macchine), o un insieme di impianti.

In accordo si definiscono (arbitrariamente) tre categorie di sistemi [15]:

- *Componente*: si considera Componente un compressore, un espansore, una camera di combustione, uno scambiatore di calore, ecc., i quali sono generalmente costruiti/assemblati da una singola azienda e possono essere reperiti nel mercato così come sono;
- *Sistema*: assemblando più Componenti si ottiene un Sistema¹ come una turbina a gas cogenerativa, la quale è l'insieme organizzato di un compressore, una camera di combustione, un espansore e uno scambiatore di calore;

¹il termine 'sistema' verrà utilizzato anche con il suo significato generico, questo potrà essere facilmente capito dal contesto.

- *Macro-Sistema*: infine, assemblando più Sistemi, si ottiene un Macro-Sistema.

Ogni categoria include quindi dei sottosistemi (che verranno chiamati Unità) che, ai fini della modellazione, possono essere visti come black-box e sostituiti da funzioni matematiche che legano le variabili di flusso in uscita alle variabili di flusso in ingresso. In questo modo le Unità definiscono il massimo grado di dettaglio che è necessario per rappresentare adeguatamente il comportamento del sistema indipendentemente dalla sua categoria di appartenenza.

Questo concetto è mostrato in Fig. 1.1 utilizzando delle ellissi grigie che rappresentano un'operazione di zoom: spostarsi da destra verso sinistra corrisponde a un abbassamento della visuale. Un'altezza elevata della visuale comporta la visualizzazione di un sistema di grandi dimensioni ma a un grado di dettaglio piccolo; viceversa, un'altezza ridotta della visuale comporta la visualizzazione di un sistema piccolo ma con elevato grado di dettaglio. A destra, in Fig. 1.1, viene mostrato un sistema di cogenerazione di energia elettrica e termica che serve due corrispettive richieste P_D e \dot{Q}_D che, per come sono state definite le categorie, rientra in quella di Macro-Sistema. Possono essere facilmente distinte quattro Unità di produzione che sono: un generatore eolico, una turbina a gas cogenerativa, un impianto solare termico e una caldaia. Ciascuna di queste Unità rientra nella categoria Sistema (colonna centrale in Fig. 1.1) e, come detto sopra, definisce il massimo grado di dettagli necessario a rappresentare adeguatamente il Macro-Sistema. I Sistemi possono essere a loro volta suddivisi in Unità "più piccole": nell'esempio il generatore eolico viene suddiviso in rotore, mozzo dotato di sistema di regolazione del calettamento delle pale, moltiplicatore di velocità, ecc.; la turbina a gas viene suddivisa in compressore, camera di combustione, turbina ecc.; e l'impianto solare termico viene suddiviso in collettori solari piani, vaso di espansione, pompa di circolazione ecc. Tutte queste Unità rientrano nella categoria Componente (colonna a sinistra in Fig. 1.1) e possono a loro volta essere suddivise in Unità analogamente a quanto fatto per le categorie a grado di dettaglio inferiore. In Fig. 1.1 sono riportate anche due frecce che puntano in direzione opposta, esse indicano la direzione di crescita dei due concetti di "Altezza della visuale" e "Grado di dettaglio" introdotti sopra.

1.3.1 Accuratezza del modello in funzione del grado di dettaglio della descrizione del sistema

All'aumentare del grado di dettaglio solitamente è richiesto anche un maggior grado di accuratezza per analizzare adeguatamente il sistema. In accordo con le categorie definite nel paragrafo 1.3, quindi, a livello di Componente viene richiesta grande accuratezza (analisi tri, bi-dimensionali), a livello di Sistema l'accuratezza può essere minore (analisi mono, zero-dimensionali) e a livello di Macro-Sistema solitamente

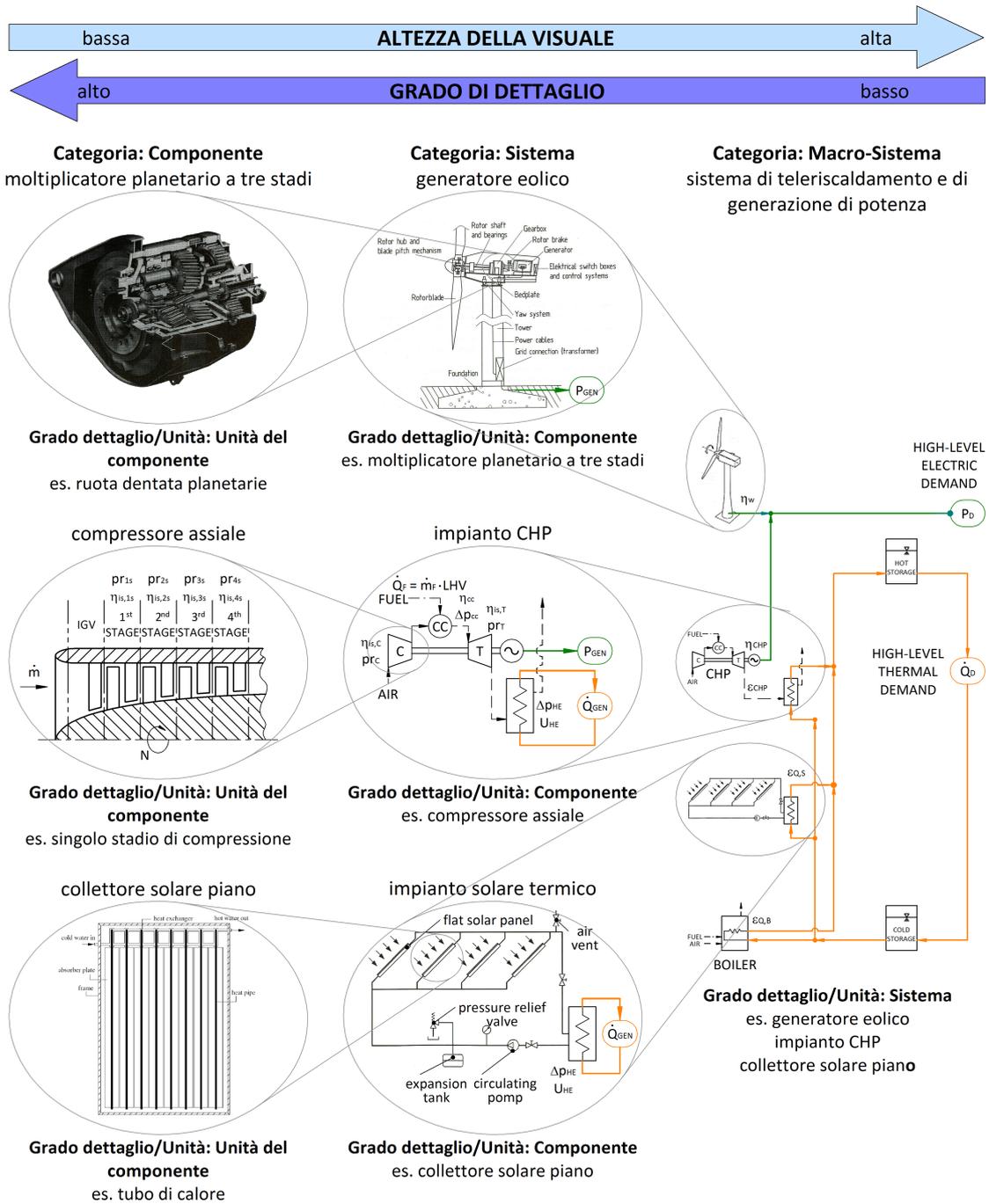


Figura 1.1: Suddivisione dei sistemi energetici in categorie: grado di dettaglio

l'accuratezza richiesta è bassa (analisi zero-dimensionali). Tuttavia l'analisi a grado di dettaglio minore può avere un grado di accuratezza minore perché le caratteristiche delle Unità del sistema sono state ricavate da analisi più accurate a grado di dettaglio maggiore, o sono rese disponibili da cataloghi e prove sperimentali che intrinsecamente hanno grado di approssimazione molto elevato (rappresentano la realtà a meno di errori strumentali e interpolazione di risultati ottenuti per condizioni discrete). Questo concetto verrà ripreso nei paragrafi 2.2, nella discussione sul numero di equazioni necessarie a descrivere il comportamento del sistema, e 2.3, nella spiegazione della funzione delle mappe caratteristiche. Inoltre, nelle applicazioni che si vedranno nella Parte III di questa tesi, verrà proprio seguito il procedimento appena descritto: dall'analisi dettagliata di vari Sistemi verranno determinate le relazioni che ne descrivono il comportamento, tali relazioni verranno utilizzare successivamente nello studio di ottimizzazione di Macro-Sistemi in cui questi Sistemi sono inclusi.

Lo studio dei sistemi energetici può richiedere analisi tri, bi, mono e zero-dimensionali nelle quali il grado di accuratezza cresce, chiaramente, con il numero di dimensioni considerate:

- Analisi tri-dimensionale: è necessario ricorrere ad analisi tri-dimensionali approfondite quando le prestazioni delle Unità dipendono dai dettagli del campo delle grandezze fisiche, chimiche e termodinamiche al loro interno. Questo approccio tiene conto di tutti i fenomeni che generano una variazione di tali grandezze nello spazio tridimensionale, ed è particolarmente adatto quando si debbano analizzare modifiche del progetto a livello Componente. Si pensi ad esempio alla forma di una pala di una turbomacchina: modifiche a questa forma con l'obiettivo di migliorare le prestazioni in generale inducono variazioni della pressione e delle componenti dei vettori velocità sia sul piano meridiano che lungo la coordinata circonferenziale, e la conoscenza di tali variazioni è necessaria per una comprensione completa del comportamento della macchina al fine di trovare direzioni per migliorie nel progetto. Analogamente, il progetto migliore delle alette in uno scambiatore di calore può essere ottenuto descrivendo correttamente il fenomeno dello scambio termico nello spazio tri-dimensionale intorno ad esse per una serie di opzioni fattibili. Tutte queste analisi richiedono la soluzione di un sistema di equazioni differenziali. Lo sforzo computazionale è solitamente molto elevato e può rimanere comunque un grado di incertezza elevato dei risultati derivando dalle assunzioni fatte nell'analisi (es. l'imposizione di condizioni al contorno da dati misurati più o meno precisi e completi, o la scelta del modello di turbolenza da adottare).
- Analisi bi-dimensionale: condizioni di simmetria possono generare configurazioni di flusso in cui una o più delle quantità di interesse non variano in una

particolare direzione. In questi casi, sempre concentrando l'attenzione sull'analisi a *livello di Componente*, si possono condurre delle analisi bi-dimensionali con una riduzione significativa dello sforzo computazionale. Tutte le condizioni che possono generare variazioni delle grandezze nella direzione che è stata trascurata devono essere considerate attentamente per aumentare l'accuratezza dei risultati (es. la presenza di effetti di bordo). Ad esempio, lo stack di una cella a combustibile (es. celle a combustibile a ossidi solidi, SOFC) può avere diverse forme, come quella planare o tubolare. Per stack di forma tubolare, uno studio bidimensionale può approssimare bene le condizioni di funzionamento reali, mentre può portare a risultati piuttosto imprecisi (non accurati) per le celle planari dato che le grandezze che determinano le prestazioni dello stack stesso possono variare considerevolmente nelle tre direzioni dello spazio.

- Analisi mono-dimensionale: qualora le variabili di interesse varino principalmente in un'unica direzione si possono compiere ulteriori semplificazioni con delle analisi mono-dimensionali. Nella realtà è difficile che si verifichi questa condizione in senso stretto, in particolare a *livello di Componente* dove possono essere presenti condotti curvi e/o rotanti, i cui effetti tridimensionale possono essere molto importanti (di conseguenza non trascurabili lungo due direzioni senza incorrere in errore). Tuttavia, l'approssimazione introdotta non è molto lontana dalla realtà in molti sistemi fisici, e pertanto risulta accettabile quando la semplificazione dell'analisi (con riduzione dello sforzo computazionale e conseguente riduzione dei costi) compensi ampiamente la perdita di accuratezza. Analisi mono-dimensionali sono spesso usate a livello di Componente per studiare il campo di moto nei condotti di turbomacchine: l'approssimazione introdotta è in generale grande nella progettazione di questi sistemi, anche se spesso usata, mentre è sicuramente utile nello studio del loro funzionamento in quanto nel periodo di analisi si devono considerare spesso un numero molto elevato di condizioni di lavoro e il carico del Componente/Unità è fortemente variabile. I risultati di queste analisi sono utili per valutare le prestazioni effettive (produzione e rendimento in ogni istante o intervallo di tempo) del Componente/Unità per variazioni dei vincoli esterni (modifica delle condizioni ambientali, variazioni delle richieste di portata e pressione dell'utenza). L'integrale di queste prestazioni durante il periodo di interesse può quindi essere usato per valutare il risultato economico del sistema e per decidere quindi sulla convenienza economica dell'investimento per costruirlo.

Viceversa, al *grado di dettaglio di Sistema* per il quale solitamente è sufficiente un'analisi zero-dimensionale, un'analisi più accurata (mono-dimensionale) può essere richiesta quando le prestazioni del Sistema e delle sue Unità variano lungo una direzione geometrica principale, come ad esempio per lo studio delle sovrappressioni dovute da chiusura di valvole (colpo d'ariete) all'interno di

condotte forzate di impianti idroelettrici o per analizzare il campo di moto nei condotti di motori a combustione interna.

- Analisi zero-dimensionale: ciascuna Unità del sistema è vista come una “black box”. Nell’analisi sono quindi considerati solo flussi di input e di output ad ogni Unità, e la relazione tra loro è definita dalle leggi di conservazione della massa, dell’energia e della quantità di moto (come si vedrà dettagliatamente nel paragrafo 2.4). Questo approccio si adatta alle analisi di sistemi energetici a *livello di Sistema* e di *Macro-Sistema* sia nel loro progetto sia nel loro funzionamento. Infatti l’aumento di accuratezza ottenibile con analisi più dettagliate non è in generale giustificato dato che può non essere quasi percepito a livello di prestazioni del sistema complessivo, mentre è comunque causa di maggiori tempi computazionali e conseguenti costi. Tutti i sistemi considerati in questo testo verranno analizzati seguendo un approccio zero-dimensionale.

1.4 Identificazione delle specifiche di progetto

Ad ogni grado di dettaglio al sistema energetico è chiesto di convertire i flussi di massa ed energia che esso riceve in input in richiesti flussi di massa ed energia di differente natura, ovvero le richieste dell’utenza. In Fig. 1.2 è mostrata un generico sistema energetico racchiuso all’interno di fissati confini e sono evidenziate le interazioni che il sistema ha con l’ “ambiente esterno”² ad un grado di dettaglio inferiore. Le richieste che un sistema energetico deve soddisfare sono la generazione di energia elettrica, termica, frigorifera e chimica contenuta in un combustibile. Queste richieste energetiche sono generalmente variabili nel tempo (andamenti a destra in Fig. 1.2) e sono delle specifiche di progetto per il sistema, in quanto rappresentano dei vincoli di progettazione. Oltre ai flussi di energia richiesti in uscita le specifiche di progetto possono essere legate a:

- Flussi di energia in uscita non richiesti o non voluti che possono avere conseguenze negative sull’ambiente esterno o su altri sistemi direttamente o indirettamente collegati con il sistema in analisi;
- Fonti di energia primaria in ingresso la cui disponibilità istantanea e temporale può essere limitata. La disponibilità istantanea può essere dovuta, ad esempio, alle dimensioni delle tubazioni che trasportano il gas naturale al sistema e che limitano la portata di gas. La limitata disponibilità temporale è una caratteristica tipica delle fonti rinnovabili (radiazione solare, vento, biomasse, ecc.) ed

²per ambiente esterno si intende tutto ciò che circonda il sistema indipendentemente dalle caratteristiche del sistema stesso.

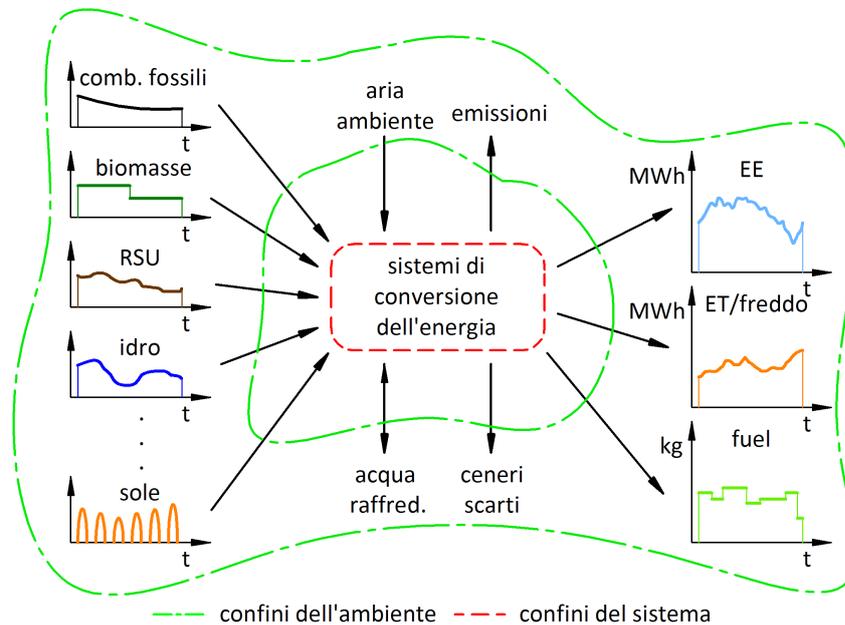


Figura 1.2: Interazioni del sistema energetico con l'esterno

è legata a fenomeni naturali (cicli notte-giorno, stagioni, nuvolosità, precipitazioni, ecc.). Se l'analisi del sistema viene eseguita in tempi sufficientemente lunghi anche per le fonti fossili possono essere imposti limiti sulla disponibilità temporale legati alla loro esauribilità;

- Flussi di massa in ingresso al sistema la cui disponibilità istantanea e temporale può essere limitata e le cui caratteristiche possono avere un andamento temporale fissato (es. disponibilità e temperatura dell'acqua di raffreddamento del condensatore di un impianto a vapore);
- Flussi di massa in uscita al sistema (es. fumi al camino, ceneri, scarti, ecc.) le cui caratteristiche e portate possono essere soggette a limiti di natura legislativa, ambientale;
- Altri limiti di varia natura quali, ad esempio, sulla rumorosità, vibrazioni, dimensionali ecc.

1.5 Definizione della topologia del sistema

Le specifiche di progetto influenzano in modo diretto la definizione della topologia del sistema (chiamato "*Problema di Sintesi*"), che è la scelta di **taglia**, **tipo**, **numero**

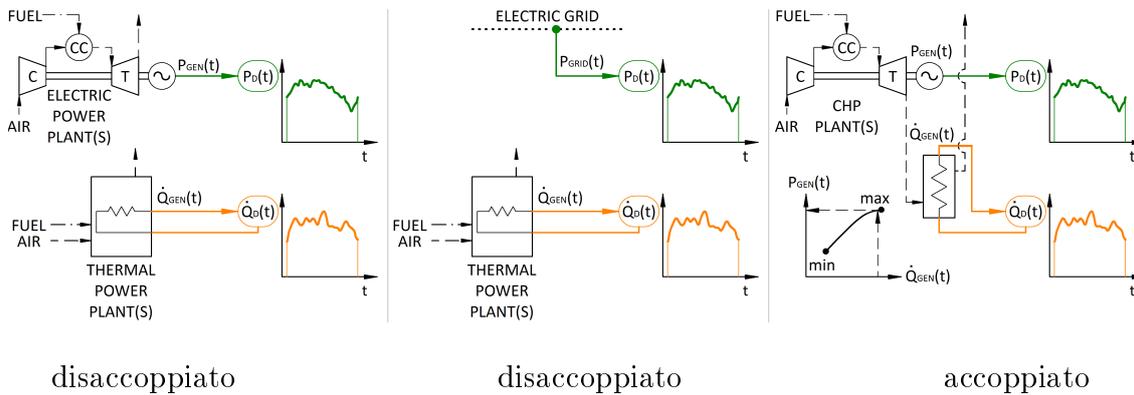


Figura 1.3: Macro-Sistema di generazione di potenza elettrica e termica: produzione separata (sinistra), connessione alla rete elettrica e produzione termica (centro), produzione combinata (destra)

delle Unità del sistema e loro **interconnessioni**. Questo problema esiste ad ogni grado di dettaglio, tuttavia è particolarmente importante al livello di Macro-Sistema dove le possibili soluzioni progettuali sono maggiori³.

1.5.1 Livello di Macro-Sistema

In questo paragrafo la discussione è focalizzata su un Macro-Sistema per il quale le specifiche di progetto sono richieste elettriche e termiche, come mostrato in Fig. 1.3. Tuttavia, molte delle considerazioni sono del tutto generali e possono essere applicate concettualmente anche a richieste di freddo, combustibili di sintesi (ad esempio syngas, etanolo, biodiesel) o altri beni (ad esempio zucchero).

Domanda elettrica

A livello di Macro-Sistema, la specifica di progetto più semplice è un assegnato valore di potenza (ad esempio potenza elettrica) che il sistema deve fornire.

Se questa richiesta di potenza è costante nel tempo, il problema generale della definizione della topologia del sistema si riduce alla scelta del **TIPO** di sistema (in questo caso l'inclusione di più Unità del sistema è un problema semplice e dipende principalmente da considerazioni di fattibilità). Invece, se la domanda di potenza è fortemente variabile nel tempo, il carico elettrico può essere convenientemente di-

³il numero più elevato di possibili soluzioni progettuali è dato da un numero maggiore di gradi di libertà nella definizione di un Macro-Sistema rispetto alla definizione di sistemi a grado di dettaglio maggiore.

istribuito a diverse Unità aventi differenti ruoli (Unità di picco, di carico base, ecc.), quindi il problema generale consiste anche nella scelta del **NUMERO** e della **TAGLIA** delle Unità.

In molti casi la taglia scelta per l'Unità definisce anche il tipo dell'Unità stessa in accordo con valutazioni economiche e di efficienza. Indicazioni di massima sono:

- *piccole taglie* ($1\text{ kW} \div 10\text{ MW}$):
 - microturbine a gas
 - motori a combustione interna
 - fuel cell
 - fotovoltaico
 - eolico
 - mini-idroelettrico
 - geotermia
 - biomasse
- *medie taglie* ($10\text{ MW} \div 100\text{ MW}$):
 - turbine a gas
 - parchi fotovoltaici
 - parchi eolico
 - idroelettrico
 - geotermia
 - biomasse
- *grosse taglie* ($100\text{ MW} \div 1000\text{ MW}$):
 - cicli a vapore (a polverino di carbone, a olio combustibile, termonucleari)
 - grosse turbine a gas
 - cicli combinati

Domanda elettrica e termica

Quando al Macro-Sistema è richiesto di soddisfare richieste di potenza sia elettrica che termica esistono tre principali opzioni per la topologia del Macro-Sistema (Fig. 1.3):

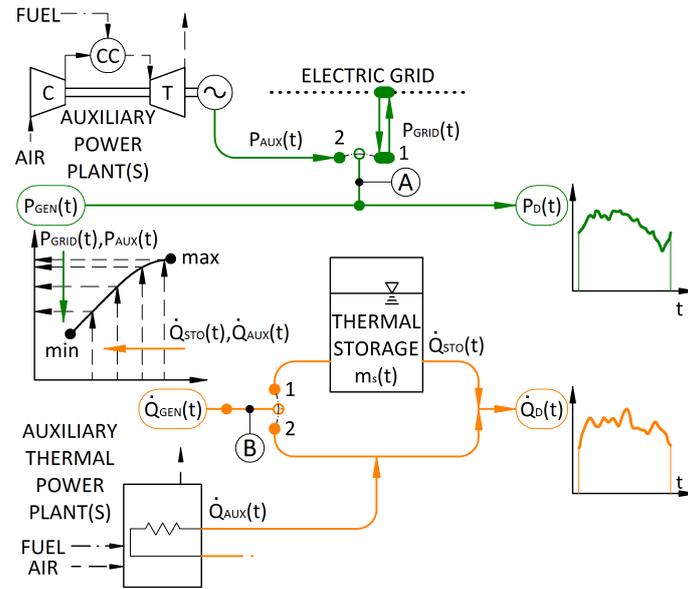


Figura 1.4: Disaccoppiamento della generazione di energia elettrica e termica nei sistemi CHP

- Produzione separata di elettricità e calore. Le due produzioni di energia sono disaccoppiate e avvengono in due differenti Unità. Variazioni nella produzione di energia elettrica non influenzano la produzione di energia termica e viceversa.
- Acquisto dell'energia elettrica dalla rete e produzione di energia termica. Le due produzioni sono ancora separate.
- Produzione combinata in sistemi CHP (*Combined Heat and Power*). Il rapporto tra le due produzioni di energia dipende dal tipo di sistema CHP e varia secondo una mappa caratteristica⁴ (relazione $P - \dot{Q}$ riportata nel grafico in Fig. 1.3) che lega la produzione elettrica a quella termica. Due differenti combinazioni di richieste elettriche e termiche non possono essere soddisfatte se la relazione $P - \dot{Q}$ è biunivoca. Ne risulta che i sistemi CHP non possono produrre \dot{Q} senza produrre P , e che la produzione di \dot{Q} può variare solo variando la produzione di P o mediante dissipazione di parte di essa nell'ambiente. Quest'ultima soluzione non è desiderabile dal punto di vista puramente termodinamico in quanto prevede una perdita di energia ma può essere vantaggiosa dal punto di vista economico (ad esempio per rispondere a fluttuazioni del prezzo dell'energia elettrica al fine di aumentare gli introiti).

⁴il concetto di mappa caratteristica verrà ripreso in modo più completo nel Paragrafo 2.3.

Disaccoppiamento della potenza elettrica e termica nei sistemi CHP

Un modo per disaccoppiare le produzioni di energia elettrica e termica è rendere esse indipendenti dalle rispettive domande. Si faccia riferimento al Macro-Sistema in Fig. 1.4 nel quale il problema della definizione della topologia è fortemente legato alla scelta delle **INTERCONNESSIONI** tra le Unità (si noti che, per chiarezza in Fig. 1.4 il sistema CHP è mostrato tramite la sua mappa caratteristica $P - \dot{Q}$ che fissa il rapporto tra potenza elettrica e termica).

Infatti, impostando l'interruttore A in posizione '1', la potenza elettrica generata $P_{GEN}(t)$ può differire dalla corrispondente potenza richiesta $P_D(t)$ grazie alla connessione biunivoca con la rete elettrica⁵: se $P_{GEN}(t) > P_D(t)$ il surplus di potenza $P_{GEN}(t) - P_D(t)$ è venduto alla rete, viceversa se $P_{GEN}(t) < P_D(t)$ il deficit di potenza $P_D(t) - P_{GEN}(t)$ è acquistato dalla rete.

La posizione '2' dell'interruttore B corrisponde al funzionamento in "isola" (non vi sono connessioni con la rete), quindi la differenza tra la domanda e la generazione di potenza ($P_D(t) - P_{GEN}(t) = P_{AUX}(t)$), se esiste, deve essere soddisfatta da sistemi ausiliari.

Similarmente, quando l'interruttore B è in posizione '1' la potenza termica generata $\dot{Q}_{GEN}(t)$ può differire dalla richiesta di calore $\dot{Q}_D(t)$ grazie al collegamento biunivoco con il sistema di accumulo termico (che può essere, ad esempio, costituito da un serbatoio di accumulo di fluido termovettore): se $\dot{Q}_{GEN}(t) > \dot{Q}_D(t)$ il surplus istantaneo di calore $\dot{Q}_{GEN}(t) - \dot{Q}_D(t)$ viene accumulato, e questo si traduce in un aumento della massa $m_S(t)$ di fluido contenuta nel serbatoio (e/o in aumento della temperatura del fluido stesso)⁶; se $\dot{Q}_{GEN}(t) < \dot{Q}_D(t)$ il deficit istantaneo di calore $\dot{Q}_D(t) - \dot{Q}_{GEN}(t)$ viene fornito da una quantità opportuna di fluido estratta dal serbatoio.

Il volume del serbatoio fissa i limiti del disaccoppiamento tra produzione di calore e richiesta termica.

⁵la rete elettrica funge da serbatoio di grandi dimensioni.

⁶l'accumulo di calore avviene sotto forma di aumento di energia interna del serbatoio secondo il seguente bilancio di energia (1° Principio della Termodinamica per sistemi con deflusso, senza scambio di calore e lavoro [16]):

$$\frac{dU(t)}{dt} = \sum(\dot{m}_{in} \cdot h_{in}) - \sum(\dot{m}_{out} \cdot h_{out})$$

dove U è l'energia interna al serbatoio, $m_{in} \cdot h_{in}$ e $m_{out} \cdot h_{out}$ sono le entalpie associate, rispettivamente, ai flussi in ingresso e in uscita al serbatoio calcolate moltiplicando la portata di massa di ciascun flusso \dot{m} per l'entalpia specifica h del medesimo flusso. Per un valore positivo del termine destro dell'equazione sopra (entalpia totale entrante maggiore di quella uscente) vi è un aumento dell'energia contenuta del serbatoio, viceversa per un valore negativo del termine destro dell'equazione (entalpia totale entrante minore di quella uscente) vi è una diminuzione dell'energia contenuta nel serbatoio.

Quando l'interruttore B è in posizione '2' la differenza di potenza termica $\dot{Q}_D(t) - \dot{Q}_{GEN}(t) = \dot{Q}_{AUX}(t)$ è prodotta con sistemi ausiliari.

1.5.2 Livello di Sistema

Le specifiche di progetto per un Sistema appartenente a un Macro-Sistema derivano dall'ambiente esterno che lo circonda (ossia dal resto del Macro-Sistema), e influenzano direttamente la topologia del Sistema stesso, in particolare il suo tipo e la sua taglia. Per chiarire questo concetto si faccia riferimento all'esempio di Fig. 1.1. I risultati del processo di sintesi del Macro-Sistema che serve la rete di teleriscaldamento (a destra in Fig. 1.1) sono:

- a. Il **NUMERO** di Sistemi inclusi nel Macrosistema, nell'esempio i Sistemi sono cinque (quattro impianti di generazione e un sistema di accumulo composto da un serbatoio caldo e uno freddo);
- b. Il **TIPO** di Sistemi inclusi nel Macrosistema, nell'esempio:
 - un generatore eolico,
 - una turbina a gas cogenerativa,
 - un impianto solare termico,
 - una caldaia,
 - un sistema di accumulo;
- c. La **TAGLIA** dei Sistemi inclusi nel Macrosistema, nell'esempio:
 - la potenza elettrica di progetto $(P_{DP})_{eolico}$ del generatore eolico,
 - la potenza elettrica $(P_{DP})_{CHP}$ e termica $(\dot{Q}_{DP})_{CHP}$ di progetto della turbina a gas cogenerativa,
 - la potenza termica di progetto $(\dot{Q}_{DP})_{solare}$ dell'impianto solare termico,
 - la potenza termica di progetto $(\dot{Q}_{DP})_{caldaia}$ della caldaia,
 - Il volume totale $(V_s)_{accumulo}$ del sistema di accumulo termico (serbatoio caldo e freddo);
- d. Le **INTERCONNESSIONI** tra i Sistemi e tra il Macro-Sistema e l'ambiente, nell'esempio in Fig. 1.1 le interconnessioni che definiscono i flussi di energia elettrica sono indicate in verde, quelle che definiscono i flussi di energia termica (flusso di acqua calda) sono indicate in arancio mentre quelle che definiscono i flussi di massa di aria, combustibile o altri fluidi operativi sono indicate con linee nere sottili di diverso stile per distinguere i diversi fluidi operativi.

In particolare, riferendosi al punto c., la sintesi della topologia del Macro-Sistema considerato fissa le caratteristiche di progetto ($(P_{DP})_{CHP}$ e $(\dot{Q}_{DP})_{CHP}$) della turbina a gas cogenerativa, ossia la sua taglia. Questi due valori diventano specifiche di progetto per il Sistema turbina a gas cogenerativa e la freccia rossa “A” in Tab. 2.1 mostra questo collegamento diretto (la sintesi della topologia di un Macro-Sistema fornisce la taglia delle sue Unità la quale diventa una specifica di progetto per ciascun Sistema). Questo legame è mostrato in Tab. 2.1 mediante la freccia rossa “A”.

1.5.3 Livello di Componente

Le specifiche di progetto per un Componente appartenente a un Sistema derivano dall’ambiente esterno che lo circonda (ossia dal resto del Sistema), e influenzano direttamente la topologia del Componente stesso, in particolare il suo **TIPO** e la sua **TAGLIA** (solo in circostanze specifiche esse influenzano il numero, ad esempio, il numero di preriscaldatori dell’acqua di alimento in un impianto a vapore) come mostrato in Tab. 2.1 mediante la freccia rossa “B”. Ad esempio, la taglia di un combustore dipende dalle portate di massa di aria e combustibile ad una desiderata velocità. Il tipo di combustore dipende dalle caratteristiche del combustibile che si utilizza, dal livello di temperatura ottenuto con la combustione, dai limiti di emissione, ecc. Similarmente, la taglia di compressori, pompe, turbine, espansori o altre macchine è fissata dalla portata di massa e velocità desiderate, mentre il tipo dipende dall’energia specifica da scambiare (rapporto delle pressioni totali), portata volumetrica e velocità di rotazione (Tab. 2.1).

Inoltre, come ai gradi di dettaglio minori, le specifiche di progetto di una Unità del Componente derivano dall’ambiente esterno che la circonda (le altre Unità del Componente, ossia il resto del Componente). A questo livello, nessuna decisione può essere presa sul tipo, il quale è ovviamente legato al tipo di Componente in cui l’Unità del Componente è inclusa. La sua taglia e numero dipendono dalle specifiche di progetto imposte al suo contorno dal resto del Componente (ad esempio, la taglia di uno stadio di compressione dalla portata di massa, rapporto di compressione, temperatura all’ingresso e proprietà del fluido, mentre il numero dipende dall’incremento di energia totale).

1.6 Conclusioni

Una scelta propria dei *confini del volume di controllo* nel quale un sistema energetico è racchiuso evita di complicare eccessivamente la sua analisi; infatti permette di analizzare il sistema mantenendo congelate tutte le interazioni importanti che il sistema ha con l’ambiente esterno. Queste interazioni sono solitamente legate alle

specifiche di progetto del sistema le quali derivano dall'analisi di tutto ciò che circonda il sistema.

La *suddivisione dei sistemi energetici* in tre categorie (Componente, Sistema e Macro-Sistema) in funzione delle "dimensioni", definendo contestualmente il grado di dettaglio necessario ad analizzare ciascuna categoria, aiuta nella definizione delle specifiche di progetto (le specifiche di progetto a ogni grado di dettaglio sono fissate dal sistema a grado di dettaglio inferiore). Tali specifiche di progetto hanno una diretta influenza sul problema della definizione della topologia del sistema, solitamente chiamato *problema di sintesi*, che assolve alle specifiche stesse. Si è visto che questo problema consiste nell'identificazione di *numero, taglia e tipo* di Unità del sistema e delle *interconnessioni* tra le Unità. Si è visto anche che nella topologia del sistema possono essere inclusi componenti non strettamente necessari ad assolvere alle specifiche di progetto, ma utili a migliorare il progetto e/o le prestazioni del sistema nel suo complesso (ad esempio sistemi di accumulo di massa, termici o elettrici).

Una volta definita la topologia del sistema risulterà economicamente sconveniente costruire il sistema fisico⁷ per testarne le prestazioni, situazione ancor più gravosa se si desidera confrontare la topologia scelta con altre topologie in competizione. La via più economica per analizzare il comportamento della/delle topologia/e scelta/e è la costruzione di un modello: un insieme di relazioni matematiche che verranno definite nel Capitolo 2 utilizzando un approccio comune a tutti i gradi di dettaglio.

⁷in alcuni casi particolari (ad esempio per sistemi a livello di Componente a comportamento fortemente tridimensionale e difficilmente prevedibile con modelli matematici) in fase progettuale si costruiscono prototipi (anche in scala e/o semplificati) del Componente per avere indicazioni sperimentali sul possibile comportamento del sistema finale. Si procede in questo modo quando si desidera ottenere elevate prestazioni nel sistema finale e quando l'impatto economico di errori progettuali impone di avere certezza delle prestazioni finali.

Capitolo 2

Forma generale del modello di un sistema energetico

In questo Capitolo viene presentato un approccio semplice per la costruzione di modelli di sistemi energetici indipendentemente dalla loro complessità e grado di dettaglio, e quindi per tutte le categorie definite nel Capitolo 1. Si porrà l'attenzione principalmente su modelli zero-dimensionali essendo tale grado di approssimazione sufficiente per trattare la maggior parte dei problemi legati alla modellazione di sistemi. Modelli mono, bi, tri-dimensionali sono generalmente utilizzati da grado di dettaglio di Componente a superiore (vedere paragrafi 1.3 e 1.3.1). Tuttavia molte delle considerazioni qui presentate per i modelli zero-dimensionali possono essere facilmente estese anche a modelli più dettagliati.

2.1 Introduzione

Lo studio dei sistemi energetici, come lo studio della maggior parte dei sistemi ingegneristici, tipicamente avviene tramite una rappresentazione matematica delle caratteristiche e del comportamento del sistema. Tale rappresentazione viene chiamata *modello* del sistema e viene utilizzata in progetti di ingegneria perché offre la via più economica e veloce per studiare l'effetto sulle prestazioni del sistema delle variazioni delle caratteristiche di progetto (modello di progetto) e delle condizioni operative (modello di fuori progetto). Nell'ambito dei sistemi energetici, come visto nel Capitolo 1, le variazioni delle caratteristiche progettuali possono corrispondere alla variazione della topologia del sistema. Il concetto di modello di progetto e di fuori progetto verrà discusso nel paragrafo 2.2.3.

La modellazione dei sistemi energetici è spesso considerata un'arte, e richie-

de buona pratica e profonda conoscenza dei processi termodinamici, caratteristiche tecnologiche dei sistemi e topologie esistenti.

I principi generali della modellazione di sistemi energetici in letteratura sono presentati ed applicati sia a problemi di progetto (di notevole interesse [1–3, 14, 17, 18]) sia a problemi di fuori progetto (ad esempio si cita per la completezza [4]). Facendo riferimento alla suddivisione introdotta nel paragrafo 1.3 interessanti pubblicazioni inerenti il progetto e l'analisi del funzionamento sono: a livello di Componente [19, 20], a livello di Sistema [5, 21] e a livello di Macro-Sistema [7, 13, 22–33].

Tutti i lavori sovraccitati aiutano nella costruzione di modelli di sistemi energetici ma in nessuno di essi vi è una discussione e un confronto tra modelli a differenti gradi di dettaglio.

In questo Capitolo viene presentato un approccio di modellazione comune a tutti i gradi di dettaglio il quale, dopo aver identificato le specifiche di progetto e definito la topologia del sistema come visto nel Capitolo 1, consiste in:

1. *Scegliere le Variabili Indipendenti* in funzione della natura del modello come si vedrà nel paragrafo 2.2.4
2. *Definire le Curve Caratteristiche* di ogni Unità del sistema che descrivono il comportamento delle Unità al variare dei parametri operativi, esempi di curve caratteristiche verranno mostrati nel paragrafo 2.3;
3. *Definire i Bilanci di Massa ed Energia* che, come si vedrà nel paragrafo 2.4, comprendono bilanci che definiscono le interconnessioni tra le Unità, bilanci nelle Unità e bilanci che definiscono le connessioni tra il sistema e l'ambiente che lo circonda;

Questo approccio è utile nella costruzione di modelli di progetto e fuori progetto al fine di valutare le prestazioni della sistema in esame (simulazione del modello, paragrafo 2.2.2) o di determinare il miglior sistema in funzione di obiettivi fissati (ottimizzazione, paragrafo 2.2.2 e Parte II).

2.2 Caratteristiche generali di modelli di progetto e fuori progetto

Il modello di un sistema è il set di relazioni matematiche (ed eventualmente tabulari o grafiche) che definiscono tutte le interdipendenze tra le quantità necessarie a riprodurre con il desiderato grado di approssimazione il comportamento del sistema reale e che vincolano queste quantità ad assumere valori accettabili. In generale tali quantità rappresentano [15]:

- Caratteristiche di design delle Unità del sistema (es. materiali, aree di scambio termico, sezioni di attraversamento, dettagli geometrici),
- Prestazioni ed efficienza del sistema e delle sue Unità,
- Proprietà termodinamiche delle sostanze (fluidi operativi) coinvolte nei processi che avvengono nel sistema,
- Informazioni ausiliarie (quantità non fisiche) per l'interpretazione matematica di stati e comportamento dei componenti del sistema (es. rapporto di trasmissione variabile a gradini di un riduttore di velocità interposto tra motore e utenza).

Le relazioni matematiche, solitamente esprimibili sotto forma di equazioni (e disequazioni) [2], comprendono:

1. **Curve caratteristiche** (chiamate in seguito “*mappe caratteristiche*” in analogia con le mappe utilizzate per definire i punti di lavoro delle turbomacchine, in quanto sono analoghe le informazioni in esse contenute), cioè le relazioni che esprimono le funzioni specifiche svolte dalle Unità/processi (confronto con paragrafo 2.3);
2. **Equazioni di bilancio** sulle quantità conservative massa, energia (meccanica, termica, chimica), quantità di moto e momento della quantità di moto (la forma generale delle equazioni di bilancio è mostrata nel paragrafo 2.4);
3. **Equazioni di stato** che sono utilizzate per calcolare analiticamente o ricavare graficamente le proprietà delle sostanze coinvolte nei processi del sistema (quest'ultimo gruppo di equazioni non verrà trattato in dettaglio nel seguito, in quanto esula dallo scopo del lavoro, tuttavia si riportano qui riferimenti interessanti per la determinazione di queste equazioni: [16, 34, 34–37]).

Alcune quantità del modello devono inoltre soddisfare equazioni e disequazioni addizionali, note come vincoli, che in generale derivano da considerazioni di tipo economico, tecnologico e ambientale e che vincolano queste quantità ad assumere valori accettabili.

Il *numero di equazioni* (e insieme ad esso il numero di quantità) è fissato dal grado di accuratezza generale del modello (paragrafo 1.3.1) e, in particolare, dal grado di dettaglio delle Unità (o di parti di Unità): più alto è il grado di dettaglio, più alto è il numero di equazioni. E' proprio per limitare il numero di equazioni (e quindi delle quantità) del modello che i sistemi, suddivisi in varie categorie nel paragrafo 1.3, vengono analizzati a gradi di dettaglio inferiori all'aumentare delle loro “dimensioni”.

Il *tipo di equazioni* dipende dalle scelte fatte nella costruzione del modello (confronto con paragrafi 2.4 e 2.4.1). Ad esempio, se si è deciso di costruire un *modello non stazionario*, che descriva cioè anche il comportamento durante i transitori del sistema, si avranno delle equazioni differenziali nella variabile tempo (es. equazioni di bilancio del tipo (2.21)), mentre se il modello è stazionario includerà invece esclusivamente equazioni algebriche (es. equazioni di bilancio del tipo (2.22)). Anche le scelte sulla *descrizione delle proprietà dei fluidi operativi* (es. gas ideale) influenzano il tipo di equazioni, così come eventuali *semplificazioni* adottate nella descrizione dei processi (es. linearizzazione, come si vedrà in dettaglio nel Capitolo 4 e nella Parte III). Il tipo di equazioni hanno chiaramente influenza sul tipo di programmazione richiesta per la risoluzione del modello [2], in particolare in questo lavoro l'attenzione sarà concentrata su modelli lineari e dinamici come si vedrà nel Capitolo 4. Si chiarisce quindi sin da ora che un *modello lineare* è un modello che include *esclusivamente equazioni lineari*, un *modello dinamico* (più propriamente un modello che richiede un tipo di programmazione dinamica) è un modello dove la *soluzione è un set di funzioni nella variabile tempo* (un set di andamenti delle variabili nel tempo) e non una semplice serie di variabili [2]. Nell'ambito dei sistemi energetici tipiche equazioni che rendono dinamico il modello rappresentano vincoli sulle massime rampe di variazione di carico e, in alcune condizioni, equazioni differenziali che modellano sistemi di accumulo (confronto con 4).

Il modello di un sistema energetico (e di un qualunque sistema ingegneristico) assume quindi la seguente *forma generale*:

$$F'(\mathbf{y}) = 0 \quad (2.1)$$

dove F' è il vettore di tutte le equazioni del modello e \mathbf{y} è il vettore di tutte le quantità del modello.

2.2.1 Variabili del modello

Alcune delle quantità \mathbf{y} del modello nella (2.1) sono opportunamente fissate a parametro, le rimanenti possono variare e sono generalmente chiamate variabili. Indicando con \mathbf{x} il vettore delle variabili, la forma generale del modello (2.1) diventa:

$$F(\mathbf{x}) = 0 \quad (2.2)$$

Tipicamente le variabili \mathbf{x} che compaiono in modelli di sistemi energetici sono di tipo:

- *Reale*: sono utilizzate per descrivere le caratteristiche termodinamiche delle sostanze (fluidi operativi) (es. portata di massa, pressione, temperatura ed

entalpia dell'acqua/vapore nei vari punti di un ciclo Rankine), prestazioni del sistema (es. rendimento termico di un ciclo termodinamico) e delle sue Unità (es. rendimento isoentropico o politropico di un espansore), energia o flussi di energia (potenza), costi (es. costo del condensatore di un impianto a vapore a ciclo Rankine) o flussi di costi (es. costo nell'unità di tempo alla produzione di un fluido operativo di fissate caratteristiche termodinamiche) o dimensioni geometriche (es. area di scambio termico di uno scambiatore di calore);

- *Intere*, le quali possono essere suddivise in due classi:
 - *Reali intere*: sono utilizzate per descrivere una Unità del sistema che può assumere solo comportamenti discreti (es. velocità di rotazione di una pompa connessa ad un motore mediante un riduttore di velocità),
 - *Binarie*: sono utilizzate come puro strumento matematico per definire la presenza o l'esclusione di una Unità del sistema, o lo stato di on-off di una Unità esistente (esempi di utilizzo di variabili binarie verranno portati nel paragrafo 2.3 e questo argomento verrà ampiamente discusso nelle Parti II e III);
- *Complesse*: sono utilizzate per descrivere grandezze vettoriali (es. componente attiva e reattiva della potenza elettrica, modulo e fase dell'intensità di corrente alternata transitante in un conduttore).

2.2.2 Variabili indipendenti e variabili dipendenti

Le variabili \mathbf{x} del modello (2.2) possono essere suddivise in *variabili indipendenti* e *variabili dipendenti* in funzione della loro funzione nella risoluzione del modello. Se il *numero di equazioni* che compongono il modello del sistema (vedere paragrafo 2.2) è m e in *numero totale di variabili* è n (con $n > m$), il *numero di variabili indipendenti* è $n - m$; quando esse sono fissate ad un valore specifico, è possibile risolvere il modello e calcolare tutte le variabili dipendenti.

Assegnare un set di valori a tutte le variabili indipendenti corrisponde a eseguire una **simulazione del modello**.

Assegnare set multipli di valori a tutte le variabili indipendenti, nei quali il valore di una o più variabili è variato con intervalli discreti all'interno di un dato range, corrisponde a eseguire un'**analisi di sensitività** in accordo con queste variabili.

Massimizzare o minimizzare una o più equazioni, chiamate funzioni obiettivo, corrisponde a cercare i valori delle variabili indipendenti che ottimizzano uno o più obiettivi scelti (come si vedrà nella Parte II), analisi generalmente chiamata **ottimizzazione**.

Tabella 2.1: Variabili indipendenti e dipendenti ad ogni grado di dettaglio

	Categoria: Componente es.: compressore assiale multistadio	Categoria: Sistema es.: turbogas cogenerativo	Categoria: Macro-Sistema es.: impianto di teleriscaldamento
Variabili Indipendenti	1. Ambiente esterno		
	1.1. Condizioni termodinamiche ambiente		
	Condizioni termodinamiche delle sostanze all'ingresso del Componente es.: ▪ Pressione, temperatura e umidità relativa all'ingresso del primo stadio di compressione (p_{AMB} , T_{AMB} , e x_{AMB})	Condizioni termodinamiche delle sostanze all'ingresso del Sistema es.: ▪ Pressione, temperatura e umidità relativa all'aspirazione del compressore (p_{AMB} , T_{AMB} , e x_{AMB}) ▪ Pressione, temperatura e potere calorifico inferiore del combustibile in ingresso alla camera di combustione (p_f , T_f e LHV)	Condizioni termodinamiche delle sostanze all'ingresso Macro-Sistema es.: ▪ Pressione, temperatura e umidità relativa (p_{AMB} , T_{AMB} , and x_{AMB}) ▪ Potere calorifico inferiore del combustibile (LHV) ▪ Prezzo di vendita dell'energia elettrica (c_e)
	1.2. Specifiche di progetto		
	Quantità che derivano dalle richieste del Sistema con il quale il Componente interagisce es.: ▪ Rapporto di compressione (pr) ▪ Portata di massa (\dot{m})	Quantità che derivano dalle richieste del Macro-Sistema con il quale il Sistema interagisce es.: ▪ Potenza elettrica generata (P_{GEN}) ▪ Potenza termica generata (\dot{Q}_{GEN})	Quantità derivante da richieste di utenze di alto livello es.: ▪ Potenza elettrica generata (P_D) ▪ Potenza termica generata (\dot{Q}_D)
	2. Prestazioni delle Unità del sistema		
Quantità che rappresentano le prestazioni delle Unità del Componente es.: ▪ Rendimento isoentropico di ogni stadio di compressione ($\eta_{is,js}$). ▪ Rapporto di compressione di ogni stadio di compressione (pr_{js}).	Quantità che rappresentano le prestazioni dei Componenti es.: ▪ Rendimento isoentropico di compressore e turbina ($\eta_{is,C}$ e $\eta_{is,T}$). ▪ Rapporto delle pressioni di compressore e turbina (pr_C e pr_T). ▪ Perdite di pressione in camera di combustione e nello scambiatore di calore (pl_{CC} e pl_{HE}). ▪ Rendimento di combustione (η_{CC}). ▪ Coefficiente globale di scambio termico dello scambiatore di calore (K).	Quantità che rappresentano le prestazioni dei Sistemi es.: ▪ Efficienza elettrica degli impianti CHP ($\eta_{1,2}$). ▪ Coefficiente di utilizzazione del calore della caldaia (ϵ_C). ▪ Coefficiente di utilizzazione dell'energia degli impianti CHP ($\epsilon_{1,2}$).	
Problema di sintesi			
▪ Taglia, Tipo, Numero e Interconnessioni tra le Unità del Componente, e caratteristiche di progetto di ogni Unità del Componente	▪ Taglia, Tipo, Numero e Interconnessioni tra i Componenti (Unità del Sistema), e caratteristiche di progetto di ogni Componente	▪ Taglia, Tipo, Numero e Interconnessioni tra i Sistemi (Unità del Macro-Sistema), Interconnessioni tra Macro-Sistema e ambiente, caratteristiche di progetto di ogni Sistema.	

Le variabili indipendenti, essendo fissato solo il loro numero, possono essere scelte con una certa arbitrarietà e considerando vari fattori [14]:

1. E' necessario distinguere tra variabili il cui valore è sensibile a variazioni e variabili il cui valore è fissato da fattori esterni, giacenti cioè al di fuori del volume di controllo. Ad esempio, le condizioni termodinamiche (pressione, temperatura, umidità relativa) dell'aria in ingresso di un impianto turbogas, la velocità del vento che approccia ad un generatore eolico, o la temperatura dell'acqua di mare utilizzata per raffreddare il condensatore di un impianto a vapore sono tutte variabili chiaramente fissate da elementi esterni al sistema. Inoltre è importante differenziare tra parametri del sistema che possono essere considerati fissi e quelli che sono soggetti a fluttuazioni influenzate da fattori esterni o incontrollabili.
2. La scelta delle variabili indipendenti è subordinata alle condizioni operative del sistema e deve essere adeguata a caratterizzare tali condizioni, come si vedrà nel paragrafo 2.2.4. Ad esempio, se nel progetto di un sistema di accumulo di gas si includessero tra le variabili indipendenti l'altezza, il diametro e lo spessore di parete del serbatoio cilindrico, ma si escludesse la possibilità di utilizzare un compressore per incrementare la pressione nel serbatoio, facilmente si otterrebbe un progetto scadente. Per una pressione prescelta e fissata, si troverebbero certamente le dimensioni del serbatoio meno costose. Tuttavia, includendo la pressione tra le variabili indipendenti e aggiungendo il costo del compressore all'obiettivo si può ottenere in progetto con un costo totale minore grazie alla riduzione nel volume del serbatoio richiesto. Quindi, le variabili indipendenti devono essere selezionate affinché tutte le alternative importanti siano incluse nella formulazione del problema. In generale, l'esclusione di possibili alternative porterà a soluzioni subottime.
3. La scelta delle variabili indipendenti è influenzata dal grado di dettaglio al quale il sistema è considerato. Sebbene esso sia importante per trattare tutte le variabili indipendenti chiave, è egualmente importante non oscurare il problema mediante l'inclusione di un grande numero di dettagli fini di importanza secondaria. Ad esempio, ricordando la suddivisione in categorie vista nel paragrafo 1.3 e la discussione sul grado di accuratezza vista nel paragrafo 1.3.1, nel progetto di un Sistema che coinvolge un certo numero di differenti componenti (pompe, compressori, turbine, combustori, e scambiatori di calore) è normalmente preferibile non considerare esplicitamente tutti i sottili dettagli del design di ogni Unità. Uno scambiatore di calore a fascio tubiero può essere adeguatamente caratterizzato da un'area di scambio termico e da un coefficiente globale di scambio termico, oltre che a una perdita di pressione lato tubi e lato fasciame. Variabili di progetto dettagliato come numero, diametro

e lunghezza dei tubi, numero di passaggi nei tubi e nel fasciame, distanza tra i diaframmi, tipo di testata e dimensioni del fasciame dovrebbero essere considerate in un progetto a livello di Componente che coinvolge l'Unità presa da sola. Nel selezionare le variabili indipendenti una buona regola è di includere solo quelle variabili che hanno un impatto significativo nell'analisi del sistema composto.

2.2.3 Modello di progetto e di fuori progetto

La definizione di modello del sistema data nel paragrafo 2.2 vale in generale, tuttavia si preferisce distinguere qui tra *modello di progetto (design)* e *modello di fuori progetto (off-design)* (o di funzionamento), intendendo per il primo un modello che definisce le relazioni tra le variabili *esclusivamente* nelle condizioni di progetto e per il secondo quello che definisce le relazioni tra le variabili *anche* nelle condizioni di fuori progetto.

Con condizione di progetto (o di design point) si intende la condizione definita usualmente “nominale”, che fa riferimento al 100% del carico mentre le condizioni di fuori progetto includono tutte le condizioni operative possibili diverse dalla nominale. Così, se nel sistema in esame il carico può variare tra il 50% e il 100%, le condizioni operative incluse in questo campo saranno tutte le condizioni di fuori progetto possibili.

2.2.4 Scelta delle variabili indipendenti in modelli di progetto e di fuori progetto

Il tipo di variabili incluse nel modello dipende dalle scelte principali condotte nella costruzione del modello. Come si è visto nel paragrafo 2.2.3, la distinzione fra modello di progetto e fuori progetto non implica che le variabili dei due modelli siano diverse, ma solo che vengano considerate dipendenti o indipendenti delle variabili diverse: nel modello di progetto si scelgono come dipendenti quelle che caratterizzano le dimensioni, in quello di fuori progetto quelle associate alle prestazioni. Nei modelli di progetto le variabili che caratterizzano le dimensioni non sono necessariamente variabili geometriche, ma possono essere variabili estensive come la potenza e la portata. Come visto nel paragrafo 2.2.2 il numero delle variabili indipendenti è fissato, tuttavia la scelta di quali siano le variabili da considerare indipendenti può essere arbitraria (entro certi limiti) e viene fatta in funzione del tipo di modello al quale esse appartengono.

Per chiarire questo concetto si fa riferimento ai quesiti che ci si può porre nell'analizzare un sistema. Ad esempio, nella costruzione di un modello di Sistema

come un sistema turbogas, ci possiamo chiedere:

1. “Qual’è le portata di massa di aria (indice dell’area della sezione di passaggio e quindi della “taglia” di tubazioni, compressore, combustore e turbina) che circola nel Sistema per il valore di potenza di progetto e per rendimenti delle Unità, e condizioni ambienti fissate?”
2. “Che potenza genera il Sistema di geometria e caratteristiche di progetto note per valori di portata di massa di aria e condizioni ambiente differenti da quelle di progetto?”

Nel caso 1 il modello da considerare è quello di progetto nel quale la scelta delle variabili indipendenti solitamente ricade nelle variabili che caratterizzano il livello tecnologico del sistema, questo per essere sicuri a priori di evitare soluzioni non fattibili o non realistiche. Queste variabili sono tutte le variabili estensive (pressioni p , temperature T , umidità relative x , ecc.) e le prestazioni delle Unità del sistema. Inoltre, per specificare la taglia del sistema, si include una variabile estensiva (solitamente la potenza P_{DP} sviluppata/assorbita dal sistema nel design point). Le variabili dipendenti sono le restanti variabili estensive (solitamente le portate di massa \dot{m}_{DP}) che definiscono la taglia delle Unità del sistema (aree di passaggio, potenze sviluppate/generate, geometrie, ecc.). Questa scelta delle variabili indipendenti coincide con il definire il ciclo termodinamico compiuto dal fluido operativo e calcolare la quantità di fluido (e quindi le dimensioni delle Unità in cui il fluido fluisce) necessaria ad ottenere un dato valore di potenza sviluppata (o altro output del sistema).

Nel caso 2, invece, il modello da considerare è quello di fuori progetto nel quale le dimensioni fisiche delle Unità e le loro caratteristiche nel design point (\dot{m}_{DP} e P_{DP}) sono note e quindi scelte come variabili indipendenti. Lo scopo ora è di calcolare il valore delle variabili intensive (pressioni p , temperature T ecc.) e le prestazioni del sistema per ogni valore delle variabili estensive che rappresentano il carico del sistema (\dot{m} e P differenti da \dot{m}_{DP} e P_{DP}).

Una volta scelte le variabili indipendenti, la loro suddivisione nelle seguenti categorie può aiutare nella costruzione di modelli di progetto e di fuori progetto con lo stesso approccio ad ogni grado di dettaglio:

1. Ambiente esterno.
Questa categoria può essere divisa in due sottocategorie:
 - 1.1. *Condizioni termodinamiche ambiente* (T_{AMB} , p_{AMB} , x_{AMB} , p_f , LHV_f),
 - 1.2. *Specifiche di progetto* per il sistema complessivo;
2. Prestazioni delle Unità del sistema.

Si noti che nella categoria Ambiente (categoria 1) si considerano anche le specifiche di progetto (categoria 1.2.) che sono fissate dal sistema a grado di dettaglio minore [15]: in questo contesto, il Sistema che circonda il Componente definisce le specifiche di progetto del Componente, il Macro-Sistema che circonda il Sistema definisce le specifiche di progetto del Sistema e le specifiche di progetto del Macro-Sistema derivano da richieste di più alto livello (confronto con paragrafi 1.3 e 1.4 e Tab. 2.1).

Le variabili che rappresentano le prestazioni delle Unità del sistema (categoria 2) vengono discusse separatamente a livello di Componente, Sistema e Macro-Sistema.

A livello di Componente è necessario conoscere le variabili di prestazione di ciascuna Unità del Componente stesso (come rapporto di compressione pr_{js} e rendimento isoentropico $\eta_{is,js}$ di ogni stadio di un compressore multistadio). Allo stesso modo, a livello di Sistema è necessario conoscere le variabili di prestazione di ogni Componente. Ad esempio, in una turbina a gas cogenerativa le variabili di prestazioni sono i rendimenti isoentropici $\eta_{is,C/T}$ e i rapporti delle pressioni $pr_{C/T} = p_{out,C/T}/p_{in,C/T}$ del compressore/turbina, la perdita di pressione $pl = 1 - pr$ in camera di combustione, nello scambiatore di calore, nelle valvole, nelle tubazioni e in altri dispositivi di connessione, in aggiunta al coefficiente globale di scambio termico K dello scambiatore di calore e il rendimento η_{CC} in camera di combustione (rapporto tra incremento di potenza termica del fluido operativo e potenza termica generata dalla completa combustione in camera di combustione). Infine, le variabili di prestazione delle Unità di un Macro-Sistema possono essere:

- Efficienza termica η , che è il rapporto tra potenza elettrica generata e potenza termica utilizzata dal sistema;
- Coefficiente di utilizzazione del calore ϵ_Q , cioè rapporto tra potenza termica fornita all'utenza e potenza termica utilizzata dal sistema;
- Coefficiente globale di utilizzazione ϵ (solo per Unità cogenerative), cioè il rapporto tra la somma delle potenze elettrica e termica fornite all'utenza e la totale potenza termica richiesta dall'impianto CHP.

Ad ogni grado di dettaglio, quando il modello viene esteso a condizioni di carico differenti da quelle di progetto, devono essere noti i valori di fuori progetto delle variabili indipendenti per poter risolvere il modello. Tra queste, le variabili di prestazione delle Unità (categoria 2) dipendono dal carico del sistema e il loro andamento può essere rappresentato da grafici, come si vedrà nel paragrafo 2.3. A livello di Sistema, dove le Unità sono Componenti come compressori, turbine, ecc., questi grafici vengono chiamati mappe caratteristiche. Questo termine verrà utilizzato in seguito con il significato di funzioni che descrivono il comportamento di una Unità ad ogni grado

di dettaglio. D'altra parte, le specifiche di progetto del sistema completo (categoria 1.2) possono essere dipendenti dal carico (sebbene solitamente siano indipendenti da esso), mentre le condizioni termodinamiche ambientali (categoria 1.1) generalmente non lo sono.

2.3 Curve caratteristiche

Il primo gruppo di equazioni che compongono il modello di progetto del sistema, come visto nel paragrafo 2.2, sono quelle che definiscono il valore di una o più variabili caratteristiche di prestazione¹ delle Unità del sistema in condizioni di progetto (punto di progetto nella mappa caratteristica). Nel modello di fuori progetto, queste vengono sostituite dalle mappe caratteristiche complete di prestazione (dette anche "curve di prestazione" o, a volte, "leggi costitutive"). Ciascuna di queste mappe esprime in generale l'andamento di una variabile di prestazione dell'Unità del sistema in esame in funzione di una o più variabili indipendenti, una delle quali è il carico dell'Unità stessa (es. per un compressore una variabile caratteristica è il rapporto di compressione, che viene espresso in funzione della portata elaborata e della velocità di rotazione opportunamente corrette, come mostrato in Fig. 2.1).

Osserviamo che la conoscenza delle mappe caratteristica è importante non solo nello studio del funzionamento di un sistema/Unità esistente, ma anche nella progettazione di un sistema/Unità nuovo.

Nel primo caso, esse consentono di prevedere direttamente le prestazioni del sistema/Unità durante la vita utile sia in termini termodinamici che economici, e di confrontarle con quelle di altri sistema/Unità esistenti o di nuova concezione.

Nel secondo caso, il progettista si trova inizialmente di fronte al problema di dover selezionare un insieme di componenti che costituirà il sistema finale in modo da ottenere il soddisfacimento di tutti i requisiti di progetto (problema di sintesi, come visto nel paragrafo 1.5). Una volta eseguita una prima selezione è necessario conoscere le prestazioni di questi dispositivi (Unità) anche al carico parziale, dal momento che il sistema si troverà ad operare in condizioni di carico più o meno diverse a seconda della variabilità delle specifiche di progetto. La scelta dei dispositivi (Unità) sarà quindi influenzata dal loro comportamento più o meno buono non solo nelle condizioni nominali ma anche nelle condizioni di fuori progetto, in quanto da questo deriverà la loro capacità di soddisfare completamente le specifiche di progetto e di produrre un utile economico più o meno elevato.

Nel seguito si considerano mappe caratteristiche delle Unità di sistemi a diversi gradi di dettaglio, portando come esempi le Unità incluse nei sistemi delle figure

¹le variabili caratteristiche di prestazione si sono già viste, per ogni grado di dettaglio, nel paragrafo 2.2.4.

(i), (ii) e (iii) in Tab. 2.2 (paragrafo 2.4.1 che rappresentano le Unità presenti di frequente nei sistemi energetici a tutti i gradi di dettaglio: a livello di Componente (paragrafo 2.3.1) stadi di compressione, espansione, combustione; a livello di Sistema (paragrafo 2.3.2) turbomacchine, combustori, scambiatori di calore; a livello di Macro-Sistema (paragrafo 2.3.3) Unità per lo sfruttamento di fonti rinnovabili (es. generatori eolici, solare termico), Unità cogenerative, caldaie e sistemi di accumulo termico. Per semplicità si farà riferimento a mappe caratteristiche di modelli zero-dimensionalì (Unità viste come “black-box” e modellate da equazioni input-output), tuttavia le considerazioni fatte possono essere facilmente estese a modelli più accurati.

C'è inoltre da osservare che, per le Unità considerate, come per ogni altra Unità esistente, non sempre è possibile scrivere dei modelli analitici in quanto possono non essere disponibili tutte le informazioni necessarie a tal fine. In questi casi, e quando non sia strettamente necessario conoscere il comportamento interno dell'Unità, si può ricostruire la mappa caratteristica tra variabili associate ai flussi di input e di output tramite anche dati disponibili. Ciò può avvenire conducendo delle analisi di regressione con modelli statistici opportuni o con tecniche di approssimazione avanzate (es. reti neurali), argomenti che esulano dagli obiettivi di questo lavoro.

2.3.1 Mappe caratteristiche a livello di Componente

Le mappe caratteristiche che sono richieste a livello di Componente sono tutte quelle delle Unità del Componente. Nel caso di turbomacchine, come compressori e turbine multistadio, le Unità del Componente sono gli stadi di compressione ed espansioni. Altri esempi di Componenti multistadio sono combustori o evaporatori multistadio.

La rappresentazione delle prestazioni delle turbomacchine è ampiamente documentata in letteratura, qui si fa riferimento a [38] per la forma delle mappe caratteristiche di queste Unità e per le variabili utilizzate per la “lettura” delle mappe. La forma tipica delle due mappe caratteristiche di stadi di compressione è mostrata in Fig. 2.1. Queste mappe riportano il rendimento isoentropico $\eta_{is,js}$ e il rapporto di compressione pr_{js} in funzione delle variabili che definiscono il carico, ovvero la portata corretta $\dot{m}_{corr,js} = (\dot{m}_{js} \cdot \sqrt{T_{in,js}^0}) / p_{in,js}^0$ e la velocità di rotazione corretta $\dot{N}_{corr,js} = N / \sqrt{T_{in,js}^0}$. Queste due mappe sono sufficienti (e necessarie) a definire completamente il comportamento di ogni stadio j di compressione. Mappe caratteristiche simili sono necessarie per definire il comportamento di ogni stadio di espansione di una turbina. Quando la compressibilità del fluido operativo può essere trascurata (es. pompe e turbine idrauliche), la portata di massa \dot{m} e la velocità di rotazione N sono solitamente sostituite nelle mappe dai corrispondenti valori “corretti”.

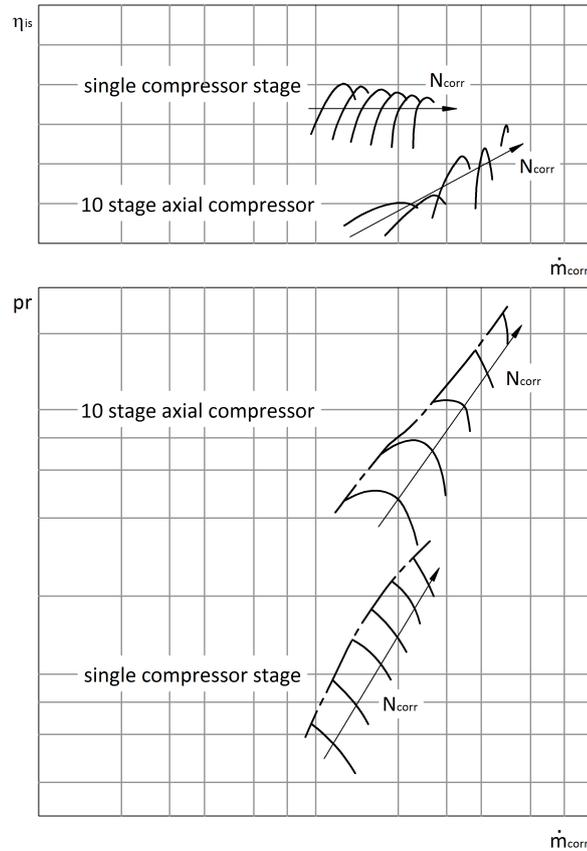


Figura 2.1: Mappe caratteristiche di un singolo stadio di compressione e di un compressore assiale a dieci stadi: rendimento isoentropico (sopra) e rapporto di compressione (sotto)

2.3.2 Mappe caratteristiche a livello di Sistema

Le mappe caratteristiche che sono richieste a livello di Sistema sono tutte quelle delle Unità del Sistema, cioè dei suoi Componenti. Nell'esempio di Sistema turbogas cogenerativo in figura (ii) in Tab. 2.2 i Componenti sono compressore (C), camera di combustione (CC), turbina (T) e scambiatore di calore a recupero (HE)

La forma delle mappe caratteristiche di compressore e turbina sono simili a quelle delle loro Unità (stadi) (vedere Fig. 2.1 che riporta le mappe caratteristiche di un compressore a dieci stadi) e sono rappresentate dalle seguenti funzioni:

$$\eta_{is,C/T} = f^I \left(\frac{\dot{m} \cdot \sqrt{T_{in,C/T}^0}}{P_{in,C/T}^0}, \frac{N}{\sqrt{T_{in,C/T}^0}} \right) \quad (2.3)$$

$$pr_{is,C/T} = f^{II} \left(\frac{\dot{m} \cdot \sqrt{T_{in,C/T}^0}}{p_{in,C/T}^0}, \frac{N}{\sqrt{T_{in,C/T}^0}} \right) \quad (2.4)$$

Le due mappe caratteristiche che descrivono il comportamento di una camera di combustione rappresentano l'efficienza di combustione η_{CC} e le perdite di pressione $pr_{CC} = pr_{in,CC}/pr_{out,CC}$ tra ingresso e uscita del Componente. Queste due variabili di prestazione sono generalmente espresse come:

$$\eta_{CC} = f^{III}(p_{CC,in}, \rho_{CC,in}, \dot{m}_{CC,in}) \cong f^{III'}(\dot{m}_{CC,in}) \quad (2.5)$$

$$pr_{CC} = f^{IV}(p_{CC,in}, \rho_{CC,in}, \dot{m}_{CC,in}) \cong f^{IV'}(\dot{m}_{CC,in}) \quad (2.6)$$

Nelle mappe modellate dalle (2.5) e (2.6) l'influenza della pressione e della densità è solitamente trascurabile, come mostrato nel lato destro delle medesime equazioni.

Similarmente, le mappe caratteristiche che descrivono il comportamento di uno scambiatore di calore sono [39] l'efficienza $\bar{\epsilon}$ (rapporto tra il reale scambio termico e lo scambio teorico massimo) e le perdite di pressione $pr_{HE,i}$:

$$\bar{\epsilon} = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{MAX}} = f^V \left(NTU, \frac{\dot{C}_{MIN}}{\dot{C}_{MAX}} \right) \quad (2.7)$$

$$pr_{HE,i} = f^{VI}(\dot{m}_{HE,i}) \quad (2.8)$$

Nella (2.7) \dot{C} è capacità termica (definita come il prodotto tra la portata di massa \dot{m} e il calore specifico c_p del fluido operativo). \dot{C}_{MIN} è il valore più piccolo tra le capacità termica dei fluidi operativi che fluiscono nei due lati dello scambiatore, \dot{C}_{MAX} è il più grande. $\bar{\epsilon}$ dipende dal rapporto tra le capacità termiche e il cosiddetto numero di unità di trasporto (NTU, acronimo inglese di Number of Transfert Unit), il quale è definito come [39]:

$$NTU = \frac{K_i \cdot S_i}{\dot{C}_{MIN}} \quad (2.9)$$

essendo K il coefficiente totale di scambio termico e S la superficie di scambio termico entrambi riferiti allo stesso lato i dello scambiatore (interno o esterno).

In Fig. 2.2 sono riportate, a titolo di esempio, le mappe caratteristiche descritte dalla (2.7) per configurazioni di scambiatori di calore in equicorrente perfetta (Fig. 2.2 (a)) e in controcorrente perfetta (Fig. 2.2 (b)) [39].

Queste mappe caratteristiche sono tradotte matematicamente dalle seguenti equazioni (del tipo definito nella (2.5):

per configurazione in equicorrente perfetta e (Fig. 2.2 (a)):

$$\forall r \quad \bar{\epsilon} = \frac{1 - e^{(-NTU \cdot (1+r))}}{r + 1}$$

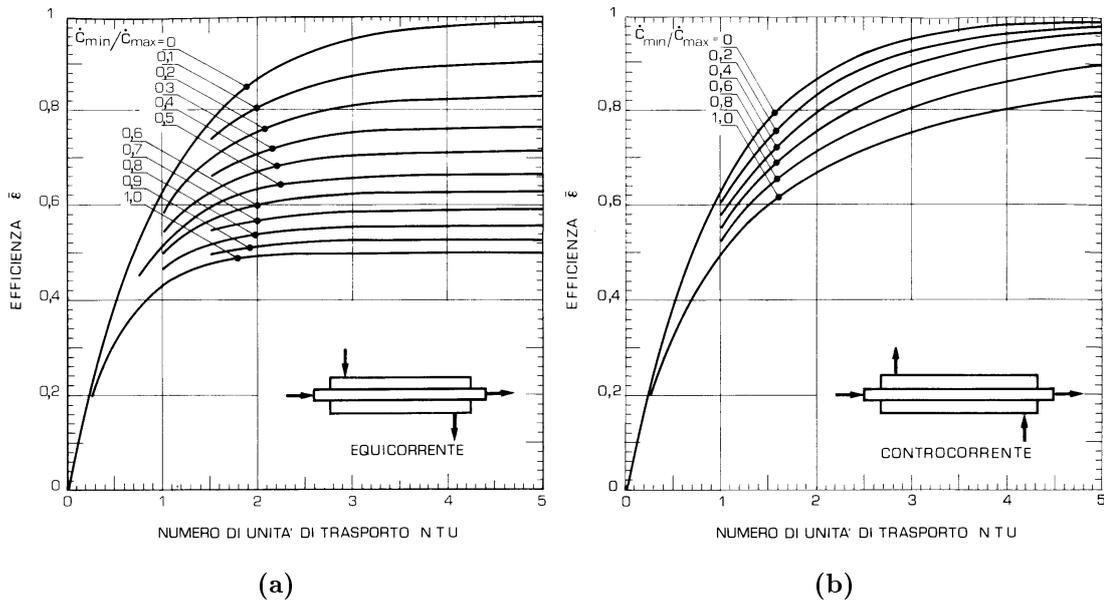


Figura 2.2: Mappe caratteristiche $\bar{\epsilon} - NTU$ per configurazioni di scambiatori di calore in: (a) equicorrente perfetta e (b) controcorrente perfetta [39]

per configurazione in controcorrente perfetta e (Fig. 2.2 (b)):

$$r \neq 1 \quad \bar{\epsilon} = \frac{1 - e^{-NTU \cdot (1-r)}}{1 - r \cdot e^{-NTU \cdot (1-r)}}$$

$$r = 1 \quad \bar{\epsilon} = \frac{NTU}{NTU + 1}$$

dove r è il rapporto $\dot{C}_{MIN}/\dot{C}_{MAX}$.

Si noti che, ovviamente, le mappe caratteristiche $\bar{\epsilon} - NTU$ variano al variare della configurazione dello scambiatore considerato, ovvero dal tipo di questo Componente. In Fig. 2.3 vengono confrontate le mappe $\bar{\epsilon} - NTU$ per vari tipi di scambiatori di calore per un valore unitario del rapporto $\dot{C}_{MIN}/\dot{C}_{MAX}$ [39].

- Una mappa che definisce l'efficienza dell'Unità: η_{is} nel caso di stadi di compressori/turbine (Fig. 2.1) e nel caso di compressori/turbine (mappa (2.3)), η_{CC} nel caso di combustori (mappa (2.5)) e $\bar{\epsilon}$ nel caso di scambiatori di calore (mappa (2.7));
- Una mappa che definisce il rapporto tra le pressioni in ingresso e uscita dell'Unità: questo rapporto nel caso di stadi di compressori/turbine (Fig. 2.1) e nel caso di compressori/turbine (mappa (2.4)) rappresenta un voluto incremento/decremento di pressione, mentre nel caso di combustori (mappa (2.6))

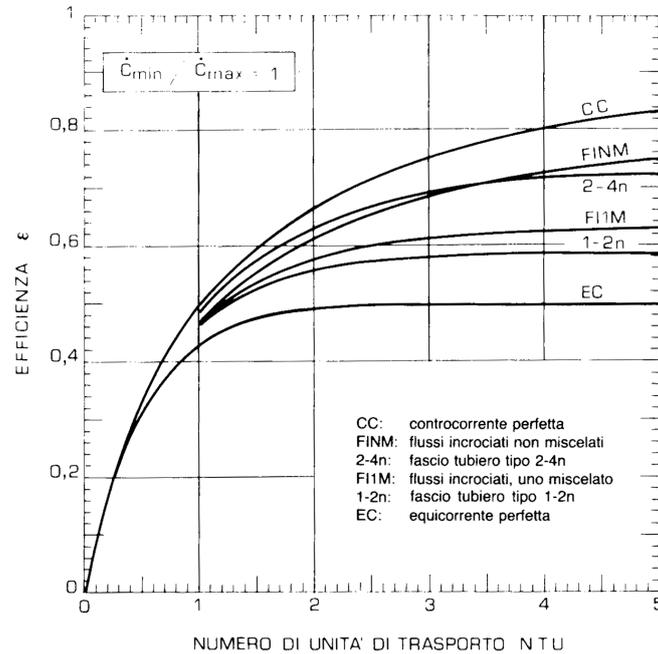


Figura 2.3: Confronto tra le mappe $\bar{\epsilon} - NTU$ per diversi tipi di scambiatore di calore nella condizione $r = 1$ [39]

e nel caso di scambiatori di calore (mappa (2.8)) rappresenta una perdita (decremento di pressione non voluto).

2.3.3 Mappe caratteristiche a livello di Macro-Sistema

Come già discusso per i gradi di dettaglio superiori (paragrafi 2.3.1 e 2.3.2), le mappe caratteristiche richieste a livello di Macro-Sistema sono le mappe caratteristiche delle sue Unità, cioè di ogni Sistema presente nel Macro-Sistema. Si fa riferimento alla figura (iii) in Tab. 2.2 la quale mostra un Macro-Sistema che include un generatore eolico (WIND T.), un turbogas cogenerativo (CHP), un impianto solare termico (SOLAR P.), una caldaia (BOILER) e un sistema di accumulo termico costituito da un serbatoio caldo (HS) e uno freddo (CS).

Il comportamento di un generatore eolico viene descritto dalla mappa caratteristica in Fig. 2.4 (a) che esprime la potenza meccanica all'albero P_w dal rotore in funzione della velocità indisturbata v_w del vento [40]. Questa mappa è delimitata a sinistra dalla velocità del vento, detta *cut-in*, alla quale il generatore è in grado di produrre potenza P_w positiva e a destra dalla velocità del vento massima permessa, detta *cut-off*.

Solitamente la mappa di Fig. 2.4 (a) viene espressa in termini adimensionali (Fig. 2.4 (b)), introducendo le seguenti due cifre [40]:

- Rapporto di velocità periferica Λ : è il rapporto tra la velocità periferica all'estremità del rotore e la velocità indisturbata del vento:

$$\Lambda = \frac{\Omega \cdot R}{v_w} \quad (2.10)$$

dove Ω è la velocità di rotazione del rotore e R il suo raggio massimo;

- Coefficiente di potenza $C_{P,r}$: è definito come rapporto tra la potenza meccanica all'albero del rotore e la potenza eolica riferita alla velocità indisturbata v_w e all'area A del rotore:

$$C_{P,r} = \frac{P_w}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_w^3 \cdot A} = \frac{P_w}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_w^3 \cdot \pi \cdot R} \quad (2.11)$$

Il coefficiente di potenza $C_{P,r}$ è limitato dalla necessità del rotore di rallentare il vento per produrre potenza (limite di Betz) e dalla trasformazione di parte dell'energia cinetica del vento in energia cinetica rotazionale della scia.

La forma della mappa adimensionale $C_{P,r} - \Lambda$ è legata al tipo di generatore eolico, le mappe adimensionali per varie tipologie di generatori sono mostrate in Fig. 2.4 (c). Inoltre, per tipologia fissata, la mappa adimensionale $C_{P,r} - \Lambda$ viene modificata al variare dell'angolo di calettamento delle pale del rotore², come mostrato in Fig. 2.4 (d).

Due mappe caratteristiche sono sufficienti per descrivere il comportamento di un sistema cogenerativo: la prima (2.12) lega il coefficiente globale di utilizzazione ϵ di un sistema CHP alla potenza elettrica e termica generata (P_{GEN} e \dot{Q}_{GEN}), la seconda (2.13) lega la potenza elettrica generata P_{GEN} alla massima potenza termica \dot{Q}_{GEN} che può essere generata. In questo paragrafo ci si concentrerà maggiormente sull'analisi della forma che queste due mappe caratteristiche, in quanto i sistemi cogenerativi sono molto spesso inclusi nella topologia di Macro-Sistemi. Inoltre le mappe qui definite verranno ricavare con un analisi dettagliata a livello di Sistema

²la regolazione delle turbine eoliche può essere effettuata mediante variazione dell'angolo di calettamento delle pale. Questo modifica la relazione tra coefficiente di potenza $C_{P,r}$ e rapporto delle velocità Λ generando famiglie di curve $C_{P,r} - \Lambda$ che consentono di coprire un campo operativo maggiore.

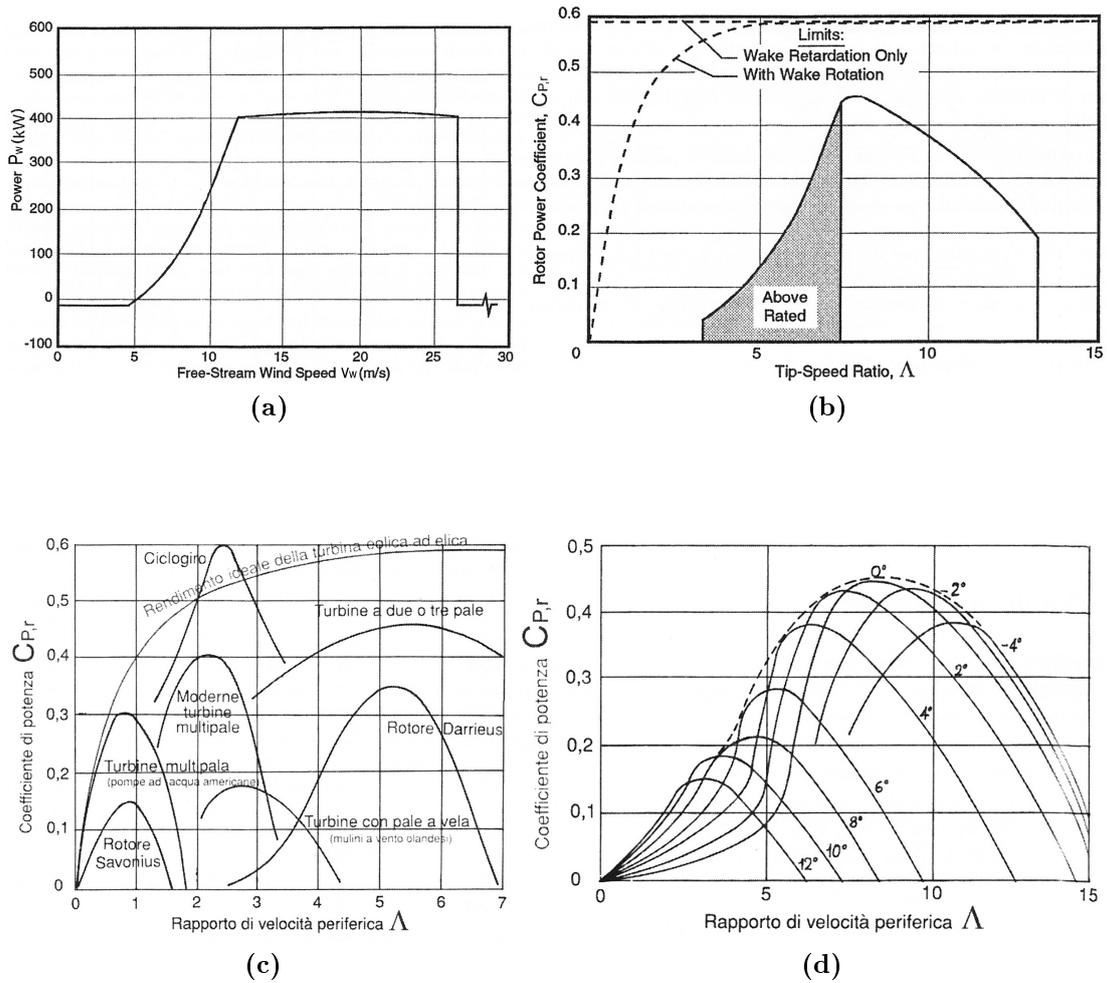


Figura 2.4: Mappa caratteristica di un generatore eolico: mappa caratteristica $P_w - v_w$ [40, 41] (a), mappa caratteristica $C_{P,r} - \Lambda$ [40, 42] (b), mappa caratteristica $C_{P,r} - \Lambda$ per diversi tipi di generatori eolici [40, 43] (c), mappa caratteristica $C_{P,r} - \Lambda$ al variare dell'angolo di calettamento delle pale [40, 43] (d)

per diverse Unità di generazione di energia elettrica (Capitolo 6, Fig. 6.5) e cogenerazione (Capitoli 7, Fig. 7.3). Entrambe le mappe (2.12) e (2.13) dipendono anche dalle condizioni ambiente (variabili indipendenti della categoria 1.1..

$$\epsilon = \frac{P_{GEN} + \dot{Q}_{GEN}}{\dot{m}_f \cdot LHV} = f^{VII} (P_{GEN}, \dot{Q}_{GEN}, p_{AMB}, T_{AMB}, x_{AMB}) \quad (2.12)$$

$$max (\dot{Q}_{GEN,i}) = f^{VIII} (P_{GEN,i}, p_{AMB}, T_{AMB}, x_{AMB}) \quad (2.13)$$

Si noti che la (2.12) indica che il consumo di combustibile di un generico sistema CHP dipende sia dalla potenza elettrica generata P_{GEN} sia dalla potenza termica generata \dot{Q}_{GEN} . Un esempio di sistema modellato da questa curva caratteristica è l'impianto a vapore cogenerativo nel quale il vapore può essere spillato a differenti livelli di temperatura (pressione) riducendo la produzione di potenza elettrica³. Le condizioni ambiente influenzano fortemente il coefficiente globale di utilizzazione ϵ , in quanto temperature più basse del fluido di raffreddamento del condensatore hanno un grosso impatto positivo sulla produzione di potenza e sull'efficienza del ciclo. In altri sistemi CHP, come motori a turbine a gas (come l'Unità CHP considerata nell'esempio di figura (iii) in Tab. 2.2) e motori a combustione interna cogenerativi, il consumo di combustibile non dipende dalla potenza termica generata \dot{Q}_{GEN} , essendo quest'ultima recuperata dal calore dei gas esausti e, nel caso del motore a combustione interna, dal calore di fluidi di raffreddamento (questo è strettamente vero se si trascura la contropressione allo scarico della motore imposta dalle perdite di pressione nello scambiatore a recupero). In questi casi la mappa caratteristica (2.12) può essere sostituita dall'efficienza termica (2.14):

$$\eta = \frac{P_{GEN}}{\dot{m}_f \cdot LHV} = f^{VII'} (P_{GEN}, p_{AMB}, T_{AMB}, x_{AMB}) \quad (2.14)$$

L'equazione (2.14) è generalmente ben approssimabile da una relazione lineare [7] del tipo:

$$\dot{m}_f \cdot LHV = a(p, T, x)_{AMB} \cdot P_{GEN} + b(p, T, x)_{AMB} \quad (2.15)$$

In modelli di progetto e fuori progetto, come visto nei paragrafi 1.5 e 2.2.3, solitamente deve essere presa una decisione su:

- la scelta, grazie alla costruzione di modelli di progetto, del tipo di Unità cogenerativa da includere nel Macro-Sistema; oppure

³la potenza sviluppata dalla turbina, a parità di altre condizioni, diminuisce all'aumentare dell'estrazione di vapore a scopo cogenerativo perché diminuisce il vapore disponibile per l'espansione nella turbina stessa.

- lo stato di accensione/spegnimento di Unità cogenerative incluse nel Macro-Sistema per valutare, grazie alla costruzione di modelli di fuori progetto, il funzionamento del Macro-Sistema.

Questo può essere fatto grazie all'utilizzo di *variabili binarie* δ [7], di conseguenza le mappe caratteristiche dell'Unità cogenerativa appaiono come:

$$\dot{m}_f \cdot LHV = a(p, T, x)_{AMB} \cdot P_{GEN} + b(p, T, x)_{AMB} \cdot \delta \quad (2.16)$$

$$P_{MIN}(p, T, x)_{AMB} \cdot \delta \leq P_{GEN} \leq P_{MAX}(p, T, x)_{AMB} \cdot \delta \quad (2.17)$$

Quindi, quando la variabile δ è zero, l'intervallo di variazione della potenza P_{GEN} è nullo (confronto con (2.17)), e dalla (2.16) il consumo di combustibile è anch'esso nullo. Viceversa, quando la variabile δ è uguale a 1, la potenza P_{GEN} può variare tra un valore minimo (P_{MIN}) e un valore massimo (P_{MAX}) e il consumo di combustibile varia linearmente con P_{GEN} . Si noti che variabili binarie associate a differenti opzioni di progetto, e funzionamento, possono essere utilizzate in modo analogo a livello di Sistema (es. inclusione o esclusione di interrefrigerazione tra due stadi di compressione in una turbina a gas) o a livello di componente (es. decisione circa il numero di valvole in un motore a combustione interna). L'utilizzo di questo tipo di mappe caratteristiche è ampiamente diffuso in letteratura, oltre a [7] già citato sopra, interessanti lavori sono [8, 11, 12, 44–47]. I modelli nei quali vengono incluse curve caratteristiche lineari con l'utilizzo di variabili binarie (equazioni (2.16) e (2.17)) richiono, per essere risolti, un tipo di *programmazione mista lineare intero* (MILP, acronimo inglese di *Mixed Integer Linear Programming*). Questo tipo di modelli verrà ampiamente trattato nel paragrafo 4.3.3, ed è stato qui presentato in quanto la sua struttura principale è basata su equazioni del tipo (2.16) e (2.17), che rappresentano mappe caratteristiche. Mappe caratteristiche di questo tipo, inoltre, sono state ottenute per diversi tipi di Sistemi e verranno mostrate nella Parte III (es. Fig. 6.5 (b) e (c) e 7.3 (a))

La seconda mappa caratteristica (2.13) lega la potenza generata P_{GEN} al massimo valore della potenza termica generabile \dot{Q}_{GEN} come già mostrato in Fig. 1.3. Per una turbina a gas cogenerativa questa mappa può essere ben approssimata da una legge lineare corrispondente alla linea nera spessa in Fig. 2.5, nella quale le “condizioni nominali” (DP) sono quelle corrispondenti al massimo carico e termico. Partendo da un generico punto 1 (caratterizzato da una potenza elettrica $P_{GEN,1}$ e termica $\dot{Q}_{GEN,1}$) di questa curva, un aumento della potenza elettrica verso il punto 2 (caratterizzato da una potenza elettrica $P_{GEN,2}$ e termica $\dot{Q}_{GEN,2}$) è ottenuto incrementando la portata di massa che circola nel sistema. La portata di massa d'aria all'aspirazione del compressore viene incrementata utilizzando delle pale statoriche a calettamento variabile VIGV [4, 38] (*Variable Inlet Guide Vanes*, confronto con figura (i) in Tab. 2.2) al fine di mantenere il rapporto aria/combustibile, la temperatura

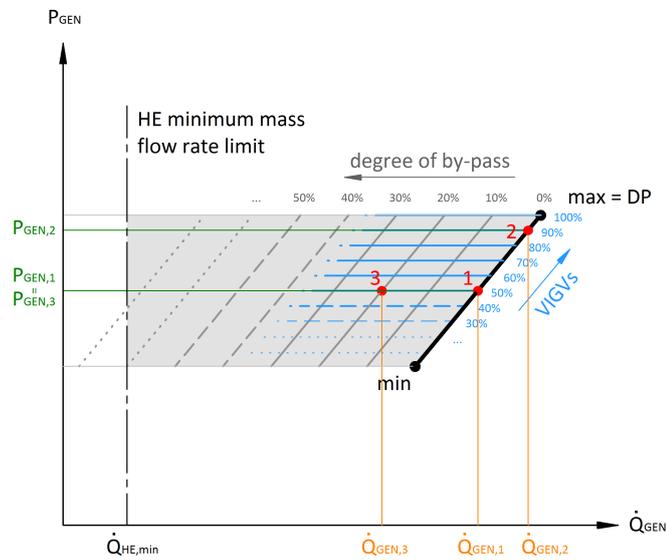


Figura 2.5: Mappa caratteristica “ $P - \dot{Q}$ ” di un sistema turbogas cogenerativo

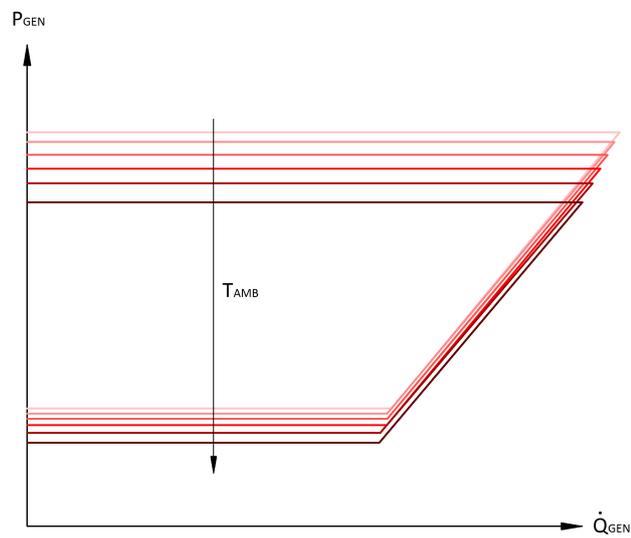


Figura 2.6: Mappa caratteristica “ $P - \dot{Q}$ ” di un sistema turbogas cogenerativo in funzione della temperatura ambiente

all'ingresso della turbina, l'angolo di incidenza e le perdite all'ingresso delle schiere di pale rotanti approssimativamente costanti. Quindi le variazioni nel ciclo termodinamico sono limitate e l'efficienza dell'impianto viene mantenuta prossima al valore di progetto (η_{DP}). Per realizzare queste condizioni è sufficiente il solo controllo con le pale VIGV essendo le efficienze della camera di combustione e della turbina meno sensibili alle variazioni di carico. La portata di massa all'ingresso dello scambiatore a recupero (HE in figura (ii) in Tab. 2.2) varia linearmente con la portata d'aria (e quindi approssimativamente anche con la potenza generata), quindi anche la mappa caratteristica $P - \dot{Q}$ può essere ben approssimata da funzioni lineari (come si vedrà nelle mappe caratteristiche della Fig. 7.3 (b) ricavate da simulazioni nel Capitolo 7).

D'altra parte, se l'obiettivo è di diminuire la potenza termica generata \dot{Q}_{GEN} a parità di potenza elettrica generata P_{GEN} partendo dal punto 1, una parte della portata di gas esausti deve by-passare lo scambiatore e essere mandata direttamente all'ambiente [48]. Questa operazione corrisponde ad un movimento orizzontale dal punto 1 al punto 3 in Fig. 2.5. Quindi, la linea nera spessa in Fig. 2.5 corrispondente alla mappa caratteristica $P - \dot{Q}$ a un grado di by-pass dei gas esausti nullo trasla verso sinistra quando il grado di by-pass aumenta. L'area grigia evidenziata in Fig. 2.5 rappresenta quindi tutti i punti di lavoro fattibili, ed è limitata a sinistra dalla minima portata di massa nel lato caldo dello scambiatore di calore a recupero.

In accordo con (2.14), quest'area varia al variare delle condizioni termodinamiche ambiente e, in particolare, con la temperatura [32, 48], come mostrato in Fig. 2.6.

In Fig. 2.7 è riportata la mappa caratteristica $P - \dot{Q}$ di un sistema cogenerativo a ciclo Rankine [31, 48]. Come fatto per la turbina a gas cogenerativa, la linea nera spessa a destra mostra un andamento lineare della potenza elettrica generata in funzione della massima potenza termica generabile, e ogni punto di questa curva trasla verso sinistra e verso l'alto al diminuire della portata di vapore estratta dalla turbina per una portata costante di combustibile nel generatore di vapore.

Questo avviene perché i confini dell'area di fattibilità (linee B e C) hanno pendenza negativa dovuta al fatto che una maggiore produzione di potenza termica \dot{Q}_{GEN} a consumo di combustibile costante comporta una diminuzione della potenza generata P_{GEN} . Quindi, tutti i punti fattibili sono inclusi nella superficie delimitata dalle linee A, B, C e dalla linea nera spessa. La linea A rappresenta il valore massimo della potenza termica generabile, che viene ottenuto alla massima portata e temperatura di estrazione in turbina. Questa linea trasla verso sinistra se la temperatura di estrazione T_{GEN} diminuisce a portata di massa di estrazione fissata e pari a quella massima. Per una temperatura di estrazione fissata tutti i punti a sinistra della linea A corrispondono a portate di massa di estrazione dalla turbina inferiori a quella massima. Come discusso per le mappe del tipo (2.14) anche le mappe $P - \dot{Q}$ (Fig. 2.5 e 2.7) possono essere rappresentate da relazioni lineari e utilizzate, quindi,

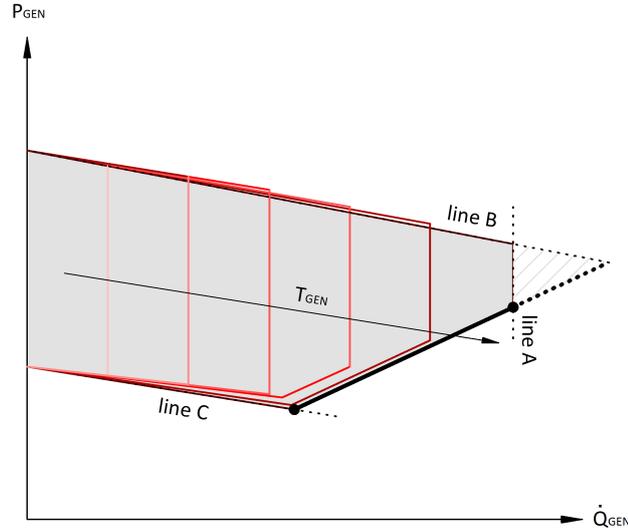


Figura 2.7: Mappa caratteristica “ $P - \dot{Q}$ ” di un sistema cogenerativo a ciclo Rankine in funzione della temperatura di generazione del calore

in modello MILP. Anche la costruzione di queste mappe verrà ampiamente discussa nei Capitolo 7 (Fig. 7.3 (d)).

Se le Unità incluse nel Macro-Sistema generano un solo prodotto il loro comportamento viene modellato con una sola mappa caratteristica che lega il consumo di combustibile al carico. Questa mappa caratteristica assume una forma del tutto simile alla (2.14), ad esempio la mappa caratteristica di una caldaia lega il coefficiente di utilizzazione del calore ϵ_Q alla potenza termica generata \dot{Q}_{GEN} :

$$\epsilon_Q = \frac{\dot{Q}_{GEN}}{\dot{m}_f \cdot LHV} = f^{IX} \left(\dot{Q}_{GEN}, p_{AMB}, T_{AMB}, x_{AMB} \right) \quad (2.18)$$

Altro esempio è la mappa caratteristica dell’impianto solare termico incluso nel Macro-Sistema di figura (iii) in Tab. 2.2. Questa mappa riporta l’efficienza del sistema $\eta (= \epsilon_Q)$ in funzione dell’irradiazione solare I_S incidente e delle temperature $T_{f,i}$ del fluido termovettore all’ingresso dei collettori e ambiente (T_{AMB}) [49]:

$$\epsilon_Q = \frac{\dot{Q}_{GEN}}{A_S \cdot I_S} = f^X (I_S, T_{f,i}, T_{AMB}) \quad (2.19)$$

dove A_S è l’area dei collettori solati. La funzione f^X nella (2.19) è solitamente ricavata da prove sperimentali, come mostrato in Fig. 2.8 (a).

Questa mappa sperimentale è ben approssimabile da una funzione lineare, quindi la mappa (2.19) viene solitamente utilizzata nella forma mostrata in Fig. 2.8

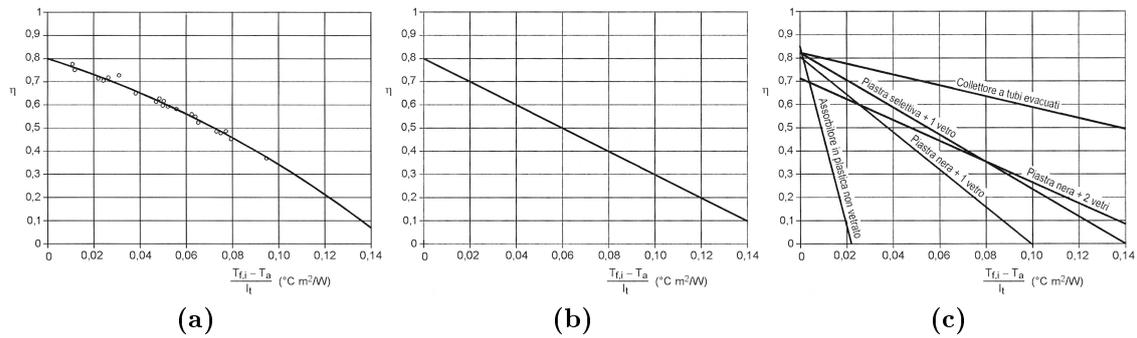


Figura 2.8: Mappa caratteristica di un generatore eolico [49]: mappa caratteristica ricavata sperimentalmente (a), mappa caratteristicalinearizzata (b), mappa caratteristica per diversi tipi di collettori solari

(b). Questa mappa lineare varia al variare del tipo di collettori solari utilizzati, come mostrato per alcune delle tecnologie più significative in Fig. 2.8 (c).

2.4 Equazioni di bilancio

Come discusso nel paragrafo 2.2, il secondo gruppo di equazioni del modello (2.2) include bilanci di massa, energia e quantità di moto.

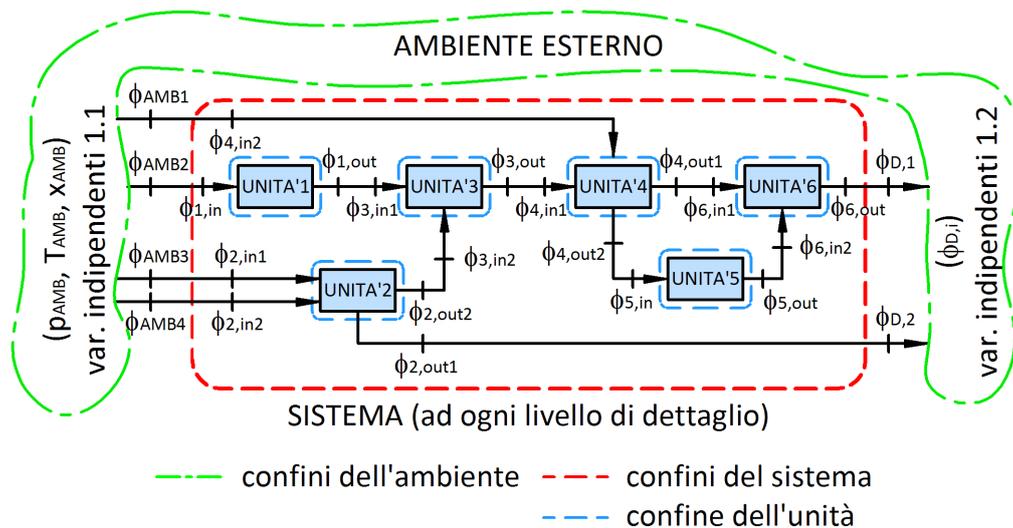


Figura 2.9: Sistema generico collegato con l'ambiente e con la domanda

La Figura 2.9 mostra un generico sistema di sei Unità connesse tra loro e connesse con l'ambiente esterno (attraverso i confini del volume di controllo, [1]). Si consideri la variabile ϕ che rappresenta una generica variabile di flusso (portata di massa, potenza, forza, momento) e una variabile Φ che rappresenta una quantità contenuta nel volume di controllo (massa, energia, quantità di moto e momento della quantità di moto).

Indipendentemente dal grado di dettaglio, le equazioni di bilancio che appaiono nel modello del sistema possono essere suddivise in tre categorie:

- a. *Equazioni di bilancio che definiscono le interconnessioni tra le Unità.* Esse stabiliscono le condizioni di uguaglianza tra le j variabili di flusso all'ingresso di una Unità i e le z variabili di flusso all'uscita dell'Unità precedente k :

$$\phi_{i,in_j}(t) = \phi_{k,out_z}(t) \quad (2.20)$$

In accordo con la Fig. 2.9, le equazioni del tipo (2.20) relative a tutte le Unità che ricevono in input flussi in che sono in uscita da altre Unità sono:

$$\text{UNITÀ 3} \quad \begin{cases} \phi_{3,in_1}(t) = \phi_{1,out_1}(t) \\ \phi_{3,in_2}(t) = \phi_{2,out_2}(t) \end{cases}$$

$$\text{UNITÀ 4} \quad \phi_{4,in}(t) = \phi_{3,out}(t)$$

$$\text{UNITÀ 5} \quad \phi_{5,in}(t) = \phi_{4,out_2}(t)$$

$$\text{UNITÀ 6} \quad \begin{cases} \phi_{6,in_1}(t) = \phi_{4,out_1}(t) \\ \phi_{6,in_2}(t) = \phi_{5,out}(t) \end{cases}$$

- b. *Equazioni di bilancio delle Unità:* esse esprimono la conservazione di massa, energia e quantità di moto attraverso il volume di controllo dell'Unità nella forma generale [1]:

$$\frac{d\Phi_i(t)}{dt} = \sum \phi_{i,in}(t) - \sum \phi_{i,out}(t) \quad (2.21)$$

Equazioni per il calcolo della variazioni di massa ed energia in forma di equazioni differenziali sono disponibili anche in [50].

Allo stato stazionario (2.21) è ridotta a:

$$\sum \phi_{i,in}(t) = \sum \phi_{i,out}(t) \quad (2.22)$$

In accordo con la Fig. 2.9 le equazioni di bilancio di tutte le Unità sono:

$$\text{UNITÀ 1} \quad \frac{\Phi_1(t)}{dt} = \phi_{1,in}(t) - \phi_{1,out}(t)$$

$$\text{UNITÀ 2} \quad \frac{\Phi_2(t)}{dt} = \phi_{2,in_1}(t) + \phi_{2,in_2}(t) - \phi_{2,out_1}(t) - \phi_{2,out_2}(t)$$

$$\text{UNITÀ 3} \quad \frac{\Phi_3(t)}{dt} = \phi_{3,in_1}(t) + \phi_{3,in_2}(t) - \phi_{3,out}(t)$$

$$\text{UNITÀ 4} \quad \frac{\Phi_4(t)}{dt} = \phi_{4,in_1}(t) + \phi_{4,in_2}(t) - \phi_{4,out_1}(t) - \phi_{4,out_2}(t)$$

$$\text{UNITÀ 5} \quad \frac{\Phi_5(t)}{dt} = \phi_{5,in}(t) - \phi_{5,out}(t)$$

$$\text{UNITÀ 6} \quad \frac{\Phi_6(t)}{dt} = \phi_{6,in_1}(t) + \phi_{6,in_2}(t) - \phi_{6,out}(t)$$

Se si assume che una delle Unità del sistema operi in condizioni stazionarie (ad esempio l'Unità 4) per essa l'equazione di bilancio diventa:

$$\text{UNITÀ 4} \quad \phi_{4,in_1}(t) + \phi_{4,in_2}(t) = \phi_{4,out_1}(t) + \phi_{4,out_2}(t)$$

Variazioni nel tempo delle quantità Φ sono in generale considerate per Unità come serbatoi e tubazioni dove i fenomeni di inerzia non possono essere trascurati.

c. *Equazioni di bilancio che definiscono le interconnessioni tra le Unità e l'esterno (ambiente e domanda dell'utanza).* Esse corrispondono all'uguaglianza tra:

- variabili di flusso provenienti dall'ambiente e entranti nel sistema:

$$\phi_{i,in_j}(t) = \phi_{AMB_k}(t) \quad (2.23)$$

- variabili di flusso uscenti dal sistema e inviate all'ambiente (generalmente alla domanda):

$$\phi_{D_k}(t) = \phi_{i,out_j}(t) \quad (2.24)$$

In altre parole, ambiente e domanda sono considerati, rispettivamente, come una sorgente e un pozzo.

Riferendosi nuovamente alla Fig. 2.9 le (2.23) e (2.24) che definiscono le interconnessioni del sistema con l'esterno sono:

$$\text{UNITÁ 1 } \phi_{1,in}(t) = \phi_{AMB_2}(t)$$

$$\text{UNITÁ 2 } \begin{cases} \phi_{2,in_1}(t) = \phi_{AMB_3}(t) \\ \phi_{2,in_2}(t) = \phi_{AMB_4}(t) \\ \phi_{D_2}(t) = \phi_{2out_1}(t) \end{cases}$$

$$\text{UNITÁ 6 } \phi_{D_1}(t) = \phi_{6out}(t)$$

Le equazioni di bilancio di massa, di energia e quantità di moto appartenenti alle categorie a., b. e c. viste sopra possono essere scritte per qualunque sistema a qualunque grado di dettaglio.

Normalmente le equazioni della categoria a. non appaiono esplicitamente nel modello, essendo utilizzata la medesima variabile di flusso per il flusso uscente da una Unità ed entrante nella successiva (ad esempio per l'Unità 4 in Fig. 2.9 $\phi_{5,in}(t) = \phi_{3,out_2}(t) = \phi_5(t)$).

2.4.1 Esempi di equazioni di bilancio a differenti gradi di dettaglio

Le Tab. 2.2 e 2.3 riportano, rispettivamente, tutte le equazioni di bilancio di massa ed energia relative al Macro-Sistema di Fig. 1.1, quelle del Sistema “impianto CHP” e quelle del Componente “compressore assiale”. Nelle figure (i), (ii) e (iii) in Tab.2.2 i flussi di massa sono rappresentati in azzurro, i flussi di energia elettrica in verde e i flussi di calore (ceduti negli scambiatori di calore \dot{Q}_{GEN} e alla domanda \dot{Q}_D) in arancio. Inoltre, nelle medesime figure, sono indicate le variabili del modello incluse nei bilanci di massa ed energia, che sono: le portate di massa \dot{m} in ingresso e in uscita da ogni Unità, le potenze elettriche P generate o assorbite dalle Unità, i flussi di calore \dot{Q} scambiati e, nel caso del compressore assiale, gli incrementi di entalpia totale Δh^0 . Tutte le variabili possono essere intese come tempovarianti (funzioni del tempo t) qualora l'analisi sia fatta non in un singolo istante, bensì in un certo intervallo di tempo. Come detto alla fine del paragrafo 2.4 nelle Tab.2.2 e 2.3 le equazioni di bilancio che definiscono le interconnessioni tra le Unità sono intrinsecamente verificate utilizzando la stessa variabile per indicare il flusso in uscita da un'Unità e il flusso in ingresso all'Unità successiva.

Tabella 2.2: Equazioni di bilancio di massa a ogni grado di dettaglio. Figure: (i) compressore assiale multistadio, (ii) turbogas cogenerativo, (iii) impianto di teleriscaldamento

	Categoria: Componente es.: compressore assiale multistadio		Categoria: Sistema es.: turbogas cogenerativo		Categoria: Macro-Sistema es.: impianto di teleriscaldamento	
Grado di dettaglio						
	(i)		(ii)		(iii)	
Equazioni di bilancio di massa	AMB	$\dot{m}_in = \dot{m}_{VIGV}$			AMB	$\left(\begin{matrix} \dot{m}_in = \dot{m}_1 \\ \dot{m}_{f,in} = \dot{m}_f \\ \dot{m}_5 = \dot{m}_{out} \end{matrix} \right)_i \quad i = CHP, B$
	VIGV	$\dot{m}_{VIGV} = \dot{m}_{1s}$	AMB	$\dot{m}_{f,in} = \dot{m}_f$		
	1 st stage	$\dot{m}_{1s} = \dot{m}_{2s}$		$\dot{m}_5 = \dot{m}_{out}$		
	2 nd stage	$\dot{m}_{2s} = \dot{m}_{3s} + \dot{m}_{cool,1}$	C	$\dot{m}_1 = \dot{m}_2$	CS	$\frac{dM_{CS}}{dt} = \dot{m}_{CS,in} - \dot{m}_{CS,out}$
	3 rd stage	$\dot{m}_{3s} = \dot{m}_{4s} + \dot{m}_{cool,2}$	CC	$\dot{m}_2 + \dot{m}_f = \dot{m}_3$	splitter a	$\dot{m}_{CS,out} = \dot{m}_1 + \dot{m}_{B,in}$
	4 th stage	$\dot{m}_{4s} = \dot{m}_{out}$	T	$\dot{m}_3 = \dot{m}_4$	BOILER	$\dot{m}_{B,in} = \dot{m}_{B,out}$
	D	$\dot{m}_D = \dot{m}_{out} + \dot{m}_{cool,1} + \dot{m}_{cool,2}$	HE	$\dot{m}_4 = \dot{m}_5$	splitter b	$\dot{m}_1 = \dot{m}_{CHP,in} + \dot{m}_{S,in}$
			D	$\dot{m}_{HE,out} = \dot{m}_{D,in} = \dot{m}_{D,out} = \dot{m}_{HE,in}$	SOLAR P.	$\dot{m}_{S,in} = \dot{m}_{S,out}$
					mixer c	$\dot{m}_{B,out} + \dot{m}_{S,out} = \dot{m}_2$
					CHP	$\dot{m}_{CHP,in} = \dot{m}_{CHP,out}$
					mixer d	$\dot{m}_2 + \dot{m}_{CHP,out} = \dot{m}_{HS,in}$
					HS	$\frac{dM_{HS}}{dt} = \dot{m}_{HS,in} - \dot{m}_{HS,out}$
					D	$\dot{m}_{HS,out} = \dot{m}_{D,in} = \dot{m}_{D,out} = \dot{m}_{CS,in}$

Tabella 2.3: Equazioni di bilancio di energia a ogni grado di dettaglio

Categoria: Componente es.: compressore assiale multistadio		Categoria: Sistema es.: turbogas cogenerativo		Categoria: Macro-Sistema es.: impianto di teleriscaldamento		
Equazioni di bilancio di energia	AMB	$\dot{m}_{AMB} \cdot h_{AMB}^0 = \dot{m}_{VIGV} \cdot h_{VIGV}^0$	AMB		AMB	$\left(\begin{array}{l} \dot{m}_m \cdot h_m = \dot{m}_l \cdot h_l \\ \dot{m}_{f,in} \cdot LHV = \dot{m}_f \cdot LHV \\ \dot{m}_5 \cdot h_5 = \dot{m}_{out} \cdot h_{out} \end{array} \right)_i$ $i = CHP, B$ $P_{in,W} = P_W = f(v_W)$ $P_{in,S} = I_S$
	VIGV	$\dot{m}_{VIGV} \cdot h_{VIGV}^0 = \dot{m}_{1s} \cdot h_{1s}^0$				
	1 st stage	$\dot{m}_{1s} \cdot (h_{1s}^0 + \Delta h_{1s}^0) = \dot{m}_{2s} \cdot h_{2s}^0$				
	2 nd stage	$\dot{m}_{2s} \cdot (h_{2s}^0 + \Delta h_{2s}^0) = \dot{m}_{3s} \cdot h_{3s}^0 + \dot{m}_{cool,1} \cdot h_{3s}^0$	C	$P_C = \dot{m}_1 \cdot h_1 - \dot{m}_2 \cdot h_2$	CS	$\frac{dU_{CS}}{dt} = \dot{m}_{CS,in} \cdot h_{CS,in} + \dot{m}_{CS,out} \cdot h_{CS,out}$
			CC	$\dot{Q}_{CC} = \dot{m}_2 \cdot h_2 - \dot{m}_3 \cdot h_3$		
	3 rd stage	$\dot{m}_{3s} \cdot (h_{3s}^0 + \Delta h_{3s}^0) = \dot{m}_{4s} \cdot h_{4s}^0 + \dot{m}_{cool,2} \cdot h_{4s}^0$	T	$P_T = \dot{m}_3 \cdot h_3 - \dot{m}_4 \cdot h_4$	split. a	$\dot{m}_{CS,out} \cdot h_{CS,out} = \dot{m}_1 \cdot h_1 + \dot{m}_{B,in} \cdot h_{B,in}$
			HE	$\dot{Q}_{HE} = \dot{m}_4 \cdot h_4 - \dot{m}_5 \cdot h_5 = \dot{m}_{HE,in} \cdot h_{HE,in} + \dot{m}_{HE,out} \cdot h_{HE,out} = \dot{Q}_{GEN}$		
	4 th stage	$\dot{m}_{4s} \cdot (h_{4s}^0 + \Delta h_{4s}^0) = \dot{m}_{out} \cdot h_{out}^0$	SHAFT	$P_G = P_T - P_C$	split. b	$\dot{m}_1 \cdot h_1 = \dot{m}_{CHP,in} \cdot h_{CHP,in} + \dot{m}_{S,in} \cdot h_{S,in}$
	D	$\Delta h_C^0 = \Delta h_{1s}^0 + \Delta h_{2s}^0 + \Delta h_{3s}^0 + \Delta h_{4s}^0$	D	$\dot{m}_{HE,out} \cdot h_{HE,out} = \dot{m}_{D,in} \cdot h_{D,in}$ $\dot{m}_{D,out} \cdot h_{D,out} = \dot{m}_{HE,in} \cdot h_{HE,in}$ $\dot{Q}_D = \dot{m}_{D,in} \cdot h_{D,in} + \dot{m}_{D,out} \cdot h_{D,out} = \dot{Q}_{GEN}$ $P_D = P_{GEN}$		
					mix. c	$\dot{m}_{B,out} \cdot h_{B,out} + \dot{m}_{S,out} \cdot h_{S,out} = \dot{m}_2 \cdot h_2$
				CHP	$\dot{Q}_{GEN,CHP} = \dot{m}_{CHP,in} \cdot h_{1,CHP,in} + \dot{m}_{CHP,out} \cdot h_{CHP,out}$	
				mix. d	$\dot{m}_2 \cdot h_2 + \dot{m}_{CHP,out} \cdot h_{CHP,out} = \dot{m}_{HS,in} \cdot h_{HS,in}$	
				HS	$\frac{dU_{HS}}{dt} = \dot{m}_{HS,in} \cdot h_{HS,in} + \dot{m}_{HS,out} \cdot h_{HS,out} = \dot{Q}_S$	
				D	$\dot{m}_{HS,out} \cdot h_{HS,out} = \dot{m}_{D,in} \cdot h_{D,in}$ $\dot{m}_{D,out} \cdot h_{D,out} = \dot{m}_{CS,in} \cdot h_{CS,in}$ $\dot{Q}_D = \dot{Q}_{GEN,CHP} + \dot{Q}_{GEN,S} + \dot{Q}_{GEN,B} + \dot{Q}_S$ $\int \dot{Q}_D dt = \int (\dot{Q}_{GEN,CHP} + \dot{Q}_{GEN,S} + \dot{Q}_{GEN,B}) dt$ $P_D = P_{GEN,CHP} + P_{GEN,W}$	

Livello di Componente

I bilanci di massa per il compressore assiale multistadio in Tab.2.2 (figura (i)) esprimono:

- L'uguaglianza tra la portata di massa \dot{m}_{j_s} entrante nello stadio di compressione j -esimo e la portata di massa $\dot{m}_{(j+1)_s}$ uscente dal medesimo stadio (equazioni di bilancio delle Unità, confronto con categoria b. paragrafo 2.4);
- L'uguaglianza tra la portata \dot{m}_{in} proveniente dall'ambiente e la portata \dot{m}_{VIGV} all'ingresso della prima schiera di pale statoriche a calettamento variabile (equazioni di bilancio che definiscono le interconnessioni tra le Unità e l'esterno, confronto con categoria c. paragrafo 2.4)
- L'uguaglianza tra la portata di massa \dot{m}_{in} all'aspirazione del compressore e la portata di massa \dot{m}_D richiesta dall'utenza, la quale è la somma della portata di massa \dot{m}_{out} alla mandata più le portate $\dot{m}_{cool,i}$ estratte dal compressore a pressioni intermedie (ad esempio per il raffreddamento della turbina in un impianto turbogas).

I bilanci di energia per il compressore assiale multistadio in Tab.2.3 esprimono che l'incremento di entalpia totale Δh_C^0 tra l'aspirazione e la mandata è equivalente alla somma degli incrementi di entalpia totale $\Delta h_{j_s}^0$ di ogni singolo stadio.

Si noti che, nell'esempio considerato, le Unità del compressore sono state modellate come Unità operanti in stato stazionario (tutte le equazioni sono algebriche e del tipo (2.22)).

Livello di Sistema

I bilanci di massa per il turbogas cogenerativo in Tab.2.2 (figura (ii)) esprimono:

- L'uguaglianza tra la portata in ingresso \dot{m}_j e in uscita \dot{m}_{j+1} di compressore (C, $j = 1$), turbina (T, $j = 3$) e scambiatore di calore lato caldo (HE, $j = 4$) e lato fresco ($\dot{m}_{HE,in} = \dot{m}_{HE,out}$) e l'uguaglianza tra la somma delle portate di aria \dot{m}_2 e combustibile \dot{m}_f e la portata di gas \dot{m}_3 in uscita dalla camera di combustione (CC) (equazioni di bilancio delle Unità, confronto con categoria b. paragrafo 2.4);
- L'uguaglianza tra le portate \dot{m}_{in} di aria e $\dot{m}_{f,in}$ combustibile e la portata \dot{m}_{out} di gas esausti rispettivamente provenienti dall'ambiente e rilasciata all'ambiente e le rispettive portate di massa entranti nel sistema (\dot{m}_1, \dot{m}_f) e uscente dal sistema (\dot{m}_5) (equazioni di bilancio che definiscono le interconnessioni tra le Unità e l'esterno, confronto con categoria c. paragrafo 2.4);

- L'uguaglianza tra le portate $\dot{m}_{D,in}$ inviata all'utenza e $\dot{m}_{D,out}$ proveniente dall'utenza e le portate in uscita $\dot{m}_{HE,out}$ e in ingresso $\dot{m}_{HE,in}$ al lato freddo dello scambiatore di calore (equazioni di bilancio delle Unità, confronto con categoria b. paragrafo 2.4).

I bilanci di energia in Tab.2.3 esprimono analoghe uguaglianze rispetto ai bilanci di massa con l'aggiunta dell'uguaglianza tra la potenza elettrica P_{GEN} generata dall'impianto e la potenza elettrica P_D richiesta dall'utenza. Si fa inoltre notare che, per brevità, si trascurano le perdite meccaniche nel bilancio di energia all'albero (SHAFT), il quale stabilisce che la potenza meccanica netta (P_G) è uguale alla differenza tra la potenza P_T sviluppata dalla turbina (T) e la potenza P_C assorbita dal compressore (C). Come visto per il compressore multistadio (Livello di Componente), nell'esempio considerato, le Unità del turbogas cogenerativo sono state modellate come Unità operanti in stato stazionario (tutte le equazioni sono algebriche e del tipo (2.22)).

Livello di Macro-Sistema

I bilanci di massa per l'impianto di teleriscaldamento in Tab.2.2 (figura (iii)) esprimono:

- L'uguaglianza tra la portata in ingresso e in uscita allo scambiatore della turbina cogenerativa CHP, allo scambiatore dell'impianto solare termico (SOLAR P.), alla caldaia (BOILER) e ai separatori di portata (splitter) a, b, c e d (equazioni di bilancio delle Unità, confronto con categoria b. paragrafo 2.4);
- I bilanci dei due serbatoi di accumulo termico (CS e HS): queste due Unità non possono essere modellate come operanti in stato stazionario e, quindi, le loro equazioni di bilancio di massa (ed energia) sono differenziali e del tipo (2.21) (equazioni di bilancio delle Unità, confronto con categoria b. paragrafo 2.4);
- L'uguaglianza tra le portate \dot{m}_{in} di aria e $\dot{m}_{f,in}$ combustibile e la portata \dot{m}_{out} di gas esausti rispettivamente provenienti dall'ambiente e rilasciata all'ambiente e le rispettive portate di massa entranti nella turbina a gas e nella caldaia (\dot{m}_1, \dot{m}_f) e uscente dalle medesime Unità (\dot{m}_5) (equazioni di bilancio che definiscono le interconnessioni tra le Unità e l'esterno, confronto con categoria c. paragrafo 2.4);
- L'uguaglianza tra le portate $\dot{m}_{D,in}$ inviata all'utenza e $\dot{m}_{D,out}$ proveniente dall'utenza e le portate in uscita $\dot{m}_{HS,out}$ dal serbatoio caldo e in ingresso $\dot{m}_{CS,in}$

al serbatoio freddo (equazioni di bilancio delle Unità, confronto con categoria b. paragrafo 2.4).

I bilanci di energia in Tab.2.3 esprimono analoghe uguaglianze rispetto ai bilanci di massa, in aggiunta alle quali essi esprimono:

- L'uguaglianza tra le potenze associate al vento e alla irradiazione solate (P_W e I_S) e le potenze associate al flusso di vento che approccia il generatore eolico, che è funzione della velocità v_w del vento ($P_{in,W} = f(v_w)$) e alla irradiazione solare incidente sui collettori dell'impianto solare termico ($P_{in,S}$);
- L'uguaglianza tra la somma delle potenze elettriche generate dall'impianto CHP ($P_{GEN,CHP}$) e dall'impianto eolico ($P_{GEN,W}$) e la potenza elettrica richiesta dall'utenza (P_D). Questa condizione deriva dal fatto che, nell'esempio considerato, il Macro-Sistema si considera non connesso alla rete elettrica (sistema isolato);
- L'uguaglianza tra la somma delle potenze termica generate dall'impianto CHP ($\dot{Q}_{GEN,CHP}$), dall'impianto solare termico ($\dot{Q}_{GEN,S}$) e della potenza termica associata al raffreddamento del flusso di massa del sistema di accumulo ($\dot{Q}_{GEN,S}$) e la potenza termica richiesta dall'utenza (\dot{Q}_D). Questa condizione garantisce che la potenza termica uscente dal Macro-Sistema bilanci, istante per istante, la potenza termica richiesta ma non dà nessuna informazione sull'energia sviluppata nel periodo di analisi. Infatti, grazie alla presenza del sistema di accumulo termico, la generazione termica del Macro-Sistema può differire dalla richiesta; tuttavia, per garantire la soddisfazione della domanda, è necessario aggiungere la condizione di uguaglianza tra la totale energia termica prodotta ($\int_t (\dot{Q}_{GEN,CHP} + \dot{Q}_{GEN,S} + \dot{Q}_{GEN,B}) dt$) e la totale energia termica richiesta ($\int_t \dot{Q}_D dt$) nel periodo considerato.

2.5 Conclusioni

In questo Capitolo si è ampiamente discusso della funzione e delle caratteristiche dei modelli di sistemi energetici. La costruzione di questi modelli a vari gradi di dettaglio può essere effettuata utilizzando un approccio comune che consiste in:

- Suddividere i sistemi energetici in categorie (Componete, Sistema e Macro-Sistema) al fine di identificare il grado di dettaglio, e di conseguenza l'accuratezza del modello, richiesti per rappresentare il comportamento del sistema reale con il desiderato grado di approssimazione;

- Analizzare l'influenza che le specifiche di progetto hanno sulla configurazione del sistema, in particolare le specifiche di progetto a ogni grado di dettaglio sono fissate dal sistema a grado di dettaglio inferiore;
- Selezionare in modo proprio il set delle variabili indipendenti in funzione del tipo di modello considerato: nei modelli di progetto o una portata di massa o una potenza deve essere fissata per poter valutare la "taglia" del sistema, mentre nei modelli di fuori progetto la taglia è data e il "carico" del sistema è una variabile indipendente che deve essere fissata per ottenere i valori di tutte le altre variabili del modello;
- Organizzare le variabili indipendenti in categorie (Ambiente e Prestazioni);
- Utilizzare variabili di diverso tipo (reali, reali intere, binarie) per differenti scopi;
- Definire correttamente le curve di prestazione (mappe caratteristiche) a ogni grado di dettaglio;
- Organizzare le equazioni di bilancio di massa ed energia in categorie (interconnessioni tra le Unità, bilanci delle Unità e interconnessioni con l'ambiente esterno).

L'obiettivo di questo approccio è quello di aiutare nella comprensione dei modelli di sistemi energetici e, di conseguenza, la loro costruzione a ogni grado di dettaglio.

A titolo riassuntivo l'approccio presentato è stato utilizzato per costruire il modello completo, definito in forma generale nel paragrafo 2.2.2 dalla (2.2), del Macro-Sistema di tre Unità di Fig. 2.10.

In Tab. 2.4 sono riportate tutte le equazioni del modello, per semplicità, lineare (in particolare si noti che le equazioni (x), (xi), (xii), (xiii) sono lineari) relativo al Macro-Sistema di Fig. 2.10. Con $P_{i,j}$ si indicano i flussi che rappresentano il prodotto dell'Unità i destinato all'Unità j , analogamente con $F_{i,j}$ si indicano i flussi che rappresentano il fuel proveniente dall'Unità i e in ingresso all'Unità j . Si noti che anche ambiente (A) e domanda (D) vengono considerati come Unità nella definizione dei flussi. Con L_i si indicano i flussi di perdita dell'Unità i . Le k_i rappresentano delle costanti e, al variare del valore delle $k_{1,\dots,10}$ variano le mappe caratteristiche delle tre Unità del Macro-Sistema, ciò corrisponde a considerare differenti topologie di Macro-Sistema. In particolare si noti che per caratterizzare il comportamento dell'Unità 2, che genera due prodotti, è stato necessario includere nel modello due mappe caratteristiche (equazioni (xi) e (xii)). Come visto nel paragrafo 2.3 la prima

Tabella 2.4: Modello lineare completo del Macro-Sistema di Fig. 2.10

Origine equazione	Unità	Equazione	(rif.)
Bilanci di interconnessione		$F_{1,3} = P_{3,1}$	(i)
		$F_{2,3} = P_{3,2}$	(ii)
Bilanci di Unità	UNITA' 1	$F_{A,1} = P_{1,3} + L_1$	(iii)
	UNITA' 2	$F_{A,2} = P_{2,3} + P_{2,D} + L_2$	(iv)
	UNITA' 3	$F_{1,3} + F_{2,3} = P_{3,D} + L_3$	(v)
Bilanci con l'ambiente esterno	AMBIENTE	$F_{A,1} = P_{A,1}$	(vi)
		$F_{A,2} = P_{A,2}$	(vii)
	DOMANDA	$F_{3,D} = P_{3,D}$	(viii)
		$F_{2,D} = P_{2,D}$	(ix)
Mappe caratteristiche	UNITA' 1	$F_{A,1} = k_1 \cdot P_{1,3} + k_2$	(x)
	UNITA' 2	$F_{A,2} = k_3 \cdot P_{2,3} + k_4 \cdot P_{2,D} + k_5$	(xi)
		$P_{2,D} = k_6 \cdot P_{2,3} + k_7$	(xii)
	UNITA' 3	$F_{1,3} + k_8 \cdot F_{2,3} = k_9 \cdot P_{3,D} + k_{10}$	(xiii)
Numero di equazioni		$m = 13$	
Numero di variabili		$n = 15$	
Variabili indipendenti	$(n - m = 2)$	$F_{3,D} = k_{11}$	(xiv)
		$F_{2,D} = k_{12}$	(xv)

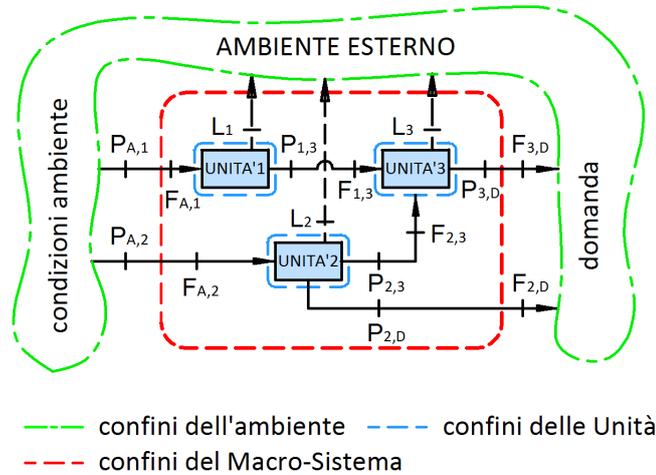


Figura 2.10: Generico Macro-Sistema composto da tre Unità

(equazione (xi) che è del tipo definito dalla (2.12)) lega il fuel $F_{A,2}$ richiesto dall'Unità ai prodotti $P_{2,3}$ e $P_{2,D}$ generati, la seconda (equazione (xii) che è del tipo definito dalla (2.13)) lega tra loro i due prodotti $P_{2,3}$ e $P_{2,D}$. Nell'esempio riportato in Tab. 2.4 i due prodotti $P_{2,3}$ e $P_{2,D}$ dell'Unità 2 sono legati da una relazione univoca. Se questo legame fosse di disuguaglianza ($P_{2,D} \leq k_6 \cdot P_{2,3} + k_7$), come quello mostrato nelle Fig. 2.5 e 2.7, sarebbe necessario definire una variabile indipendente in più nel modello (il bilancio tra equazioni e variabili sarebbe $n - m = 12 - 15 = 3$), come ad esempio il rapporto tra i due prodotti dell'Unità 2 ($\frac{P_{2,D}}{P_{2,3}} = k_{11}$). Altre topologie possono essere generate anche aggiungendo o togliendo Unità e variando le interconnessioni tra le Unità o tra Unità e ambiente.

In questa prima Parte del lavoro si è discusso su come valutare il comportamento di ciascuna configurazione possibile nelle condizioni di progetto e di fuori progetto. Inoltre, è certamente lecito chiedersi quale sia la migliore tra tutte le topologie generate; questa scelta può essere fatta, una volta costruiti i modelli delle topologie in competizione, impostando un problema di ottimizzazione che valuti l'idoneità di ogni topologia (o di ogni variazione del progetto di una topologia) a soddisfare gli obiettivi di valutazione che si desidera considerare. Nella Parte II riguarderà proprio la definizione generale del problema di ottimizzazione (Capitolo 3), la costruzione di modelli semplificati (Capitolo 4).

Parte II

Ottimizzazione della configurazione e
del funzionamento di un sistema
energetico: forma generale del
problema

L'ottimizzazione è il processo attraverso il quale si prende una decisione su come ottenere il miglior risultato in circostanze definite. Nel progetto, nella costruzione e durante il funzionamento di sistemi dell'ingegneria, devono essere prese molte decisioni di tipo tecnologico o manageriale. Lo scopo ultimo di tutte queste decisioni è sia di minimizzare lo sforzo richiesto che di massimizzare il beneficio desiderato. Poiché lo sforzo richiesto o il beneficio desiderato possono essere espressi come funzioni (chiamate *funzioni obiettivo*) di certe variabili (chiamate *variabili di decisione o libere*), l'ottimizzazione può essere definita come il processo di ricerca delle condizioni che danno il minimo o il massimo valore di una funzione matematica.

Nel Capitolo 3 verrà mostrata la forma matematica generale del problema di ottimizzazione e verranno presentati i principali metodi e algoritmi di ottimizzazione. Nel Capitolo 4 il problema di ottimizzazione verrà definito per la ricerca dell'ottima configurazione e dell'ottimo funzionamento di Macro-Sistemi energetici, introducendo alcune semplificazioni per la riduzione dello sforzo computazionale nella ricerca della soluzione. Infine, nel Capitolo 5, un approccio originale di decomposizione del problema di ottimizzazione dinamica verrà presentato con l'ausilio di esempi applicativi.

Capitolo 3

Forma generale del problema di ottimizzazione

L'ottimizzazione è un'attività basilare dell'ingegneria, poiché un compito tipico dell'ingegnere è quello di progettare sistemi migliori, più efficienti e meno costosi, o quello di elaborare schemi e procedure per migliorare il funzionamento di sistemi già esistenti. In questo Capitolo verrà formulato il problema di ottimizzazione dei sistemi energetici utilizzando un approccio comune a tutti i gradi di dettaglio definiti del Capitolo 1. Inoltre si descriveranno e discuteranno i principali metodi di ottimizzazione, evidenziandone le caratteristiche principali e i tipi di problemi ai quali possono essere applicati.

3.1 Introduzione

Nel Capitolo 1 si è visto come definire la topologia di un sistema atta a soddisfare delle date specifiche di progetto. Nel Capitolo 2 è stato presentato lo strumento per poter descrivere il comportamento di questa topologia sia in fase di progetto sia nel suo funzionamento. Questo strumento è il modello del sistema che, come noto, è una rappresentazione matematica dei componenti e dei processi inclusi nel sistema. Si è mostrato inoltre che possono esistere più topologie che assolvono alle stesse specifiche, o che una topologia data può essere gestita in modo differente per soddisfare le medesime specifiche. La caratterizzazione di queste diverse soluzioni è determinata dal valore di alcune quantità del modello chiamate variabili indipendenti.

E' lecito chiedersi in fase di progetto quale sia la migliore topologia o, per una topologia data, quale sia la miglior gestione. Per effettuare questa valutazione occorre fissare degli obiettivi i quali possono essere tradotti in relazioni matematiche, chiamate funzioni obiettivo, che legano tra loro le variabili indipendenti del modello.

Noti quindi i modelli delle (della) topologie (topologia) e fissati gli obiettivi, un modo per valutare quale sia la topologia (gestione) migliore è di simulare ripetutamente i (il) modelli (modello) al variare del valore delle variabili indipendenti. Ad ogni simulazione si determina il valore delle funzioni obiettivo per ottenere un termine di paragone tra le varie soluzioni. Questo approccio, che è un processo di ottimizzazione, è sicuramente efficace ma può risultare molto dispendioso in termini di tempo, soprattutto se la scelta deve essere fatta tra un numero molto grande di possibili soluzioni (molte variabili indipendenti).

Il processo di ottimizzazione può essere condotto in modo più efficiente grazie all'utilizzo di strumenti matematici che compiano le simulazioni ripetute seguendo una logica che porti a trovare la soluzione migliore nel modo il più rapido possibile. In letteratura l'ottimizzazione dei sistemi energetici è ampiamente trattata, in particolare si citano per la chiarezza e completezza [1–3].

La risoluzione di problemi di ottimizzazione non può prescindere da una profonda conoscenza dei metodi risolutivi e delle tecniche semplificative. A tale riguardo ottimi riferimenti sono [3, 6].

In questo Capitolo verrà prima formulato in modo rigoroso il problema di ottimizzazione, anche applicato ai sistemi energetici. Si vedranno le varie nature che tale problema può assumere e verranno riassunte i principali metodi di ottimizzazione in funzione di queste differenti nature.

3.2 Problema di ottimizzazione

Si fa riferimento ad un problema di ottimizzazione inteso come problema di minimizzazione, dal momento che il massimo di una funzione può essere trovato ricercando il minimo del negativo della stessa funzione [3]. Questo concetto è subito chiarito dalla Fig. 3.1 nella quale vengono mostrati gli andamenti di una funzione generica f , per semplicità nella sola variabile x , e della sua funzione opposta $-f$. Si può vedere che se il punto x^* corrisponde al valore minimo della funzione $f(x)$ esso corrisponde, contemporaneamente, al valore massimo della negativo $-f(x)$ della funzione $f(x)$.

In termini matematici, il problema di ottimizzazione può assumere varie forme, la seguente è stata proposta da [2] e permette di fare alcune considerazioni circa le

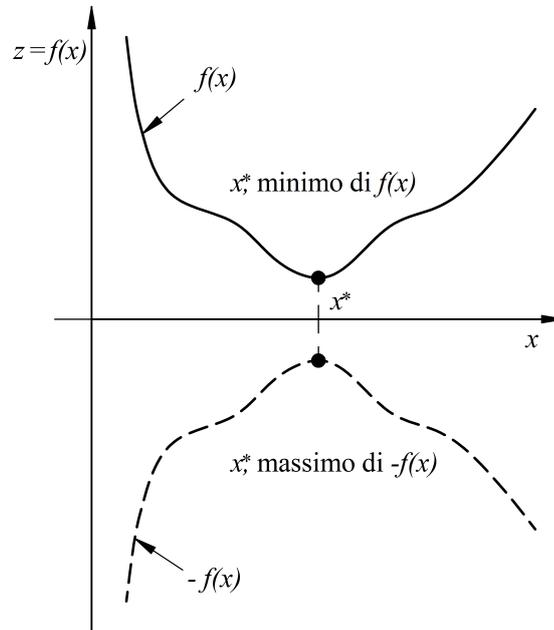


Figura 3.1: Problema di ottimizzazione come minimizzazione o massimizzazione

analogie con la formulazione del modello di sistemi energetici visto nel Capitolo 2:

Trovare $x_1, \dots, x_{(n-m)}$ che minimizzano $z = f(x_1, \dots, x_{(n-m)})$

$$\begin{aligned} & \text{sogetta a vincoli di uguaglianza} & g_1 = g_1(x_1, \dots, x_{(n-m)}) = 0 \\ & & \vdots \\ & & g_p = g_p(x_1, \dots, x_{(n-m)}) = 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} & \text{e a vincoli di disuguaglianza} & l_1 = l_1(x_1, \dots, x_{(n-m)}) \leq L_1 \\ & & \vdots \\ & & l_q = l_q(x_1, \dots, x_{(n-m)}) \leq L_q \end{aligned}$$

dove il vettore $x_1, \dots, x_{(n-m)}$ è un vettore di variabili dette indipendenti, $z = f(x_1, \dots, x_{(n-m)})$ è la funzione, detta obiettivo, della quale si cerca il punto di minimo e le relazioni $g_i(x_1, \dots, x_{(n-m)}) = 0$ (con $i = 1, \dots, p$) e $l_j = l_j(x_1, \dots, x_{(n-m)}) \leq L_j$ (con $j = 1, \dots, q$) sono, rispettivamente, i p vincoli di uguaglianza e i q vincoli di disuguaglianza del problema, con $p + q = m$. L'obiettivo di questo Capitolo è di presentare i problemi di ottimizzazione e i metodi risolutivi per potermi applicare ai sistemi energetici, e non di fare un'analisi approfondita delle medesime tematiche. Si può quindi notare sin da subito che nell'ottimizzazione di un sistema energetico (come si vedrà in dettaglio nel paragrafo 3.2.3) il vettore $x_1, \dots, x_{(n-m)}$ che compare

nella (3.1) è il vettore delle $n - m$ variabili indipendenti (con n numero di tutte le variabili, indipendenti e non) introdotto nel paragrafo 2.2 con la (2.2) e l'insieme delle equazioni $g_i(x_1, \dots, x_{(n-m)})$ e $l_j(x_1, \dots, x_{(n-m)})$ è il vettore F delle m equazioni del modello del sistema energetico.

In questa ottica nell'ottimizzazione non si assegna un valore alle variabili indipendenti del modello, esse vengono lasciate "libere" di assumere valori scelti da appositi algoritmi i quali cercano, tramite procedure iterative, il valore delle variabili indipendenti che minimizzano la funzione obiettivo. I principali algoritmi di ottimizzazione verremo brevemente discussi nel paragrafo 3.3. L'ottimizzazione corrisponde, quindi, a una serie di simulazioni ripetute del modello del sistema al variare del valore delle variabili indipendente.

Solitamente, per evitare che il problema di ottimizzazione assuma una complessità eccessiva, alcune variabili indipendenti vengono fissati a parametro (da varie considerazioni come ingegneristiche, economiche, ecc.), tutte le rimanenti lasciate "libere" vengono chiamate variabili di decisione (o libere).

La formulazione (3.1) può essere ricondotta ad una forma più generale che consideri solo le variabili di decisione, proposta da [3, 6, 14], che per comodità viene qui definita "standard":

$$\begin{aligned} & \text{Trovare } \mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n \text{ che minimizza } f(\mathbf{x}) \\ & \text{soggetta a} \quad \begin{aligned} & g_i(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{con } i = 1, \dots, p \\ & l_j(\mathbf{x}) \geq 0 \quad \text{con } j = 1, \dots, q \end{aligned} \end{aligned} \quad (3.2)$$

dove \mathbf{x} è il vettore a n dimensioni delle variabili di decisione, $f(\mathbf{x})$ è una funzione detta obiettivo, e $g_i(\mathbf{x})$ e $l_j(\mathbf{x})$ rappresentano i vincoli di uguaglianza e disuguaglianza. La soluzione del problema è un vettore x^* che ottimizza la funzione obiettivo $f(\mathbf{x})$ e non viola nessuno dei vincoli. Il *problema di ottimizzazione* si può dire pertanto che *consiste nel determinare i valori delle variabili di decisione, vincolate entro campi di variabilità espressi dai vincoli di uguaglianza e disuguaglianza, che conducono al minimo valore di una funzione, chiamata funzione obiettivo.*

Le principali proprietà del problema definito dalla (3.2) sono [2]:

- La presenza di una costante additiva alla funzione obiettivo $f(\mathbf{x})$ non altera il valore delle variabili di decisione \mathbf{x}^* corrispondenti alla soluzione ottima, ma altera solamente il valore minimo (ottimo) della funzione;
- Il valore minimo della funzione obiettivo $f(\mathbf{x})$ si verifica per lo stesso valore delle variabili di decisione (soluzione) in cui si verifica il massimo di $-f(\mathbf{x})$, come visto in Fig. 3.1.

3.2.1 Classificazione dei problemi di ottimizzazione

Vista la presenza dei vincoli $g_i(\mathbf{x})$ e $l_j(\mathbf{x})$ nella formulazione generale (3.2) il problema è detto *problema di ottimizzazione vincolata*.

Esistono anche problemi che non prevedono alcun vincolo e possono essere espressi come:

$$\text{Trovare } \mathbf{x} \in \mathfrak{R}^m \text{ che minimizza } f(\mathbf{x}) \quad (3.3)$$

Questo tipo di problema viene chiamato *problema di ottimizzazione non vincolata* ed è, chiaramente, più facilmente risolvibile rispetto al problema più generale definito dalla (3.2).

Altre classificazioni dei problemi di ottimizzazione possono essere basate[3]:

- Sulla *natura delle variabili di decisione* e, quindi, della soluzione. Si possono individuare due categorie:
 1. Problemi di ottimizzazione parametrica o statica: la soluzione è un set di variabili di decisione che minimizza la funzione obiettivo sotto l'azione di vincoli assegnati;
 2. Problemi di ottimizzazione dinamica: la soluzione, che minimizza la funzione obiettivo sotto l'azione di vincoli assegnati, è costituito da un set di funzioni continue di alcuni altri parametri (un esempio è il tempo). In altre parole la soluzione è un set di andamenti temporali delle variabili di decisione che minimizza la funzione obiettivo e assolve a tutti i vincoli assegnati;
- Sulla *natura delle equazioni* coinvolte: a seconda delle espressioni che definiscono la funzione obiettivo e i vincoli, i problemi di ottimizzazione possono essere suddivisi in lineari, non lineari, di programmazione geometrica o quadratica;
- Sui *valori permessi per le variabili* di decisione: se almeno una delle variabili di decisione può assumere solo valori interi, il problema è di programmazione intera altrimenti è un problema di programmazione a valori reali;
- Sulla *natura deterministica o meno delle variabili*: se almeno una delle variabili coinvolte nel problema è di tipo probabilistico, il problema è di programmazione stocastica, altrimenti è un problema di programmazione deterministica;
- Sulla *separabilità delle funzioni*: un problema è separabile se sia la funzione obiettivo che i vincoli possono essere espressi come somma di funzioni che dipendono da una sola delle variabili di decisione. Altrimenti il problema non è separabile.

Ovviamente i problemi di ottimizzazione possono assumere caratteristiche comuni alle categorie appena elencate.

Tipicamente i problemi di ottimizzazione nel campo dei sistemi energetici sono vincolati (vincoli del problema sono costituiti dalle equazioni e disequazioni incluse nel modello (2.2) che descrivono il comportamento del sistema, come visto sopra) di tipo non lineare (dato che la funzione obiettivo e le equazioni di vincolo sono in generale di tipo non lineare). Ciò vale sia per l'ottimizzazione del funzionamento di un sistema esistente sia per l'ottimizzazione dei suoi parametri di progetto. Tuttavia una delle semplificazioni che spesso si accetta nei problemi di ottimizzazione di sistemi energetici è di utilizzare solo equazioni lineari per poter utilizzare una programmazione di tipo lineare, come si vedrà nel Capitolo 4.

Inoltre, quando si considerino variazioni della struttura del sistema, sia nello studio del suo funzionamento (accensione o spegnimento di una o più Unità del sistema stesso) sia nel progetto (presenza o meno di Unità del sistema o possibilità di interconnettere le Unità in modi diversi), possono entrare in gioco variabili intere, e il problema assume la connotazione di problema di ottimizzazione intera. In particolare l'introduzione di variabili binarie è già stato visto nel paragrafo 2.3 e verrà analizzato nei Capitoli 4 e applicato nella Parte III di questa tesi.

Infine, se l'obiettivo è trovare il valore ottimo di una funzione in un arco temporale prefissato, come ad esempio in un problema di ricerca del minimo costo produzione o del profitto di un Sistema (impianto) o di un Macro-Sistema (gruppo di impianti) in un anno di funzionamento, le variabili di decisione (carico delle Unità) possono essere funzioni del tempo, e il problema quindi dinamico. Questo tipo di problema di ottimizzazione sarà affrontato nel Capitolo 4 dove verranno contestualmente proposte semplificazioni utili (o necessarie) per determinare la soluzione.

In questo lavoro ci si concentrerà su problemi di ottimizzazione di tipo dinamico che richiedono una programmazione mista lineare (o non lineare) intera, solitamente detti MI(N)LP.

3.2.2 Formulazione del problema di ottimizzazione

Per risolvere problemi di ottimizzazione relativi a problemi concreti dell'ingegneria (quindi anche ai sistemi energetici a qualunque grado di dettaglio) si può seguire un approccio del tutto simile a quello presentato nella Parte I di questo lavoro per la modellazione dei sistemi energetici. Questo perché l'ottimizzazione può essere vista come una serie di simulazioni ripetute del modello del sistema al variare delle variabili di decisione. La procedura per la definizione del problema di ottimizzazione è la seguente [2, 3, 14]:

1. **Definire chiaramente i confini del sistema da ottimizzare**, come visto nel paragrafo 1.2;
2. **Definire la funzione obiettivo** (chiamato anche “Performance Criterion” [14]);
3. **Scegliere le variabili di decisione**;
4. **Costruire un modello del sistema** reale, come visto nel Capitolo 2

Il successo di uno studio di ottimizzazione risiede, ovviamente, nella formulazione propria del problema: ciò richiede molta pratica e la conoscenza delle caratteristiche e punti di forza e debolezza delle diverse tecniche di ottimizzazione (le caratteristiche principali delle quali verranno presentate nel paragrafo 3.3). Si considerano ora in dettaglio i quattro step della procedura per la formulazione del problema di ottimizzazione.

Definizione dei confini del sistema

Prima di intraprendere un qualsiasi studio di ottimizzazione, come per la modellazione, è importante definire chiaramente i confini del sistema in oggetto, cioè i limiti che lo separano dal resto dell’universo. Come per la costruzione del modello la scelta dei confini del sistema non deve essere né troppo restrittiva in quanto si devono includere tutte le Unità che influenzano fortemente il comportamento del sistema né troppo ampia per evitare di complicare eccessivamente e inutilmente il modello [14]. Anche nei problemi di ottimizzazione, come visto nella costruzione del modello, per rendere il lavoro più semplice i sistemi complessi possono essere suddivisi in sottosistemi da ottimizzare separatamente. Tuttavia non vi è nessuna certezza che la soluzione ottima trovata per i sottosistemi sia la soluzione ottima per il sistema complessivo [2].

Definizione della funzione obiettivo

Si tratta di definire un criterio quantitativo per valutare e classificare le possibili soluzioni del problema di ricerca dell’ottimo e di individuare la “migliore”. La scelta della funzione obiettivo è governata dalla natura del problema (ad esempio, in problemi di progetto di strutture aeronautiche o aerospaziali, la funzione obiettivo da minimizzare può essere il peso; nel progetto di strutture civili, l’obiettivo è generalmente la minimizzazione del costo; la massimizzazione del rendimento è invece una scelta frequente nel progetto e nel funzionamento di sistemi dell’ingegneria meccanica). In ogni caso la selezione della funzione obiettivo è una delle decisioni più

importanti dell'intero processo di progetto.

In alcune situazioni può accadere che più di un criterio debba essere soddisfatto simultaneamente in questi casi il problema viene definito ottimizzazione multi-obiettivo. L'ottimizzazione multi-obiettivo esula dallo scopo di questa tesi, tuttavia la formulazione di problemi di ottimizzazione di questo tipo e gli approcci che possono essere utilizzati per risolvere problemi di ottimizzazione con più funzioni obiettivo vengono brevemente presentati nel paragrafo 3.2.4 in quanto rappresentano un concetto fondamentale della teoria dell'ottimizzazione, anche applicata ai sistemi energetici.

Scelta delle variabili di decisione

Le variabili di decisione (o libere) devono essere selezionate tra le $n - m$ variabili indipendenti del modello definite nel paragrafo 2.2.4. Il set delle variabili di decisione selezionato deve essere adatto a identificare univocamente ciascuna possibile soluzione candidata.

Le considerazioni che guidano la selezione delle variabili indipendenti tra le variabili del sistema sono:

- Distinguere tra variabili i cui valori possono cambiare e variabili i cui valori sono fissati da fattori esterni dai confini del sistema. Questi ultimi (parametri del sistema) possono essere costanti o meno;
- E' buona norma scegliere le variabili di decisione solo tra quelle indipendenti che esercitano un'influenza significativa sul comportamento del sistema.

Costruzione del modello del sistema

L'ultimo passo, la costruzione del modello del sistema (che si ricorda essere l'insieme delle equazioni e disequazioni che descrivono il comportamento del sistema ed esprimono i legami tra le variabili del sistema), costituisce la fase più critica della formulazione del problema di ottimizzazione. Le simulazioni delle Unità del sistema sono passaggi preliminari per ottimizzare un sistema in quanto necessarie a definire il comportamento del sistema nel suo complesso in un ampio range di condizioni operative [2]. Infatti, un sistema ottimizzato nelle condizioni di progetto può non essere ottimo in condizioni di fuori progetto.

Come già osservato, il livello di dettaglio del modello deve essere adeguato allo scopo dell'analisi per non aumentarne i costi senza motivo. Inoltre, può essere ragionevole cominciare l'analisi con un modello semplificato e, in seguito, procedere con un modello più dettagliato, anche per una sola parte di sistema che lo possa richiedere. In

ogni caso è sensato adeguare con eventuali semplificazioni il modello alla tecnica di ottimizzazione che si intende adottare (ad esempio linearizzazione del modello). Nel Capitolo 2 è stato presentato un approccio per la costruzione del modello di sistemi a qualsiasi grado di dettaglio.

3.2.3 L'ottimizzazione applicata ai sistemi energetici

Nel paragrafo 3.2.2 si è evidenziato che gli elementi necessari per preparare un processo di ottimizzazione (una funzione obiettivo, un insieme di variabili di decisione e un modello che lega le variabili del sistema) sono sufficientemente generali e astratti da poter essere applicati a una grande varietà di problemi del mondo reale.

Nel campo dell'ingegneria dei sistemi energetici i problemi di ottimizzazione sono:

- *Ottimizzazione del progetto*: possono esistere più progetti accettabili che assolvono alle specifiche di progetto per un nuovo sistema da realizzare, il problema è scegliere il progetto migliore tra quelli fisicamente e tecnicamente fattibili;
- *Ottimizzazione del funzionamento*: possono esistere più condizioni operative possibili per un sistema già realizzato, il problema è scegliere le condizioni operative migliori.

Nel Capitolo 1 si è visto che i flussi di energia in entrata e in uscita ad un sistema energetico hanno spesso una caratteristica variabile. Questo comporta che per l'ottenimento di un progetto ottimo di un sistema non si possa, in molti casi, prescindere dal suo funzionamento. In questo caso l'ottimizzazione è detta di progetto e di funzionamento in quanto somma delle due ottimizzazioni viste sopra.

Per la soluzione di questi tipi di problemi si è visto che è necessario definire degli obiettivi rappresentati da delle funzioni. Tipiche funzioni obiettivo per l'ottimizzazione di sistemi energetici sono di natura:

- **Termodinamica**: i parametri per la scelta della soluzione ottima sono prestazioni termodinamiche del sistema. Esempi sono: massimo del rendimento, minimo consumo specifico, massima potenza specifica (per ottimizzazioni di progetto);
- **Economica**: i parametri per la scelta della soluzione ottima sono legati ai costi o ai flussi di costo del sistema. Esempi tipici sono: minimo costo totale (per ottimizzazioni di progetto); minimo costo nell'unità di tempo, massimo profitto nell'unità di tempo (per ottimizzazioni di progetto e funzionamento);

- **Ambientali:** i parametri per la scelta della soluzione ottima sono legati alle emissioni del sistema nell'ambiente. Un esempio è la minimizzazione dell'impatto ambientale (una possibile funzione obiettivo per la minimizzazione dell'impatto ambientale può essere una funzione termoeconomica definita per esprimere in termini monetari l'impatto ambientale¹ [51]) (per ottimizzazioni di progetto e funzionamento);
- **Termoeconomica:** i parametri per la scelta della soluzione ottima hanno natura combinata termodinamica ed economica. Questo tipo di funzioni sono generalmente definite associando un costo monetario ai flussi di massa ed energia del sistema, includendo quindi implicitamente informazioni relative al rendimento termodinamico attraverso i flussi di costo del combustibile. L'uso di parametri prestazionali termodinamici è trattato ampiamente in letteratura, per il notevole interesse si citano [52–59];
- **Altra natura:** esempi sono minimizzazione del peso, dell'ingombro ecc. (per ottimizzazioni di progetto).

3.2.4 Problema di ottimizzazione multi-obiettivo

Come anticipato nel paragrafo 3.2.2 un problema di ottimizzazione multi-obiettivo richiede di soddisfare contemporaneamente un certo numero di obiettivi diversi e spesso contrastanti tra loro: intatti, come visto nel paragrafo 3.2.3, nell'ottimizzazione del progetto e del funzionamento di sistemi energetici gli obiettivi sono generalmente di natura economica, termodinamica e ambientale. Per la loro profonda diversità questi obiettivi sono in ovvio contrasto reciproco (tipico è il conflitto tra minimo costo e massimo rendimento in sistemi energetici). A questi obiettivi sono associate funzioni obiettivo distinte, che possono essere (in)dipendenti e/o incommensurabili². Nella progettazione dei sistemi energetici, ad esempio, il rendimento termico e il denaro speso nell'unità di tempo (flusso di cassa) possono avere scarsa dipendenza reciproca.

Matematicamente, un problema di ottimizzazione multi-obiettivo con m obiettivi e n variabili di decisione comporta la minimizzazione delle componenti di un

¹dare un costo alle emissioni del sistema può aiutare ad ottenere, tramite il processo di ottimizzazione, configurazioni che possano avere un impatto ambientale minore. Tuttavia, la monetizzazione delle emissioni potrebbe introdurre una distorsione nel processo di scelta, che allontanerebbe dall'ottenimento del minimo impatto ambientale possibile, ovvero che è lecito inquinare se si paga per farlo. Sta alla professionalità e all'etica del progettista decidere se, e come, un approccio di questo tipo possa effettivamente portare alla definizione di sistemi che abbiano un impatto ambientale minore.

²due grandezze $f(x)$ e $g(x)$ si dicono incommensurabili quando non hanno alcun sottomultiplo comune, ovvero non esiste nessun rapporto $\frac{a}{b}$ tale che $f(x) = \frac{a}{b} \cdot g(x)$.

vettore di funzioni [3] e non più di una sola funzione. La forma generale di un problema di ottimizzazione multi-obiettivo è quindi

$$\text{Trovare } \mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n \text{ che minimizza } \mathbf{F}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})) \quad (3.4)$$

Il problema (3.4) può essere soggetto o meno a vincoli di uguaglianza e disuguaglianza. \mathbf{F} è la funzione di valutazione che mappa i punti dello spazio \mathfrak{R}^n delle variabili di decisione $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ nei punti dello spazio \mathfrak{R}^m delle funzioni obiettivo. L'esistenza di un ottimo globale per un problema di ottimizzazione multi-obiettivo è assai improbabile: questo significa che non esiste una combinazione di valori delle variabili di decisione che minimizza contemporaneamente tutte le componenti del vettore \mathbf{F} . Le soluzioni di un problema di ottimizzazione multi-obiettivo sono solitamente infinite, e i punti corrispondenti nello spazio delle funzioni obiettivo rappresentano i migliori compromessi possibili tra gli obiettivi in contrasto.

Il modo più semplice per trattare un problema del tipo definito nella (3.4) è di combinare linearmente le funzioni obiettivo del vettore $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ in una sola in modo da ottenere un solo criterio di scelta e ridurre il problema ad un'ottimizzazione mono-obiettivo. Pertanto, se $f_1(\mathbf{x})$ e $f_2(\mathbf{x})$ sono le due funzioni obiettivo scelte ($\mathbf{F}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}))$), si costruisce una nuova funzione obiettivo (complessiva) da ottimizzare definita come:

$$f(\mathbf{x}) = \alpha_1 \cdot f_1(\mathbf{x}) + \alpha_2 \cdot f_2(\mathbf{x}) \quad \text{dove } \alpha_1 + \alpha_2 = 1 \quad (3.5)$$

α_1 e α_2 sono coefficienti costanti il cui valore indica l'importanza (peso) relativa di una funzione obiettivo rispetto all'altra. Questo approccio permette di trovare una sola soluzione di un problema di ottimizzazione multi-obiettivo per una singola coppia di valori dei pesi α_1 e α_2 definiti nella (3.5). Al variare dei valori di α_1 e α_2 si possono determinare più soluzioni che sono egualmente ottime per entrambi gli obiettivi $f_1(\mathbf{x})$ e $f_2(\mathbf{x})$.

In termini più completi, l'approccio multi-obiettivo usa il concetto di dominanza di Pareto (generalizzazione del concetto visto nella (3.5)) per individuare il compromesso ottimo tra gli obiettivi considerati.

L'ottimalità di Pareto [60] è il concetto chiave per stabilire una gerarchia tra le soluzioni di un problema di ottimizzazione multi-obiettivo, con lo scopo di determinare se una soluzione rappresenti o meno uno dei compromessi ottimi.

Si introduce innanzitutto la definizione di dominanza di Pareto: si dice che un vettore $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_m)$ nello spazio \mathfrak{R}^m delle funzioni obiettivo domina $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_m)$ se e solo se tutte le componenti di \mathbf{u} sono minori o uguali delle componenti di \mathbf{v} e almeno una componente di \mathbf{u} è strettamente minore della corrispondente componente di \mathbf{v} , ovvero:

$$\begin{cases} u_j \leq v_j & \text{per} & j = 1, \dots, m \\ u_k < v_k & \text{per almeno un} & k \in (1, \dots, m) \end{cases}$$

Quindi una soluzione $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ di un problema di ottimizzazione multi-obiettivo viene detta ottima nel senso di Pareto rispetto all'interno spazio \mathfrak{R}^n delle variabili di decisione *se e solo se* non esiste un'altra soluzione $\hat{\mathbf{x}} = (\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n)$ per la quale $\mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}) = (f_1(\hat{\mathbf{x}}), \dots, f_m(\hat{\mathbf{x}}))$ domini $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x}))$. L'insieme dei vettori corrispondente all'insieme delle soluzioni ottimali di Pareto nello spazio \mathfrak{R}^m delle funzioni obiettivo viene detto fronte di Pareto.

La determinazione del fronte di Pareto permette di individuare tutte le soluzioni che sono egualmente ottime per tutti gli obiettivi del vettore $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ definito nella (3.4) permette di operare una scelata in funzione del peso che si intende dare ad ogni obiettivo.

3.3 I metodi di ottimizzazione

In termini generali, la teoria dell'ottimizzazione è una branca della ricerca operativa [2], un campo della matematica che tratta problemi di "decision making", il cui scopo è di identificare la soluzione migliore tra un set di alternative in funzione di dati obiettivi, senza doverle indagare tutte.

Non esiste un singolo metodo disponibile per risolvere tutti i problemi di ottimizzazione in modo efficiente [6]. Un certo numero di metodi di ottimizzazione (noti come tecniche di programmazione matematica) è stato sviluppato per risolvere diversi tipi di problemi (ad es. tecniche di programmazione lineare, quadratica, dinamica, stocastica, intera, intera mista, algoritmi evolutivi, ecc.). La forza di tali metodi risiede nell'uso di concetti matematici abbastanza semplici, spesso organizzati in procedure iterative che eseguono dei calcoli secondo uno schema logico rigoroso e tale da poter essere implementato facilmente in routine di calcolo.

I principali metodi ottimizzazione, e le loro caratteristiche, sono [2, 3]:

- Metodi analitici (o classici): questi metodi possono essere applicati per risolvere problemi di ottimizzazione non vincolata e vincolata (come si vedrà nel paragrafo 3.3.1).

Nel caso di ottimizzazione non vincolata le derivate della funzione obiettivo sono utilizzate per definire condizioni necessarie e sufficienti affinché un punto sia di ottimo.

Nel caso di ottimizzazione vincolata la condizione necessaria affinché un punto sia di ottimo viene applicata ad una funzione, chiamata Lagrangiano, che è

una combinazione lineare della funzione obiettivo e dei vincoli, questi ultimi vengono moltiplicati per opportune variabili dette moltiplicatori di Lagrange. Il metodo dei moltiplicatori di Lagrange può essere applicato direttamente a problemi di ottimizzazione vincolata (si faccia riferimento alla formulazione standard (3.2) con soli vincoli di uguaglianza $g_i(\mathbf{x})$, tuttavia la presenza di vincoli di disuguaglianza $l_j(\mathbf{x})$ può essere gestita indirettamente tramite le condizioni necessarie di Kuhn-Tucker che verranno esposte in sintesi in seguito. Per questo motivo nella (3.2) si sono indicati con notazione differente i vincoli di uguaglianza e disuguaglianza, più avanti, per semplicità, si userà la notazione più compatta (3.18) che indicherà i vincoli con un'unica notazione. I requisiti che il problema di ottimizzazione deve avere per poter essere risolto da questi metodi è la derivabilità della funzione obiettivo $f(\mathbf{x})$ (due volte derivabile) e dei vincoli;

- Metodi diretti (o di ricerca): questi metodi possono essere applicati per risolvere problemi di ottimizzazione multivariabile, non lineare, vincolata e non (come si vedrà nel paragrafo 3.3.2).

Questi metodi sfruttano l'analisi di un numero di set di valori delle variabili di decisione per trarre conclusioni sull'ordine di grandezza della funzione obiettivo per questi set. L'ovvio metodo per determinare la soluzione del problema è quello di calcolare tutti i valori della funzione obiettivo per tutti i possibili set di valori delle variabili di decisione. Tale metodo è chiaramente poco efficiente, specialmente se applicato a funzioni obiettivo multivariabile. Molto più efficiente sono invece i metodi diretti (o di ricerca) che, partendo da una soluzione di primo tentativo, aggiornano la soluzione in un processo di ricerca iterativo utilizzando una direzione e un passo di ricerca. Diverse definizioni per la determinazione della direzione e del passo di ricerca caratterizzano differenti metodi diretti (es. metodi di Newton-Rapson, del gradiente, SQP, ecc.). Quando i metodi diretti sono applicati a funzioni continue, dove vengono considerati solo punti discreti della funzione obiettivo, il punto di ottimo non può essere trovato in un numero finito di iterazione, bensì può essere solamente avvicinato (solitamente si assume che l'ottimo sia stato trovato quando due valori successivi delle variabili di decisione, o della funzione obiettivo, sono sufficientemente vicini). D'altra parte, nei problemi dove sono presenti discontinuità (ad esempio dimensioni o taglie a step finiti delle Unità del sistema), i metodi diretti sono superiori ai metodi analitici a causa dell'incalcolabilità delle derivate nei punti di discontinuità;

- Metodi³ di programmazione (ottimizzazione) dinamica: spesso la parola ottimizzazione, specialmente nella letteratura in lingua inglese, viene sostituita

³più propriamente la programmazione dinamica è una *tecnica* di ottimizzazione, non un metodo in quanto non viene applicata per risolvere il problema di ottimizzazione ma per semplificarlo, come

dalla parola programmazione (programming). Nei problemi di ottimizzazione dinamici la soluzione è una funzione ottima e non uno stato stazionario ottimo, come visto in precedenza nel paragrafo 2.2. Infatti, la risoluzione di problemi di ottimizzazione con tutti gli altri metodi menzionati qui porta alla determinazione di un set di variabili di decisione $\mathbf{x}^* = x_1^*, \dots, x_n^*$ che risulta nell'ottimo valore $f(\mathbf{x}^*)$ della funzione obiettivo. Il problema che richiede una programmazione dinamica, invece, è un problema dove la soluzione desiderata è un andamento, solitamente in funzione del tempo t , delle variabili di decisione. Quindi il risultato è un set di funzioni delle variabili di decisione, ovvero la soluzione è del tipo $\mathbf{x}^*(t) = \mathbf{x}_1^*(t), \dots, \mathbf{x}_n^*(t)$. La programmazione dinamica è legata al calcolo delle variazioni delle variabili di decisione, e lo fa attraverso una serie di processi discreti nei quali il calcolo delle variazioni viene eseguito in modo continuo e sequenziale. La caratteristica dinamica della soluzione voluta complica notevolmente la risoluzione del problema e ne aumenta, di conseguenza, il costo computazionale ed economico. La programmazione dinamica è una tecnica applicata a questo tipo di problemi al fine di semplificarne la risoluzione, maggiori dettagli verranno forniti nel paragrafo 3.3.3;

- Metodi di programmazione (ottimizzazione) geometrica: questi metodi ottimizzano un problema descritto da funzioni che sono una somma di polinomi nei quali le variabili di decisione possono comparire elevate ad esponenti interi e non. E' quindi chiaro che questi metodi vengano ampiamente utilizzati in ambito energetico, specialmente nell'analisi di sistemi termici con grado di dettaglio di Sistema (confronto con paragrafo 1.3);
- Metodi di programmazione (ottimizzazione) lineare: questi metodi richiedono, per la loro applicazione, che tutte le relazioni tra le variabili di decisione definite nella (3.2) siano lineari. Questa caratteristica non vieta di utilizzare altri metodi per la risoluzione del problema, ma permette di sfruttare metodi che trovino la soluzione in modo più rapido ed efficiente, come si vedrà nel paragrafo 3.3.4. Spesso nell'ambito dei sistemi energetici, in particolare a livello di Macro-Sistema, le equazioni che descrivono il comportamento delle Unità possono essere ben approssimate da relazioni lineari. In questo modo, come si verà nel Capitolo 4 e nella Parte III, il problema di ottimizzazione risulta "più agevole" da risolvere e permette quindi di analizzare problemi di grande dimensione, specialmente quando il problema è dinamico (ricerca della gestione ottima del Macro-Sistema);
- Metodi di programmazione (ottimizzazione) intera: questi metodi vengono utilizzati quando, nella funzione obiettivo o nei vincoli sono presenti delle variabili di decisione che possono assumere solo valori interi (es. per considerare

si vedrà nel paragrafo 3.3.3

cambi di velocità discreti in Unità rotanti, per la generazione di differenti topologie al variare delle interconnessioni, ecc.). Come si vedrà nel paragrafo 3.3.5 questi metodi di basano principalmente sulla soluzione di sottoproblemi successivi nei quali le variabili intere vengono momentaneamente considerate reali e successivamente approssimate con gli interi superiori e inferiori del valore reale assunto in ciascun sottoproblema. Questi metodi di ottimizzazione possono essere utilizzati anche in problemi di ottimizzazione in cui copiano variabili binarie (utilizzate ad esempio per modellare la presenza/assenza di una Unità nella topologia del sistema in problemi di ottimizzazione del progetto, o accensione/spegnimento di una Unità in problemi di ottimizzazione del funzionamento, analogamente a quanto visto nel Capitolo 2);

- Metodi di ottimizzazione “moderni”: derivano dai risultati della moderna ricerca sui metodi di ottimizzazione e sono stati sviluppati sulla base dell’osservazione di numerosi fenomeni naturali, infatti molti processi chimici, molecolari, istintivi, evolutivi, biologici ecc. presenti in natura sono intrinsecamente delle ottimizzazioni.

In particolare tutti questi metodi si distinguono dagli algoritmi che vengono implementati per la risoluzione del problema di ottimizzazione. Tra questi metodi sono [3]:

- *Metodi genetici o evolutivi* si basano sulla considerazione che l’evoluzione delle specie viventi non è altro che la ricerca dell’ottimo adattamento all’ambiente in cui esse vivono e alle sue variazioni. Questi metodi verranno presentati nel paragrafo 3.3.6;
- *Simulated annealing (letteralmente “Ricottura Simulata”)* viene utilizzato per trovare un minimo globale in problemi di ottimizzazione che presentano più minimi locali. Il concetto di annealing (“ricottura”) deriva dalla scienza dei materiali metallici. Esso è un trattamento termico utilizzato per ridurre o eliminare difetti nel reticolo cristallino dei metalli, solitamente dovuti a lavorazioni precedenti attraverso processi di riscaldamento seguiti da un lento raffreddamento. In analogia, il difetto nel reticolo cristallino corrisponde ad una combinazione errata di elementi che definiscono la soluzione. Per approfondimenti su questo metodo si rimanda ai seguenti riferimenti: [3, 61], in particolare [61] presenta un programma di ottimizzazione simulated annealing, e l’approccio utilizzato per costruirlo, per la risoluzione di problemi dinamici legati alla strategia di controllo di sistemi energetici e chimici;
- *Particle Swarm Optimization (PSO, traducibile con “ottimizzazione con sciame di particelle”)* è un metodo euristico, ispirato al movimento degli sciame. Esso permette di identificare una nuova soluzione candidata a

essere ottima nello spazio di ricerca, sulla base di una specifica quantità detta fitness. Questo metodo, a causa dell'algoritmo che viene utilizzato, non dà nessuna garanzia che la soluzione ottima venga trovata; tuttavia permette di analizzare problemi di ottimizzazione molto vasti, in quanto nella formulazione del problema non viene richiesta alcuna assunzione ed è quindi consentita l'esplorazione di larghissimi spazi di possibili soluzioni (operazione non permessa con altri metodi più efficienti ma "restrittivi"). Il metodo non richiede di calcolare (esattamente o in modo approssimato) i gradienti del problema e dunque può essere utilizzata per risolvere problemi di ottimizzazione non regolari, discontinui, ecc.; inoltre risulta efficiente in problemi di ottimizzazione multiobiettivo.

L'algoritmo utilizzato, simile agli algoritmi evolutivi, definisce una popolazione di soluzioni candidate ad essere ottime (dette *particle*, o *particelle*). Tali particelle possono muoversi nello spazio di ricerca sulla base di semplici relazioni che tengono in considerazione la velocità di spostamento delle particelle stesse, la migliore soluzione fin ora esplorata da ciascuna particella (concetto solitamente chiamato "conoscenza" dello spazio di fitness) e la migliore soluzione esplorata da tutte le particelle (concetto solitamente chiamato conoscenza condivisa). L'algoritmo pesa queste tre componenti per far muovere le particelle, introducendo piccole variazioni casuali per ridurre la possibilità di "intrappolamento" delle particelle in soluzioni di minimo locale del problema. Per maggiori dettagli si rimanda al riferimento [62] in cui il metodo è stato presentato e a [3];

- *Ant Colony Optimization (ACO, traducibile con "Ottimizzazione a formicaio")* si basa sul paragone con il comportamento cooperativo delle colonie reali di formiche, le quali sono capaci di trovare la strada più breve dal loro formicaio alla fonte di cibo. Per maggiori dettagli si rimanda ai riferimenti [63, 64] nei quali il metodo è stato presentato e a [3];
- *Ottimizzazione di sistemi "Fuzzy"* si basa sul concetto che la formulazione matematica solitamente è troppo restrittiva; si pensi ad esempio alla progettazione dell'Unità di un sistema a livello di Componente (es. l'albero rotante di una turbina idraulica), la scienza delle costruzioni impone che lo stress σ nelle condizioni di carico di progetto sia inferiore a un valore massimo σ_{max} ($\sigma \leq \sigma_{max}$). Se $\sigma_{max} = 210MPa$ viene imposto che un progetto con stress dell'albero di $\sigma = 210MPa$ è accettabile mentre un progetto con $\sigma = 210,01MPa$ non è accettabile. Escludendo chiari motivi di sicurezza e tutela del progettista, appare chiaro che è più ragionevole avere uno stadio di transizione fra l'assoluta approvazione e l'assoluta negazione di una soluzione. Questo implica che i vincoli debba-

no essere definiti in termini “fuzzy” (confusi, sfocati, ovvero non precisi). La mancanza di precisione potrebbe apparire un difetto di questo metodo, tuttavia esso fa sì che errori sulla scelta dei vincoli, delle variabili di decisione, sulla costruzione del modello ecc. abbiano un impatto meno accentuato rispetto ad una definizione “precisa” dei vincoli. Per maggiori dettagli si rimanda ai riferimenti [3, 64, 65];

- *Ottimizzazione basata su reti neurali* è basata sull’osservazione che la grande capacità del sistema nervoso animale per la risoluzione dei problemi di tipo percettivo è data dalla capacità di archiviazione di una massiccia quantità di dati sensoriali assieme alla capacità di elaborazione parallela dei dati stessi. Una “rete neurale” è una massiccia rete parallela di interconnessioni tra singoli processori (neuroni) nella quale ogni neurone accetta un certo numero di input da parte degli altri neuroni e elabora un output che viene mandato ai nodi di output. Gli elementi necessari a definire la rete neurale sono i singoli neuroni, le interconnessioni della rete, i pesi associati alle interconnessioni tra i neuroni e le funzioni di attivazione di ciascun neurone. Le strategie computazionali neurali sono state adottate per la risoluzione di problemi di ottimizzazione negli ultimi anni, per maggiori dettagli si rimanda a [3, 66, 67].

Di seguito si vedranno in sintesi i principali metodi per l’ottimizzazione vincolata, essendo i problemi in oggetto a questa tesi tutti vincolati.

3.3.1 Metodi analitici per l’ottimizzazione vincolata

I metodi analitici sono quelli forniti dalla teoria classica dei massimi e minimi per problemi vincolati e non vincolati. Limitando le indagini ai sistemi energetici i problemi sono sempre di tipo vincolato; tuttavia la risoluzione richiede sempre la loro trasformazione in problemi non vincolati. Pertanto la conoscenza degli algoritmi risolutivi di questi ultimi risulta preliminare a quella di problemi vincolati, pur presentando gli uni e gli altri caratteristiche specifiche.

Ottimizzazione non vincolata: condizioni necessarie e sufficienti per l’esistenza di un estremo

Condizione *necessaria* affinché un vettore delle variabili di decisione $\mathbf{x}^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ sia un estremo (minimo o massimo) per la funzione continua e derivabile $f(\mathbf{x})$ è che

risulti:

$$\begin{aligned} \text{grad } f(\mathbf{x}^*) &= \nabla f(\mathbf{x}^*) = 0 \\ \text{cioè che: } & \frac{\partial f(\mathbf{x}^*)}{\partial x_1}, \frac{\partial f(\mathbf{x}^*)}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f(\mathbf{x}^*)}{\partial x_n} \end{aligned} \quad (3.6)$$

La matrice Hessiana della funzione $f(\mathbf{x})$ è definita come la matrice delle sue derivate parziali seconde:

$$[H] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \dots \\ \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_n \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

e i minori della matrice Hessiana $[H]$ sono tutte le sottomatrici quadrate di ordine i definite come:

$$[H_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1 \partial x_i} \\ \vdots & \ddots & \dots \\ \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_i \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_i^2} \end{bmatrix} \quad \text{con } i = 1, \dots, n \quad (3.8)$$

Condizione *sufficiente* affinché un vettore delle variabili di decisione $\mathbf{x}^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ sia minimo per la funzione $f(\mathbf{x})$ è che i determinanti dei minori della matrice Hessiana $[H]$, calcolati nel punto \mathbf{x}^* , siano tutti positivi:

$$|H_i^*| > 0 \quad \text{per: } i = 1, \dots, n \quad (3.9)$$

Affinché \mathbf{x}^* sia massimo, i determinanti devono invece essere alternativamente negativi e positivi:

$$\begin{cases} |H_i^*| < 0 & \text{per: } i = 1, 3, 5, \dots \\ |H_i^*| > 0 & \text{per: } i = 2, 4, 6, \dots \end{cases} \quad (3.10)$$

In altri termini si può dire che la condizione sufficiente affinché \mathbf{x}^* sia un punto di minimo (locale) o di massimo (locale) per la funzione $f(\mathbf{x})$ è che la matrice Hessiana, calcolata nel punto \mathbf{x}^* , sia rispettivamente definita positiva e definita negativa.

Casi diversi comportano l'impossibilità di esprimere un giudizio sul punto \mathbf{x}^* .

Ottimizzazione con vincoli di uguaglianza: condizioni necessarie per l'esistenza di un estremo

Come è stato detto in precedenza, i problemi di ottimizzazione in campo energetico sono sempre del tipo a più variabili e vincolati. La Matematica propone per questo

tipo di problemi il metodo classico dei moltiplicatori di Lagrange, esposto in tutti i testi di ottimizzazione di sistemi come [1–3, 14], e qui si esamina brevemente per il caso di una funzione $f(\mathbf{x})$ da minimizzare. Il problema di ottimizzazione (3.2) con soli vincoli di uguaglianza assuma la seguente forma:

$$\begin{aligned} &\text{Trovare } \mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n \text{ che minimizza } f(\mathbf{x}) \\ &\text{soggetta a } g_i(\mathbf{x}) = 0 \text{ con } i = 1, \dots, p \end{aligned} \quad (3.11)$$

La funzione Lagrangiana della funzione $f(\mathbf{x})$, o anche Lagrangiano del problema di ottimizzazione (3.11), è definito come:

$$L(\mathbf{x}, \lambda) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^p \lambda_i g_i(\mathbf{x}) \quad (3.12)$$

nella quale le variabili aggiuntive $\lambda = \lambda_1, \dots, \lambda_p$ sono dette moltiplicatori di Lagrange.

L'introduzione Lagrangiano (3.12) converte il problema vincolato dalle $g_i(\mathbf{x})$ in un problema non vincolato nel quale la nuova funzione obiettivo è il Lagrangiano stesso; il numero delle variabili del problema passa di conseguenza da n a $n + p$ vista la presenza delle nuove p variabili λ .

Il problema può quindi essere risolto, come visto sopra, introducendo la condizione di necessità:

$$\nabla L(\mathbf{x}, \lambda) = 0$$

che si traduce nel seguente sistema:

$$\begin{cases} \frac{\partial L(\mathbf{x}^*, \lambda^*)}{\partial x_r} = 0 & \text{per: } r = 1, \dots, n \\ \frac{\partial L(\mathbf{x}^*, \lambda^*)}{\partial \lambda_k} = 0 & \text{per: } k = 1, \dots, p \end{cases}$$

La condizione sufficiente affinché \mathbf{x}^* sia un punto di minimo (locale) o di massimo (locale) è che la matrice Hessiana della funzione Lagrangiana, definita come:

$$[H_L] = \nabla^2 L(\mathbf{x}, \lambda)$$

calcolata nel punto \mathbf{x}^* , sia rispettivamente definita positiva o definita negativa.

Ottimizzazione con vincoli di uguaglianza e disuguaglianza: condizioni necessarie di Kuhn-Tucker per l'esistenza di un estremo

Le condizioni necessarie affinché una soluzione \mathbf{x}^* sia ottima per un problema di ottimizzazione non lineare con vincoli di uguaglianza e disuguaglianza (del tipo (3.2)) sono state definite da Kuhn e Tucker a metà del secolo scorso [68]. Come visto il problema è:

$$\begin{aligned} & \text{Trovare } \mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n \text{ che minimizza } f(\mathbf{x}) \\ & \text{soggetta a } \quad g_i(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{con } i = 1, \dots, p \\ & \quad \quad \quad l_j(\mathbf{x}) \geq 0 \quad \text{con } j = 1, \dots, q \end{aligned}$$

Il Lagrangiano di questo problema è:

$$L(\mathbf{x}, \lambda) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^p \lambda_i g_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^q \lambda_j l_j(\mathbf{x}) \quad (3.13)$$

La condizione necessaria di Kuhn-Tucker dice che se \mathbf{x}^* è punto di minimo relativo, allora esiste il vettore $\lambda^* = \lambda_1, \dots, \lambda_{p+q}$ dei moltiplicatori di Lagrange tale che \mathbf{x}^* e λ^* soddisfino il seguente sistema:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}^*, \lambda^*) = \frac{\partial L(\mathbf{x}^*, \lambda^*)}{\partial x_r} = & \text{per } r = 1, \dots, n \text{ (a)} \\ = \frac{\partial f(\mathbf{x}^*)}{\partial x_r} + \sum_{i=1}^p \lambda_i^* \frac{\partial g_i(\mathbf{x}^*)}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^q \lambda_j^* \frac{\partial l_j(\mathbf{x}^*)}{\partial x_j} = 0 & \\ g_i(\mathbf{x}^*) = 0 & \text{per } i = 1, \dots, p \text{ (b)} \\ l_j(\mathbf{x}^*) \geq 0 & \text{per } j = 1, \dots, q \text{ (c)} \\ \lambda_j^* l_j(\mathbf{x}^*) = 0 & \text{per } j = 1, \dots, q \text{ (d)} \\ \lambda_j^* \geq 0 & \text{per } j = 1, \dots, q \text{ (e)} \\ \lambda_i^* \text{ nessuna restrizione di segno} & \text{per } i = 1, \dots, p \text{ (f)} \end{array} \right. \quad (3.14)$$

Le diverse relazioni nel sistema (3.14) hanno i seguenti significati:

- L'equazione (a) impone che il gradiente del Lagrangiano sia nullo per individuare il punto di possibile ottimo (detto anche punto di Kuhn-Tucker);
- Le relazioni (b) e (c) impongono che la soluzione \mathbf{x}^* rispetti i vincoli di uguaglianza e disuguaglianza. Inoltre queste due relazioni si possono anche vedere come derivate della funzione Lagrangiana $L(\mathbf{x}, \lambda)$ rispetto ai moltiplicatori λ ;

- La relazione (d) impone che i vincoli di disuguaglianza inattivi (per i quali è $l_j(\mathbf{x}^*) \neq 0$) abbiano moltiplicatore nullo.

Volendo eseguire una massimizzazione della funzione $f(\mathbf{x})$ anzichè la sua minimizzazione, l'unica modifica da apportare al teorema espresso sopra è l'inversione del segno di disuguaglianza nella relazioni (c) e (e) del sistema (3.14).

3.3.2 Metodi diretti per l'ottimizzazione vincolata

I metodi diretti sono metodi numerici, basati su algoritmi iterativi tali per cui, a partire da una soluzione di primo tentativo $\mathbf{x}^{(0)}$, la soluzione corrente viene aggiornata a ogni iterazione secondo la formula:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha^{(k)} d^{(k)} \quad (3.15)$$

dove $d^{(k)}$ è la cosiddetta “direzione di ricerca”, cioè il vettore nello spazio delle variabili di decisione che indica la direzione nella quale l'algoritmo stima che si trovi l'ottimo, e $\alpha^{(k)}$ è il “passo”, cioè lo scalare che misura la distanza di avanzamento nella direzione di ricerca. Nel seguito vengono illustrati alcuni tipici metodi diretti: per una panoramica completa si rimanda a testi specifici sulla materia, come ad esempio [3, 14].

Metodo di Newton-Rapson

Cercare l'estremo di una funzione $f(\mathbf{x})$ significa trovare il punto in cui le sue derivate prime $f'(\mathbf{x})$ nelle variabili di decisione \mathbf{x} sono nulle: la ricerca dell'ottimo coincide allora con la ricerca delle radici delle derivate prime. Nel caso più semplice, una sola funzione obiettivo $f(x)$ e una sola variabile di decisione x , bisogna cercare il punto in cui $f'(x) = 0$. Per determinare la radice di questa equazione viene utilizzato il metodo approssimato delle tangenti (o di Newton-Rapson, o semplicemente di Newton), nel quale la funzione $f'(x) = 0$ viene approssimata dalla sua tangente ($f''(x) = 0$) nel punto corrente.

La formula di aggiornamento (3.15) è quindi:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{f'(x)^{(k)}}{f''(x)^{(k)}} \quad (3.16)$$

dove si è posto $\alpha^{(k)} = \left| \frac{f'(x)^{(k)}}{f''(x)^{(k)}} \right|$ e $d^{(k)} = -\text{sign} \left(\frac{f'(x)^{(k)}}{f''(x)^{(k)}} \right)$.

Le considerazioni fatte sono facilmente estendibili a problemi con più variabili di decisione.

Metodo del gradiente (steepest descent)

I metodi del gradiente si basano sul calcolo del gradiente della funzione obiettivo per stabilire la direzione di ricerca dell'algoritmo. Nel metodo del gradiente semplice (o steepest descent), per ogni soluzione $\mathbf{x}^{(k)}$ la direzione di ricerca $d^{(k)}$ coincide con quella del gradiente $\nabla f(\mathbf{x}^{(k)})$. Il passo $\alpha^{(k)}$ viene stabilito invece secondo considerazioni più complesse, ad esempio andando a sondare alcuni punti della funzione lungo la direzione di ricerca per stimarne approssimativamente l'andamento.

La formula di aggiornamento (3.15) è quindi:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha^{(k)} \cdot \nabla f(\mathbf{x}^{(k)}) \quad (3.17)$$

Programmazione quadratica sequenziale (SQP)

Il metodo SQP (Sequential Quadratic Programming) risolve il problema di ottimizzazione non-lineare vincolata definito dalla (3.2) e rappresenta lo stato dell'arte nella soluzione di questa classe di problemi.

Esso si basa sulla risoluzione a ogni iterazione di sottoproblemi di programmazione quadratica che approssimano localmente il problema di ottimizzazione originario. Il problema originale viene trasformato ad ogni iterazione in un sottoproblema più semplice, il sottoproblema viene risolto, e il risultato viene usato come punto di partenza per l'iterazione successiva.

Lo scopo del processo iterativo è cercare la soluzione delle relazioni di Kuhn-Tucker (KT) (3.14) [3, 14].

Il problema di ottimizzazione lineare vincolata (3.2) può essere riscritto, per semplicità, in forma più compatta senza perdere chiaramente in generalità:

$$\begin{aligned} &\text{Trovare } \mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n \text{ che minimizza } f(\mathbf{x}) \\ &\text{soggetta a} \quad \begin{aligned} &c_i(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{con } i = 1, \dots, p \\ &c_i(\mathbf{x}) \geq 0 \quad \text{con } i = p, \dots, p + q \end{aligned} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Le relazioni KT sono condizioni almeno necessarie per l'ottimo globale in problemi di ottimizzazione vincolata del tipo (3.18). Quando il problema è convesso, cioè se la funzione obiettivo $f(\mathbf{x})$ e le funzioni di vincolo $c_i(\mathbf{x})$ sono convesse, le relazioni KT sono condizioni non solo necessarie ma anche sufficienti.

Per il problema di ottimizzazione (3.18), le equazioni KT sono espresse come:

$$\begin{cases} \nabla f(\mathbf{x}^*) + \sum_{i=1}^{p+q} \lambda_i^* \nabla c_i(\mathbf{x}^*) = 0 & \forall i \\ \lambda_i^* c_i(\mathbf{x}^*) = 0 & \text{per } i = 1, \dots, p \\ \lambda_i^* \geq 0 & \text{per } i = 1, \dots, p+q \end{cases} \quad (3.19)$$

La prima equazione stabilisce che nel punto dell'ottimo \mathbf{x}^* il gradiente della funzione obiettivo ∇f sia controbilanciato dai gradienti dei vincoli attivi ∇c_i , se questi gradienti sono moltiplicati per i rispettivi moltiplicatori di Lagrange λ . I vincoli non attivi non partecipano a questo "bilancio" in quanto i loro moltiplicatori di Lagrange vengono implicitamente posti uguali a zero dalla seconda e terza relazione.

La funzione Lagrangiana del problema (3.19) è definita con la seguente:

$$L(\mathbf{x}, \lambda) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{p+q} \lambda_i c_i(\mathbf{x}) \quad (3.20)$$

Il metodo SQP tenta di risolvere le equazioni KT con convergenza super-lineare⁴ utilizzando una procedura di aggiornamento (simile a quella del metodo di Newton-Rapson) che a ogni iterazione k approssima l'Hessiano della funzione Lagrangiana. Il valore stimato dell'Hessiano $H^{(k)}$ di $L(\mathbf{x}, \lambda)$ viene usata come approssimazione quadratica di $L(\mathbf{x}, \lambda)$ per formulare un sottoproblema di programmazione quadratica (QP) nel quale tutti i vincoli non-lineari vengono linearizzati. Questo sottoproblema assume quindi la forma alla k -esima iterazione:

$$\begin{aligned} &\text{Trovare } \mathbf{d}^{(k)} \in \mathfrak{R}^n \text{ che minimizza } \frac{1}{2} \mathbf{d}^{(k)T} H^{(k)} \mathbf{d}^{(k)} + \nabla f(\mathbf{x}^{(k)})^T \mathbf{d}^{(k)} \\ &\text{soggetta a} \quad \nabla c_i(\mathbf{x}^{(k)})^T + c_i(\mathbf{x}^{(k)}) = 0 \quad \text{con } i = 1, \dots, p \\ &\quad \quad \quad \nabla c_i(\mathbf{x}^{(k)})^T + c_i(\mathbf{x}^{(k)}) \geq 0 \quad \text{con } i = p, \dots, p+q \end{aligned} \quad (3.21)$$

La soluzione del sottoproblema (3.21), che è la direzione di ricerca $d^{(k)}$, si può ottenere utilizzando un metodo QP qualsiasi. La direzione di ricerca $d^{(k)}$ così ottenuta porta alla soluzione aggiornata candidata a risolvere il problema originario (3.19) con lo schema dei metodi diretti (3.15):

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha^{(k)} d^{(k)}$$

dove il passo $\alpha^{(k)}$ nella direzione di ricerca $d^{(k)}$ viene determinato in modo da produrre una sufficiente diminuzione di una funzione di merito, basata su una combinazione

⁴la convergenza superlineare è una convergenza con ordine maggiore di 1, in altre parole è una convergenza "più rapida" della lineare.

lineare della funzione obiettivo e dei vincoli attivi attraverso una stima dei moltiplicatori di Lagrange λ . Il metodo SQP verrà utilizzato per la risoluzione di sotto problemi di ottimizzazione nella definizione del miglior funzionamento e del miglior progetto di un Macro-Sistema nel Capitolo 5.

3.3.3 Programmazione dinamica

In molti problemi di ottimizzazioni le decisioni devono essere prese in modo sequenziale a differenti istanti di tempo, in differenti punti nello spazio, in posizioni differenti all'interno di una macchina/sistema (es. gli stadi di un compressore assiale multistadio, che sono sequenzialmente organizzati) o a differenti gradi di dettaglio (per una Unità di Componente, un Componente, un Sistema e un Macro-Sistema). Problemi di questo tipo sono chiamati *problemi di decisione sequenziali* o, dato che essi richiedono che le decisioni debbano essere prese a un certo numero di stadi, vengono anche chiamati *problemi di decisione multistadio* [3]. La programmazione dinamica è un metodo adatta all'ottimizzazione di problemi di decisione multistadio ed è stata proposta in [9, 10]. L'aggettivo "dinamica" non ha il significato classico derivante dalla meccanica, bensì indica la dipendenza del problema dal tempo o da un altro parametro che descrive la sequenzialità del problema (numero dello stadio di un sistema, grado di dettaglio dell'analisi, ecc.).

La programmazione dinamica è legata al calcolo di variazioni delle variabili di decisione, e il risultato è una o più funzioni ottime di queste variabili anziché ottimi valori (come visto per i problemi risolvibili con i metodi diretti, paragrafo 3.3.2). Per questo, come visto nel paragrafo 3.2 e come si vedrà nel Capitolo 4, i problemi dinamici di ottimizzazione costituiscono una categoria a sé nella ricerca operativa.

Nell'ambito dei sistemi energetici tutti i problemi di ottimizzazione del loro funzionamento sono in origine dinamici, in quanto quello che si vuole determinare sono le funzioni ottime che descrivono la variazione delle variabili di decisione (tipicamente i carichi delle Unità del sistema) nel tempo. Il problema di ottimizzazione dinamica può quindi essere così definito:

$$\begin{aligned} &\text{Trovare } \mathbf{x}(t) \in \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^T \quad (t = 1, \dots, T) \\ &\text{che minimizzano } f(\mathbf{x}(t)) \\ &\text{soggetta a} \quad c_i(\mathbf{x}(t)) = 0 \quad \text{con } i = 1, \dots, p \\ &\quad \quad \quad c_i(\mathbf{x}(t)) \geq 0 \quad \text{con } i = p, \dots, p + q \end{aligned} \tag{3.22}$$

dove t è la variabile che definisce la sequenzialità del problema (solitamente il tempo) tra lo stadio 1 e lo stadio T . Molti problemi di ottimizzazione di sistemi energetici

che richiederebbero una programmazione dinamica, specialmente a livello di Sistema e Macro-Sistema, vengono tuttavia semplificati per poter essere risolti con altri metodi che richiedano uno sforzo minore. Questo può essere fatto eliminando la sequenzialità dei vari stadi trascurando tutti quei vincoli, o elementi, che legano ogni stadio al successivo. Se, ad esempio, la variabile che definisce la successione di stadi è il tempo, possibili elementi che legano i vari istanti di tempo (dando sequenzialità al problema) sono: vincoli sulla massima variazione del carico, presenza di sistemi di accumulo, ecc. (come si vedrà nel capitolo 4). La dinamicità del problema, in questo caso, può essere “eliminata” trascurando tutti questi elementi. Un approccio originale, chiamato TSO-STO [69], per la semplificazione di problemi dinamici in Macro-Sistemi con Unità di accumulo (problemi fortemente dinamici) verrà presentato ed applicato nel capitolo 5.

La programmazione dinamica, quando applicabile, prevede di decomporre un problema di decisione sequenziale in una sequenza di problemi di decisione monostadio [3]. Così un problema di ottimizzazione in n variabili di decisione considerate nell'intervallo $t = 1, \dots, T$ viene decomposto in una serie di T sottoproblemi nelle n variabili considerate per un t fissato che devono essere risolti sequenzialmente, ovvero la soluzione di ogni sottoproblema rappresenta un input per il sottoproblema successivo (non vi possono essere ricicli). In molti casi questi T sottoproblemi sono più semplici da risolvere del problema originario. La decomposizione viene eseguita in modo che la soluzione ottima del problema originale possa essere ottenuta dalle T soluzioni dei sottoproblemi. La programmazione dinamica è quindi una *tecnica di ottimizzazione*, non un metodo, in quanto non è applicata per risolvere il problema di ottimizzazione, ma per semplificarlo.

Il problema dinamico (3.22) può essere classificato, per quanto detto sopra, come problema di decisione multistadio (o sequenziale) in quanto la variabile t sicuramente non genera ricicli. Di seguito ci si riferirà quindi a problemi di decisione multistadio e problemi dinamici facendo riferimento a tipi di problemi analoghi.

Si noti che non è rilevante la scelta del metodo utilizzato per risolvere i T sottoproblemi. La programmazione dinamica può quindi essere applicata a problemi a variabili discrete (intere, binarie), non convessi, discontinui e non derivabili previa la scelta opportuna del metodo risolutivo dei sottoproblemi generati.

Caratteristiche di un problema di decisione multistadio

La Fig. 3.2 mostra un problema di decisione a singolo stadio, il quale viene rappresentato con una black-box e rappresenta uno stadio t di un problema di decisione multistadio. Per comodità si fa riferimento a problemi di ottimizzazione monoobiettivo dove la variabile che definisce i vari stadi è il tempo t , tuttavia le considerazioni fatte sono del tutto generali. A ogni istante di tempo t , quindi, il problema di deci-

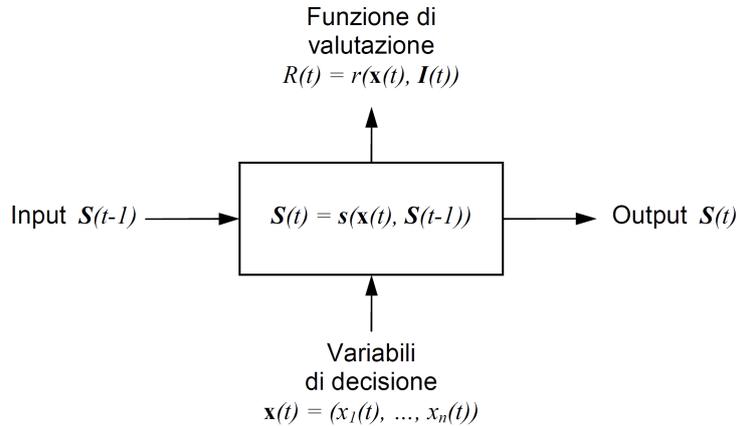


Figura 3.2: Problema di decisione a singolo stadio

sione è relativo al medesimo sistema, i vari stati rappresentano il sistema stesso in istanti di tempo diversi.

Un problema di decisione (o il processo che porta a tale decisione) può essere caratterizzato da:

1. Un certo numero di dati in input, indicati con il vettore $\mathbf{S}(t-1)$ e chiamati *variabili di input allo stadio*;
2. Un vettore $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$ delle *variabili di decisione*;
3. Un certo numero di parametri di output $\mathbf{S}(t)$ che rappresentano il risultato delle decisioni prese, e chiamati *variabili di output dello stadio*;
4. Il valore $R(t)$ di una *funzione di valutazione* (funzione obiettivo per il singolo stadio) che misura l'efficacia delle decisioni prese in funzione degli obiettivi definiti nel problema; tale valore verrà chiamato in seguito parametro di valutazione.

Per un problema di decisione a singolo stadio (Fig. 3.2) il vettore in output $\mathbf{S}(t)$ è correlato al vettore di input $\mathbf{S}(t-1)$ attraverso una funzione di trasformazione \mathbf{s} , ovvero:

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{s}(\mathbf{x}(t), \mathbf{S}(t-1)) \quad (3.23)$$

Dato che le variabili di input al sistema influenzano le decisioni che possono essere prese, parimenti la funzione di valutazione $\mathbf{R}(t)$ verrà influenzata, oltre che dalle variabili di decisione $\mathbf{x}(t)$, anche dalle variabili di input allo stadio $\mathbf{S}(t-1)$:

$$R(t) = \mathbf{r}(\mathbf{x}(t), \mathbf{S}(t-1)) \quad (3.24)$$

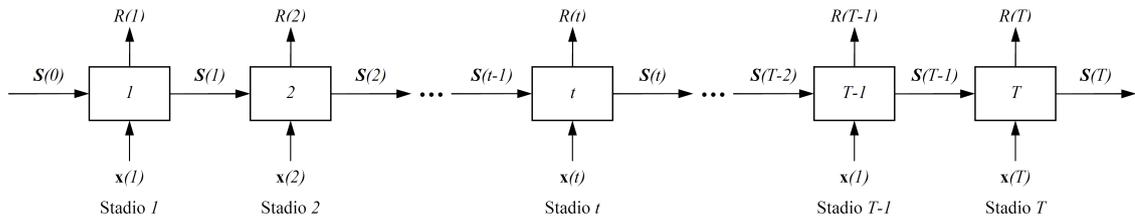


Figura 3.3: Problema di decisione multistadio come insieme di problemi di decisione a singolo stadio

Quindi, il parametro di valutazione $R(t)$ dello stadio t è influenzato dalle decisioni $\mathbf{x}(t)$ prese nello stadio stesso e dalle decisioni $\mathbf{x}(t-1)$ prese nello stadio precedente ($t-1$) attraverso il vettore $\mathbf{S}(t-1)$ (output dello stadio $t-1$ e input dello stadio t).

In Fig. 3.3 viene rappresentato schematicamente un problema di decisione multistadio, che corrisponde a una sequenza di problemi a singolo stadio (Fig. 3.2) ordinati al variare di t nell'intervallo $(1, \dots, T)$.

Analogamente alla nomenclatura usata sopra, per ogni stadio t il vettore in input è denominato $\mathbf{S}(t-1)$, le variabili di decisione $\mathbf{x}(t)$, il vettore in output $\mathbf{S}(t)$ e il valore della funzione di valutazione $R(t)$. Data la sequenzialità del problema ogni vettore $S(t)$ in input allo stadio generico t è chiaramente l'output $S(t)$ dello stadio precedente t . Da ciò le funzioni di trasformazione e di valutazione ad ogni istante di tempo (stadio) t sono ancora definite, rispettivamente, dalla (3.23) e dalla (3.24). Queste equazioni esprimono il concetto fondamentale che ogni istante di tempo t , in un problema dinamico, è legato all'istante precedente in quanto *l'output di ogni istante di tempo (stadio) e la valutazione delle decisioni prese nello stesso istante (stadio) sono funzione delle decisioni prese nell'istante di tempo (stadio) precedente.*

In ambito di ottimizzazione del funzionamento (o dell'ottimizzazione combinata del progetto e del funzionamento)⁵ di sistemi energetici la funzione di trasferimento $\mathbf{s}(\mathbf{x}(t), \mathbf{S}(t-1))$, definita nella (3.23), è rappresentata dal modello del sistema. Infatti quest'ultimo, come visto nel Capitolo 2, descrive il comportamento del sistema ad ogni istante di tempo in funzione delle condizioni (solitamente il carico) nell'istante precedente (il vettore $\mathbf{S}(t-1)$ di input nella (3.23)) e dei valori delle variabili di decisione $\mathbf{x}(t)$ scelti per l'istante considerato. L'equazione (3.23) viene spesso chiamata *equazione di progetto*, in quanto descrive il comportamento del sistema, che è funzione delle scelte fatte nel suo progetto. Le considerazioni appena fatte valgono per ciascuna categoria di grado di dettaglio definita nel Capitolo 1.

L'obiettivo di un problema di decisione multistadio è di determinare il valore

⁵questi problemi di ottimizzazioni sono, come visto nel paragrafo 3.3.3, classici problemi dinamici.

delle variabili di decisione $\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(t), \dots, \mathbf{x}(T)$ che minimizzano (massimizzano) una funzione, detta obiettivo, dei parametri di valutazione $R(t)$ di ogni singolo stadio t , ovvero $f(R(1), \dots, R(t), \dots, R(T))$, e che soddisfano alle (3.23) e dalla (3.24). Il problema di ottimizzazione dinamico definito nella (3.22) può essere definito quindi in modo differente, ovvero:

$$\begin{aligned} &\text{Trovare } \mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(t), \dots, \mathbf{x}(T) \\ &\text{che minimizzano } f(R(t)) = f(R(1), \dots, R(t), \dots, R(T)) \\ &\text{soggetta, per } t = 1, \dots, T \text{ a} \end{aligned} \tag{3.25}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(t) &= \mathbf{s}(\mathbf{x}(t), \mathbf{S}(t-1)) \\ R(t) &= \mathbf{r}(\mathbf{x}(t), \mathbf{S}(t-1)) \end{aligned}$$

Nel caso di ottimizzazione multi-obiettivo ciascuna funzioni di valutazione $R(t)$ è vettore delle varie funzioni di valutazione (ciascuna per ogni obiettivo) e, analogamente, anche la funzione obiettivo f è un vettore di funzioni che compone i rispettivi valori delle $\mathbf{R}(t)$.

La natura delle funzione di valutazione e della funzione f determina se un dato problema multistadio può essere risolto con la programmazione dinamica. Infatti, dal momento che il metodo funziona come un metodo di decomposizione, esso richiede che la funzione obiettivo sia separabile e monotona [3]. Per avere separabilità della funzione obiettivo essa deve poter essere rappresentata come combinazione delle funzioni di valutazione di ciascuno stadio. Questa richiesta può essere soddisfatta con funzioni obiettivo additive:

$$f = \sum_{t=1}^T R(t) = \sum_{t=1}^T \mathbf{r}(\mathbf{x}(t), \mathbf{S}(t-1)) \tag{3.26}$$

dove le variabili di decisione $\mathbf{x}(t)$ sono reali, oppure con funzioni obiettivo moltiplicative:

$$f = \prod_{t=1}^T R(t) = \prod_{t=1}^T \mathbf{r}(\mathbf{x}(t), \mathbf{S}(t-1)) \tag{3.27}$$

dove le variabili di decisione $\mathbf{x}(t)$ sono reali non negative.

Infine, la condizione di monotonicità della funzione obiettivo si verifica se, per qualsiasi vettore \mathbf{a} e \mathbf{b} delle variabili di decisione \mathbf{a} e \mathbf{b} tali che:

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}, \mathbf{S}(t-1)) \geq \mathbf{r}(\mathbf{x}(t) = \mathbf{b}, \mathbf{S}(t-1))$$

è soddisfatta la seguente disequazione

$$f(\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(t) = \mathbf{a}, \dots, \mathbf{x}(T)) \geq f(\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(t) = \mathbf{b}, \dots, \mathbf{x}(T)) \quad (3.28)$$

per $t = 1, \dots, T$

I problemi di ottimizzazione del funzionamento di sistemi energetici con l'obiettivo della minimizzazione del costo di generazione o della massimizzazione del profitto sono, generalmente separabili ($f = \sum_1^T entrate - uscite$) e monotoni⁶.

Tipi di problemi di decisione multistadio

I problemi di decisione (seriali) multistadio possono essere classificati in tre categorie [3] in funzione delle prescrizioni date agli input:

1. *Problema a valore iniziale*: si ha quando viene fissato il valore $\mathbf{S}(0)$ degli input all'istante $t = 0$;
2. *Problema a valore finale*: si ha quando viene fissato il valore $\mathbf{S}(T)$ degli output all'istante $t = T$. Si noti che un problema a valore finale può essere facilmente convertito in un problema a valore iniziale (categoria 1) invertendo la direzione del vettore t ($t = T, \dots, 1$);
3. *Problema a valori di confine*: si ha quando viene fissato sia il valore $\mathbf{S}(0)$ degli input all'istante $t = 0$, sia il valore $\mathbf{S}(T)$ degli output all'istante $t = T$.

I problemi di ottimizzazione dei sistemi energetici generalmente rientrano nella categoria 3. Questo perché solitamente il periodo di analisi rappresenta un "periodo tipo" e si desidera avere condizioni iniziali e finali coincidenti, per poter estendere periodicamente l'analisi.

Ottimizzazione dinamica nei sistemi energetici come problema di decisione multistadio

In molti problemi di ottimizzazione dinamica di funzionamento (o combinata di progetto e funzionamento) di sistemi energetici, come si vedrà nel Capitolo 4 e nel paragrafo 3.2.3, la funzione obiettivo è rappresentata dal costo totale di gestione in

⁶risulta semplice verificare la (3.28). Si consideri il caso di ottimizzazione del profitto: una scelta delle variabili di decisione che comporti un profitto maggiore nel solo istante di tempo t genererà anche, a parità delle scelte fatte negli altri istanti di tempo, un maggior profitto nell'intero periodo.

un determinato periodo T^7 . Tali costi sono la somma dei costi di generazione in istante $t = 1, \dots, T$ e, quindi, la funzione obiettivo di questi problemi è nella forma “additiva” del tipo (3.26).

Il problema di ottimizzazione di sistemi energetici assume la seguente forma generale del problema di decisione multistadio, nel quale ogni stadio rappresenta il sistema in ogni istante t , con funzione obiettivo additiva:

$$\begin{aligned} &\text{Trovare } \mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(t), \dots, \mathbf{x}(T) \text{ con } \mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n \text{ che minimizzano} \\ &f(\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(t), \dots, \mathbf{x}(T)) = \sum_{t=1}^T R(t) = \sum_{t=1}^T \mathbf{r}(\mathbf{x}(t), \mathbf{S}(t-1)) \\ &\hspace{20em} (3.29) \\ &\text{soggetta a} \quad S_i(t) = s_i(\mathbf{x}(t), S_i(t-1)) = 0 \quad \text{con } i = 1, \dots, p \\ &\quad \quad \quad S_i(t) = s_i(\mathbf{x}(t), S_i(t-1)) \geq 0 \quad \text{con } i = p, \dots, p+q \\ &\text{per } t = 1, \dots, T \end{aligned}$$

Per la risoluzione del problema definito dalla (3.29) ci si avvale del *concetto di sub-ottimizzazione* (ottimizzazione a più livelli) e del *principio di ottimalità* [3, 9, 10]. Questi verranno illustrati, per comodità, facendo riferimento a un problema di decisione multistadio a valore iniziale e a una variabile $x(t)$ di decisione. Tuttavia le considerazioni fatte sono di carattere generale e sono facilmente estendibili anche a problemi in più variabili di decisione, a valore finale o a valori di confine. Inoltre si continuerà a fare riferimento al parametro t come tempo, in quanto di grande interesse nell’ottimizzazione dei sistemi energetici. Tuttavia questo parametro può rappresentare anche la suddivisione del sistema da ottimizzare in una serie di sottosistemi organizzati in modo sequenziale (per applicazioni di questo tipo si rimanda a [3]).

Concetto di sub-ottimizzazione

Rispetto all’ottimizzare il sistema per tutti gli istanti di tempo (stadi) contemporaneamente (tutto il periodo T) è certamente preferibile ottimizzarlo per ogni istante t (stadio) preso singolarmente. Questo concetto non è chiaramente applicabile a tutti i problemi, e potrebbe portare a soluzioni ottime per i singoli istanti di tempo t (stadi) molto distanti dall’ottimo vero che considera l’intero periodo di tempo T . Questo deriva dalla caratteristica principale dei problemi dinamici: le scelte prese per un istante di tempo (stadio) $t-1$ influenzano quelle fattibili nel istante (stadio)

⁷i problemi di ottimizzazione con funzione obiettivo costo totale di generazione sono, chiaramente, problemi di minimizzazione. Considerazioni del tutto analoghe possono essere fatte per problemi di massimizzazione del profitto generato dal sistema nel periodo T .

t e quindi quelle fattibili in tutti i successivi $t + 1, \dots, T$.

La chiave per risolvere questo problema è, quindi, di ottimizzare per primo l'istante di tempo (stadio) che non influenza gli altri, ovvero l'ultimo ($t = T$). Nota la variabile di decisione ottima $x^*(T)$ per l'ultimo istante (stadio) si può proseguire ottimizzando contemporaneamente gli ultimi due istanti di tempo ($t = T$ e $t = T - 1$). Una volta nota anche la variabile di decisione ottima $x^*(T - 1)$ si può reiterare il procedimento sino all'ottimizzazione di tutti gli istanti di tempo (stadi). Il processo di sub-ottimizzazioni ricorsive deve quindi essere compiuto in ordine inverso.

Principio di ottimalità

Il processo di sub-ottimizzazione fu definito da Bellman [9] come il principio di ottimalità:

“Una politica ottima (o un set di decisioni ottime) ha la proprietà che qualunque sia lo stato iniziale derivato da una decisioni già prese, le rimanenti decisioni devono costituire una politica ottima (o un set di decisioni ottime) per quanto riguarda lo stato risultante dalla prima decisione” (traduzione da [3])

Questo principio permette di definire la relazione che descrive la procedura ricorsiva di sub-ottimizzazioni successive che è alla base della programmazione dinamica. Per comodità di visualizzazione l'indicazione dell'istante di tempo verrà indicata come pedice ($x_{(t)} \equiv x(t)$). Inoltre, per semplicità, si consideri il problema (3.29) in una sola variabile di decisione e con soli vincoli di uguaglianza, esso quindi consiste nel:

Minimizzare

$$f = \sum_{t=1}^T R_{(t)} = R_{(1)}(x_{(1)}, \mathbf{S}_{(0)}) + \dots + R_{(t)}(x_{(t)}, \mathbf{S}_{(t-1)}) + \dots + R_{(T)}(x_{(T)}, \mathbf{S}_{(T-1)}) \quad (3.30)$$

nella quale l'input \mathbf{S} e la variabile di decisione x sono in relazione secondo:

$$\mathbf{S}_{(t)} = \mathbf{s}(x_{(t)}, \mathbf{S}_{(t-1)}) \quad t = 1, \dots, T \quad (3.31)$$

Si considera come primo sottoproblema di ottimizzazione (sub-ottimizzazione) partendo dall'istante (stadio) finale, $t = T$.

Se gli input $\mathbf{S}_{(T-1)}$ per questo istante sono specificati allora, in accordo con il principio di ottimalità, deve essere scelta $x_{(T)}$ che ottimizza la sola $R_{(T)}$ indipendentemente da cosa succede negli altri istanti (stadi). Se il valore ottimo viene chiamato $f_{(T)}^*$, si avrà:

$$f_{(T)}^*(\mathbf{S}_{(T-1)}) = \underbrace{\text{opt}}_{x_{(T)}} [R_{(T)}(x_{(T)}, \mathbf{S}_{(T-1)})] \quad (3.32)$$

Il processo di ottimizzazione (3.32) è chiamato *politica uno-stadio* dato che quando l'input $S_{(T-1)}$ è specificato, l'ottimo valore di $R_{(T)}$, di $x_{(T)}$ e di $S_{(T)}$ sono completamente definiti. Quindi la (3.32) è un'equazione parametrica che restituisce l'ottimo $f_{(t)}^*$ in funzione di un parametro $S_{(T-1)}$ in input.

Successivamente, si esamina il secondo sottoproblema di ottimizzazione ottenuto considerando gli ultimi due istanti (stadi) T e $T - 1$. Se il valore ottimo di questo secondo sottoproblema viene chiamato $f_{(T-1)}^*$, si avrà:

$$f_{(T-1)}^*(\mathbf{S}_{(T-2)}) = \underbrace{\text{opt}}_{x_{(T)}, x_{(T-1)}} [R_{(T-1)}(x_{(T-1)}, \mathbf{S}_{(T-2)}) + R_{(T)}(x_{(T)}, \mathbf{S}_{(T-1)})] \quad (3.33)$$

Il principio di ottimalità richiede che x_T sia selezionata tale da ottimizzare R_T per un dato \mathbf{S}_{T-1} . Dato che \mathbf{S}_{T-1} può essere ottenuto una volta che x_{T-1} e \mathbf{S}_{T-2} , la (3.33) può essere riscritta come:

$$f_{(T-1)}^*(\mathbf{S}_{(T-2)}) = \underbrace{\text{opt}}_{x_{(T-1)}} [R_{(T-1)}(x_{(T-1)}, \mathbf{S}_{(T-2)}) + f_{(T)}^*(\mathbf{S}_{(T-1)})] \quad (3.34)$$

dove, quindi, $f_{(T-1)}^*$ rappresenta la politica ottima per il sottoproblema a due stadi. Questo dimostra quanto detto nei riguardi della semplificazione del problema grazie alla programmazione dinamica, infatti la dimensione del problema (3.33) viene ridotta da due a uno nel problema equivalente (3.34). Questo è più chiaramente visibile se si riscrive l'equazione (3.34) inserendo l'equazione (3.31):

$$f_{(T-1)}^*(\mathbf{S}_{(T-2)}) = \underbrace{\text{opt}}_{x_{(T-1)}} [R_{(T-1)}(x_{(T-1)}, \mathbf{S}_{(T-2)}) + f_{(T)}^*(\mathbf{s}(x_{(T-1)}, \mathbf{S}_{(T-2)}))] \quad (3.35)$$

Infatti, in questa forma, si nota chiaramente che per uno specificato input $\mathbf{S}_{(T-2)}$ l'ottimo è determinato univocamente da un'appropriata scelta della variabile di decisione x nell'unico istante $(T - 1)$, ossia $x_{(T-1)}$. Così il problema di due dimensioni definito nella (3.33), nel quale entrambi i valore $x_{(T-1)}$ e $x_{(T)}$ della variabile di decisione devono essere scelti (e variati) simultaneamente per la determinare l'ottimo $f_{(T-1)}^*$, è ridotto a due sottoproblemi di dimensione uno definiti nelle (3.32) e (3.34) (o (3.35)). Questa procedura può essere generalizzata e il t -esimo (all'istante t) sottoproblema di ottimizzazione definito dalla seguente:

$$f_{(t)}^*(\mathbf{S}_{(t-1)}) = \underbrace{\text{opt}}_{x_{(T)}, \dots, x_{(t)}} [R_{(t)}(x_{(t)}, \mathbf{S}_{(t-1)}) + R_{(t+1)}(x_{(t+1)}, \mathbf{S}_{(t)}) + \dots + R_{(T)}(x_{(T)}, \mathbf{S}_{(T-1)})] \quad (3.36)$$

che può essere riscritta, grazie al principio di ottimalità, come:

$$f_{(t)}^*(\mathbf{S}_{(t-1)}) = \underbrace{\text{opt}}_{x_{(t)}} [R_{(t)}(x_{(t)}, \mathbf{S}_{(t-1)}) + f_{(t+1)}^*(\mathbf{S}_{(t)})] \quad (3.37)$$

dove $f_{(t+1)}^*(\mathbf{S}_{(t)})$ è l'ottimo valore della funzione obiettivo corrispondente agli ultimi $T - (t - 1)$ istanti di tempo (stadi), e $\mathbf{S}_{(t)}$ è l'input dell'istante di tempo $(t + 1)$. Il problema originale (3.36) è di dimensione $T - t$ e richiede la scelta (e variazione) simultanea di $T - t$ valori $x_{(t)}, x_{(t+1)}, \dots, x_{(T)}$ per determinare l'ottimo valore di $f_{(t)} = \sum_{k=t}^T R_{(k)}$ per qualsiasi valore specificato dell'input $\mathbf{S}_{(t-1)}$. Questo problema, utilizzando il principio di ottimalità, viene decomposto in $T - t$ problemi di ottimizzazione separati, ciascuno dei quali richiede la scelta (e variazione) di un solo valore $x_{(t)}$ della variabile di decisione. L'equazione (3.37) è la relazione ricorsiva desiderata valida per $t = 1, \dots, T$. Noto quindi il valore dell'input $S_{(0)}$, avendo considerato un problema sequenziale multistadio a valore iniziale, il problema di ottimizzazione può essere risolto come T sottoproblemi separati da risolvere sequenzialmente.

Tutte le considerazioni fatte sono quindi facilmente estendibili a problemi con numero di variabili di decisione maggiore di uno, aventi vincoli anche di disuguaglianza, e a valore finale o a valori di confine.

3.3.4 Metodi di programmazione lineare

La classe di problemi di ottimizzazione vincolata più semplici è quella che comprende i problemi del tipo (3.18) nei quali la funzioni f (o le funzioni \mathbf{F} in caso di problemi di ottimizzazione multi-obiettivo definiti nella (3.4)) e \mathbf{c}_i sono tutte funzioni lineari delle variabili di decisione \mathbf{x} . La semplicità di questa classe di problemi spinge spesso a rappresentare problemi non lineari con modelli lineari approssimati per poterli risolvere con un minore sforzo. In ambito energetico questa approssimazione viene spesso accettata, specialmente in problemi di notevoli dimensioni, dinamici o particolarmente complessi. In particolare la linearizzazione rappresenta una buona approssimazione della realtà nei Macro-Sistemi energetici nei quali, come si vedrà nel Capitolo 4 e nella Parte III, le mappe caratteristiche dei Sistemi che li compongono (impianti) sono ben rappresentate da relazioni lineari.

Questi problemi, detti di programmazione lineare, sono usualmente definiti nella seguente forma "standard":

$$\begin{aligned} &\text{Trovare } \mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n \text{ che minimizza } f(\mathbf{x}) = \mathbf{a}^T \mathbf{x} \\ &\text{soggetta a } \begin{aligned} &[\mathbf{C}] (\mathbf{x}) = \mathbf{b} \\ &\mathbf{x} \geq 0 \end{aligned} \end{aligned} \tag{3.38}$$

dove $[\mathbf{C}]$ è una matrice $m \times n$ con $m \leq n$ che contiene i coefficienti dei vincoli lineari di uguaglianza. Questo tipo di problema potrebbe non avere soluzioni per due motivi:

- perché non esistono punti fattibili (che soddisfano al sistema $[\mathbf{C}](\mathbf{x}) = \mathbf{b}$); oppure
- perché la funzione obiettivo non è limitata inferiormente nella regione fattibile.

Non ci sono comunque difficoltà a verificare queste situazioni, per cui nella trattazione che segue si ipotizza che esista almeno una soluzione. Si assume inoltre che le equazioni siano tra loro indipendenti.

Considerando la forma standard (3.38) del problema, si può osservare che se $m = n$ il sistema $[\mathbf{C}](\mathbf{x}) = \mathbf{b}$ determina un'unica soluzione, e la funzione obiettivo $\mathbf{a}^T \mathbf{x}$ e i limiti $\mathbf{x} \geq 0$ non hanno alcuna influenza su di essa; nella maggior parte dei casi, tuttavia, si ha $m < n$ ⁸ e quindi rimangono $n - m$ gradi di libertà al problema. In particolare, il sistema $[\mathbf{C}](\mathbf{x}) = \mathbf{b}$ può determinare il valore di m variabili qualora siano noti i valori delle restanti $n - m$: è allora importante considerare quali valori possano prendere tali $n - m$ variabili in questa formulazione del problema.

Essendo sia funzione obiettivo sia vincoli delle funzioni lineari non ci sono curvature che passano originare minimi, dunque il punto di minimo esiste unicamente per la presenza e l'attivazione dei vincoli $x_i \geq 0$ alla frontiera della regione di fattibilità. La soluzione di un problema in forma standard si trova, quindi, sempre in corrispondenza di un vertice della regione di fattibilità: $n - m$ variabili assumono di conseguenza un valore nullo, le altre prendono valori non negativi che vengono determinati attraverso il sistema $[\mathbf{C}](\mathbf{x}) = \mathbf{b}$.

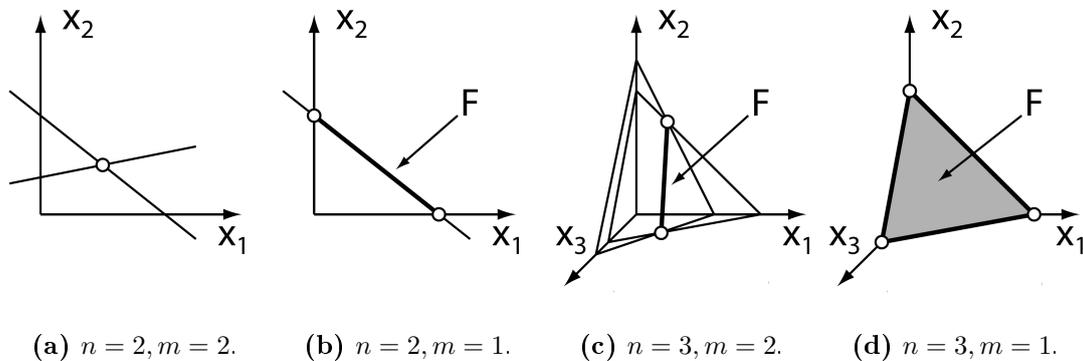


Figura 3.4: Possibili posizioni del punto di minimo di un problema di ottimizzazione lineare nella forma (3.38)

In Fig. 3.4 sono mostrati graficamente alcuni problemi di ottimizzazione lineari al variare del numero m di vincoli lineari e n delle variabili di decisione. Nella Fig. 3.4 (a) il problema rappresentato è di due equazioni in due variabili, il problema ha

⁸nel caso di modelli di sistemi energetici questa condizione è generalmente sempre verificata, confronto con paragrafo 2.2.2

quindi un'unica soluzione possibile con entrambe le variabili non nulle ($n-m=0$). La regione di fattibilità è rappresentata dall'unico punto mostrato che è intersezione dei due vincoli lineari. Nella Fig. 3.4 (b), invece, la regione di fattibilità F è il segmento della retta che rappresenta l'unico vincolo del problema. Le possibili soluzioni sono gli estremi di questo segmento, ovvero per un valore nullo di una delle due variabili di decisione ($n-m=1$). In Fig. 3.4 (c) è mostrato un problema lineare in tre variabili e avente due vincoli. Questi ultimi sono rappresentati nel piano delle variabili di decisione da due superfici piane, l'intersezione delle quali rappresenta la zona di fattibilità F che è quindi un segmento. Le possibili soluzioni sono, analogamente a quanto visto nella Fig. 3.4 (b), gli estremi di questo segmento ($n-m=1$). Infine, Fig. 3.4 (d) la zona di fattibilità F è la superficie che rappresenta l'unico vincolo del problema. Le possibili soluzioni sono quindi gli estremi di questa superficie, per un valore non nullo di una sola variabile di decisione ($n-m=2$).

La difficoltà sta dunque nel trovare quali siano le $n-m$ variabili che assumono valori nulli in corrispondenza della soluzione. In letteratura sono proposti numerosi metodi di programmazione lineare, qui si vedono brevemente le caratteristiche di due di essi, rimandando a [2, 3, 6, 14] per i dettagli.

Metodo del simplesso

Il metodo del simplesso è un metodo per la risoluzione di problemi di ottimizzazione lineare vincolata con soli vincoli di uguaglianza nella forma (3.38). Questo metodo si basa su un algoritmo ideato nel 1947 da George Dantzing.

Il sistema $[C](\mathbf{x}) = \mathbf{b}$ viene ridotto tramite operazioni sulle righe in forma canonica, una delle quali può essere ottenuta secondo le prime m variabili:

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 x_1 & + & 0 & + & \dots & + & 0 & + & c_{1,m+1}x_{m+1} & + & \dots & + & c_{1,n}x_n & = & b_1 \\
 0 & + & x_2 & + & \dots & + & 0 & + & c_{2,m+1}x_{m+1} & + & \dots & + & c_{2,n}x_n & = & b_2 \\
 \vdots & & \vdots & & \ddots & & \vdots \\
 0 & + & 0 & + & \dots & + & x_m & + & c_{m,m+1}x_{m+1} & + & \dots & + & c_{m,n}x_n & = & b_m
 \end{array} \tag{3.39}$$

Nel sistema (3.39) le x_1, \dots, x_m compaiono in una sola equazione e con coefficiente unitario e vengono chiamate variabili dipendenti, le rimanenti $n-m$ compaiono con coefficienti qualunque e vengono chiamate variabili indipendenti. Si noti che, per come sono state definite, le m variabili dipendenti formano una base per il sistema (3.39).

Il metodo del simplesso indaga solo le soluzioni del sistema di vincoli mediante la seguente procedura iterativa:

1. **Ricerca di una soluzione:** una prima soluzione possibile è quella ovvia ottenuta imponendo che tutte le $n - m$ variabili indipendenti siano nulle:

$$\begin{aligned} x_i &= 0 && \text{per } i = m + 1, \dots, n \\ x_i &= b_i > 0 && \text{per } i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.40)$$

2. **Aggiornamento della soluzione:** il metodo scambia una delle $n - m$ variabili indipendenti (prima nulla dalla (3.40)) con una delle m variabili dipendenti (prima positiva dalla (3.40)). Viene scelta la variabile indipendente che, aumentata di un valore unitario, fa diminuire maggiormente la funzione obiettivo $f(\mathbf{x}) = \mathbf{a}^T \mathbf{x}$. Tale variabile entra a far parte della base del sistema (3.40) e il suo vettore sostituisce uno dei vettori della base iniziale, definendo così una nuova forma canonica per (3.39);
3. **Termine della procedura di aggiornamento:** quando non è più possibile migliorare la funzione obiettivo (nessuna variabile indipendente, variata di un valore unitario, aumenta il valore di $f(\mathbf{x})$) la base corrente è quella ottima (sono state trovate le $n - m$ variabili indipendenti che assumono valore nullo).

Metodo dell'insieme dei vincoli attivi

Il metodo del simplesso, visto sopra, risolve problemi di ottimizzazione lineare con soli vincoli di uguaglianza. L'estensione a problemi con vincoli di disuguaglianza del tipo $x_i \geq b_i$ è possibile grazie a un metodo detto dell'insieme dei vincoli attivi.

Questo metodo, grazie all'introduzione del Lagrangiano del problema (definito nella (3.20)) permette di riconoscere i vincoli non attivi ($x_i > b_i$) e di non considerarli nella risoluzione. Tale esclusione avviene assegnando un valore nullo al moltiplicatore di Lagrange relativo a quel vincolo, in modo del tutto analogo a quanto visto nelle condizioni di Kuhn-Tucker (3.14).

3.3.5 Metodi di programmazione intera

I metodi di programmazione intera permettono di risolvere problemi di ottimizzazione nei quali sia presente almeno una variabile intera. Tali problemi sono difficilmente risolvibili con i metodi diretti (paragrafo 3.3.2), perché in corrispondenza di una variazione del valore della/delle variabile/i intera/e la funzione obiettivo è discontinua. I metodi di programmazione intera permettono di maneggiare queste discontinuità ignorando inizialmente la restrizione di interezza delle variabili, generando così sottoproblemi di ottimizzazione non interi risolvibili con qualunque metodo di ottimizzazione.

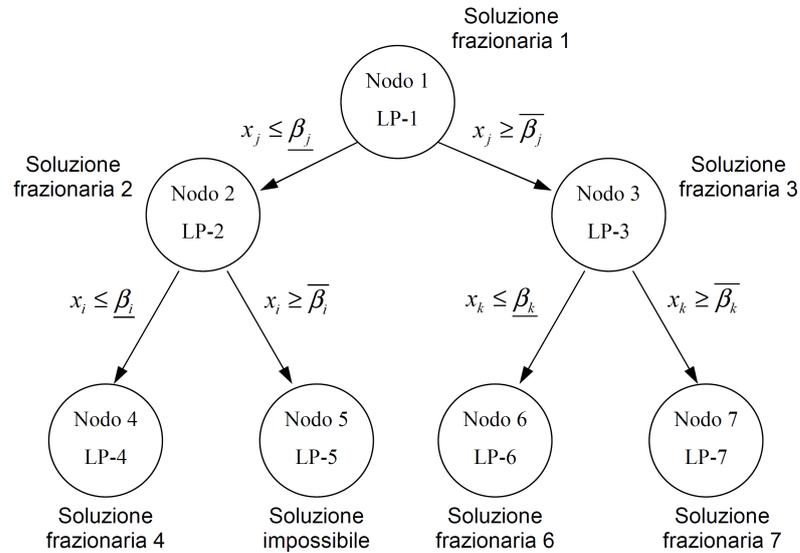


Figura 3.5: Albero di sottoproblemi LP generato dalla tecnica branch&bound

Di seguito viene presentata una tecnica per la soluzione di problemi di ottimizzazione basati su modelli lineari a variabili miste intere (detti MILP: *Mixed-Integer Linear Programming*) detto “branch&bound”. I modelli MILP sono spesso utilizzati per l’ottimizzazione di sistemi energetici come si vedrà nel Capitolo 4 e nella Parte III di questa tesi.

La tecnica branch&bound

È possibile risolvere un problema MILP ignorando la restrizione di interezza e risolvendo il problema con un qualunque metodo di programmazione lineare (paragrafo 3.3.4). Se la soluzione ottenuta prevede valori frazionari per le variabili intere si ricavano soluzioni intere approssimate con una procedura di arrotondamento.

Quando sono presenti molte variabili intere le approssimazioni potrebbero essere eccessive, occorre quindi avere uno strumento sistematico che esamini le possibili soluzioni intere e che elimini quelle che peggiorano la funzione obiettivo $f(\mathbf{x})$. La tecnica branch&bound assolve efficientemente a tale compito, essa si basa su due concetti cardine: quello di *branching* (suddivisione) e quello di *bound* (limite). Operativamente la tecnica si basa su un algoritmo che genera una sequenza di sottoproblemi di LP, chiamati *Nodi*, organizzati in una struttura ad albero (Fig. 3.5). Dopo aver risolto ogni Nodo con un qualunque metodo di programmazione lineare vengono introdotti dei vincoli aggiuntivi sulle variabili intere.

La procedura di generazione dell’albero di Nodi è la seguente:

1. Risoluzione del problema originario MILP come un problema lineare a sole variabili reali, chiamato LP-1 in Fig. 3.5. La soluzione di questo problema avrà dei valori frazionari per le variabili intere;
2. Suddivisione (*branching*) della regione di ricerca in base ad una di queste variabili intere (esempio x_j): si considera l'intero inferiore $\underline{\beta}_j$ ed superiore $\overline{\beta}_j$ del valore frazionario β_j che ha assunto la variabile intera \overline{x}_j nella soluzione LP-1;
3. Vengono definiti due nuovi sottoproblemi lineari (Nodi) LP-2 e LP-3, il primo imponendo il vincolo $x_j \leq \underline{\beta}_j$ e il secondo imponendo il vincolo $x_j \geq \overline{\beta}_j$. Ogni sottoproblema LP così definito viene risolto ottenendo una soluzione intera, frazionaria o nessuna soluzione.

Questo processo di diramazione e soluzioni di problemi LP continua finché il ramo non viene "potato".

La potatura avviene quando:

- La soluzione del Nodo è intera;
 - Il Nodo non ammette soluzioni;
 - Il valore ottimo della $f(\mathbf{x})$ del Nodo non migliora quello della soluzione intera corrente. Questo nasce dalla considerazione che la soluzione ottima di un problema lineare (*bound*) costituisce il limite inferiore della $f(\mathbf{x})$, per qualsiasi direzione che parte dal Nodo stesso.
4. L'algoritmo continua a generare Nodi finché tutti i rami vengono potati: il Nodo a cui corrisponde il valore minore della $f(\mathbf{x})$ contiene la soluzione ottima.

3.3.6 Metodi "moderni" di ottimizzazione

Come visto nel paragrafo 3.3 i più recenti metodi di ottimizzazione proposti in letteratura si basano sull'osservazione dei fenomeni naturali, in particolare sono stati proposti numerosi algoritmi (si faccia riferimento a [3, 61–67]) che implementano matematicamente questi fenomeni naturali. Tutti questi metodi partono dalla considerazione generale che la natura compie in tutti i suoi fenomeni e processi delle ottimizzazioni.

I punti di forza comuni di questi metodi sono due:

1. In molti casi permettono di risolvere problemi di ottimizzazione che presentano discontinuità e irregolarità in quanto, solitamente, non viene richiesto il calcolo di alcuna derivata del problema;

2. Permettono di ottenere più soluzioni in una sola esecuzione e quindi risultano particolarmente adatti per ottimizzazioni multi-obiettivo. Inoltre le soluzioni ottime trovate (in caso di ottimizzazione multi-obiettivo) sono di solito profondamente differenti tra loro, coprendo quindi gran parte del fronte di Pareto (la classe degli algoritmi di ricerca che implementa nel modo più diretto l'approccio di Pareto all'ottimizzazione multi-obiettivo è la classe degli algoritmi evolutivi multi-obiettivo, detti MOEA, acronimo di Multi-Objective Evolutionary Algorithm [70, 71]);
3. Permettono di risolvere problemi con presenza di minimi locali in quanto implementano meccanismi per “uscire” da condizioni di intrappolamento in questi minimi;
4. In molti casi permettono di esplorare soluzioni in un ampio spazio.

Di seguito si presentano, come esempio di una di questi metodi, alcuni algoritmi evolutivi, uno dei quali verrà utilizzato nel Capitolo 5 per l'ottimizzazione di problemi discontinui.

Metodi evolutivi per l'ottimizzazione

Come anticipato nel paragrafo 3.3 i metodi evolutivi per la risoluzione di problemi di ottimizzazione traggono la loro origine dall'osservazione fondamentale che gli esseri viventi tendono biologicamente ad adattarsi all'ambiente nel modo migliore (ottimo) al fine di sopravvivere. Questo processo di adattamento è la cosiddetta “selezione naturale” secondo la quale gli esseri viventi massimizzano la loro idoneità all'ambiente in cui vivono. Questa *idoneità* può essere pensata come la funzione obiettivo del processo di ottimizzazione *selezione naturale* e il DNA⁹ l'elemento che caratterizzano ogni possibile soluzione ottima in questo processo. Similmente si possono definire le analogie tra selezione naturale e processo di ottimizzazione riportate in Tab. 3.1.

Gli elementi di base di un metodo evolutivo, dunque, sono:

- Una popolazione di soluzioni (un insieme di soluzioni aventi caratteristiche comuni);
- Un metodo di codifica delle caratteristiche (variabili di decisione) di queste soluzioni (ad esempio codifica binaria, intera, reale, alberi di codifica);

⁹il DNA può essere visto come il mezzo con cui viene tramandata l'informazione genetica alla prole per perpetuare la specie.

Tabella 3.1: Processo di selezione naturale come problema di ottimizzazione

Processo di selezione naturale	Problema di ottimizzazione
Idoneità all'ambiente	Funzione obiettivo
Esseri viventi	Possibili soluzioni del problema di ottimizzazione
Elementi che definiscono la struttura biologica di un essere viventi (DNA)	Quantità che caratterizzano ciascuna soluzione (variabili di decisione)
Evoluzione	Processo di ricerca della soluzione ottima
Generazione di un nuovo essere vivente grazie alla riproduzione	Generazioni di una nuova soluzione "ricombinando" le caratteristiche delle soluzioni esistenti

- Un insieme di operatori matematici in grado di simulare operazioni di crossover e mutazioni dei codici per generare nuove soluzioni a partire da quelle esistenti. Questo tipo di operazioni è in analogia con i processi di riproduzione degli esseri viventi; infatti nella riproduzione le informazioni genetiche dei due individui vengono incrociate (operazione di crossover) per generare le informazioni della prole. Inoltre, in modo più o meno casuale, avvengono delle mutazioni del codice genetico (mutazione del codice) che permettono di generare individui potenzialmente più idonei alla sopravvivenza rispetto ai genitori.
- Una funzione obiettivo che misurano l'idoneità (fitness) di ciascuna soluzione (individuo).

A questi elementi si applica un vero e proprio algoritmo per l'esecuzione delle seguenti operazioni:

1. **Riproduzione** (generazione di nuove soluzioni);
2. **Valutazione della funzione obiettivo** per le nuove soluzioni;
3. **Selezione delle soluzioni** che faranno parte della nuova generazione e che produrranno nuove soluzioni.

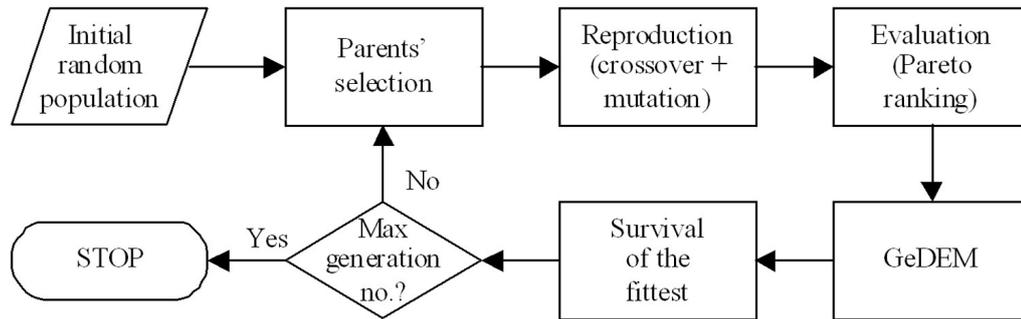


Figura 3.6: Schema del Genetic Diversity Evolution Algorithm [72]

Gli algoritmi che eseguono le operazioni sopracitate sono numerosi, e si differenziano per gli operatori che generano le riproduzioni e per i parametri di selezione. Di seguito viene presentato un algoritmo che è alla base del Genetic Diversity Evolution Method (GeDEM) proposto all'Università di Padova [72].

Algoritmo GDEA: *Genetic Diversity Evolution Algorithm*

La struttura del GDEA segue i passi principali di una strategia evolutiva $\mu + \mu$ ¹⁰ [73] ed è mostrata in Fig. 3.6. Per le variabili di decisione viene scelto di utilizzare i loro valori reali e non di codificarle in cromosomi binari.

Il primo passo è la selezione dei genitori: tutti gli individui hanno un'uguale probabilità di essere scelti come genitori dal momento che la vera selezione si ha solo dopo la fase della valutazione, quando solo μ individui tra i $\mu + \mu$ disponibili sopravvivono nella nuova generazione. I $\mu + \mu$ genitori selezionati partecipano alla fase di riproduzione, generando una prole di μ individui grazie a un operatore crossover tale per cui i valori delle variabili di decisione della prole cadono all'interno degli intervalli definiti dai valori delle variabili di decisione dei genitori. Alcuni di questi valori vengono poi mutati nella prole con una probabilità di mutazione p_{mut} .

L'intera popolazione di $\mu + \mu$ individui viene controllata per eliminare eventuali cloni i quali vengono rimpiazzati con individui generati casualmente per incoraggiare l'esplorazione dello spazio di ricerca e per dare al GeDEM un quadro più reale della diversità genetica all'interno della popolazione.

Si passa quindi alla fase di valutazione: vengono determinati i valori della funzione obiettivo dei μ individui prole, si effettua una classificazione di Pareto di tutti i $\mu + \mu$ individui secondo gli obiettivi del problema di ottimizzazione e si valuta la

¹⁰questa strategia prende il nome dalle caratteristiche del processo di scelta: su $\mu + \mu$ individui ne sopravvivono μ .

diversità genetica di ciascun individuo rispetto al resto della popolazione. In questo algoritmo viene usata come misura della diversità genetica la minima distanza euclidea da un altro individuo nello spazio delle variabili di decisione normalizzato. La peculiarità di questo algoritmo è proprio questa seconda fase di valutazione aggiuntiva (indicata con GeDEM in Fig. 3.6) che permette di esplorare efficientemente lo spazio di ricerca con una preservazione della diversità genetica all'interno della popolazione. L'obiettivo di questa seconda valutazione è, oltre all'esplorazione dello spazio di ricerca, il raffinamento della ricerca nell'intorno delle regioni più promettenti dello spazio di ricerca stesso. Le sole operazioni di mutazioni (introdotte negli algoritmi evolutivi per poter esplorare zone dello spazio di ricerca distanti da quelle dei genitori) non sono in grado di raggiungere questo obiettivo, in quanto per lo più generano individui con scarse prestazioni, che vengono immediatamente scartati o che hanno poche possibilità di partecipare alla riproduzione. Quindi devono essere "incoraggiati" non solo gli individui con le migliori prestazioni, ma anche quelli che sono necessari per esplorare efficientemente lo spazio di ricerca, ovvero gli individui che hanno caratteristiche diverse dal resto della popolazione. Questo viene fatto con la determinazione delle diversità genetiche nella selezione GeDEM.

Le μ soluzioni migliori nella classifica stilata dal GeDEM sopravvivono, mentre le rimanenti μ vengono eliminate.

Alla fine dell'iterazione, il numero di generazioni viene confrontato con un numero massimo di generazioni stabilito in partenza: se questa condizione di conclusione si verifica, l'algoritmo si arresta, altrimenti le soluzioni sopravvissute diventano la popolazione di partenza per la generazione successiva.

3.4 Conclusioni

In questo Capitolo è stata mostrata la forma generale dei problemi di ottimizzazione e si è visto come questi problemi possano essere classificati in funzione della natura delle equazioni del modello, delle variabili di decisione e della funzione obiettivo (o delle funzioni obiettivo). Questa classificazione è fondamentale per una formulazione propria del problema e per la scelta del metodo di ottimizzazione più adatto a trovare una soluzione. Inoltre è stata descritta la procedura per la formulazione del problema di ottimizzazione di sistemi energetici ad ogni grado di dettaglio.

L'ottimizzazione del progetto e del funzionamento dei sistemi energetici è generalmente un problema di ottimizzazione vincolata, dinamica e non lineare. Nel paragrafo 3.3 si sono descritti i principali metodi di ottimizzazione per la soluzione di questi tipi di problemi, evidenziandone pregi, difetti, applicabilità e proponendo possibili tecniche di semplificazioni. In particolare i metodi diretti (paragrafo 3.3.2)

richiedono che il modello di ottimizzazione sia regolare e continuo, caratteristica che ne limita l'applicabilità in alcuni problemi di ottimizzazione in campo energetico. Infatti, per una modellazione accurata dei sistemi possono essere introdotti nel modello elementi che rendono il problema di ottimizzazione discontinuo (es. variabili intere). A tale proposito si sono presentati metodi adatti a trattare queste discontinuità (paragrafi 3.3.4 e 3.3.6).

Infine, la caratteristica dinamica di molti problemi di ottimizzazione del progetto e del funzionamento di sistemi energetici comporta un notevole sforzo computazionale nella loro risoluzione. Nel paragrafo 3.3.3 è stata presentata la tecnica di programmazione dinamica che permette di ridurre notevolmente i tempi e i costi di ottimizzazione.

Capitolo 4

Forma generale del problema di ottimizzazione dinamica della configurazione e del funzionamento di Macro-Sistemi

4.1 Introduzione

Nei Capitoli 2 e 3 si sono presentati gli approcci per la modellazione e l'ottimizzazione di sistemi energetici ad ogni grado di dettaglio, fornendo i principi e gli strumenti idonei a trattare il problema in oggetto a questa tesi: l'ottimizzazione dinamica di Macro-Sistemi energetici per la conversione di flussi di energia primaria variabili in flussi di energia variabili di diversa natura.

L'ottimizzazione di Macro-Sistemi viene solitamente formulata come un problema lineare a variabili miste intere (MILP). Infatti, come visto nel paragrafo 2.3.3, i Sistemi inclusi in un Macro-Sistema sono adeguatamente rappresentati da mappe caratteristiche lineari; inoltre l'inclusione di variabili intere e binarie permette di modellare modifiche nella topologia del Macro-Sistema (inclusione/esclusione di Sistemi o differenti connessioni tra questi) o nella gestione del Macro-Sistema (accensione/spengimento dei Sistemi).

La programmazione MILP è stata introdotta nell'ottimizzazione dei sistemi energetici alla fine degli anni ottanta in [7]. Successivamente è stata applicata alla valutazione della gestione ottima di numerosi tipi di Macro-Sistemi, come ad esempio Macro-Sistemi di generazione combinata di elettricità e calore all'interno dei quali sono inclusi Sistemi di accumulo termico.

In questi problemi di ottimizzazione la funzione obiettivo è solitamente rappresentata dal profitto: esso viene calcolato come differenza tra i ricavi generati dalla vendita dell'energia elettrica e termica e i costi legati al consumo di combustibile, alle emissioni e all'acquisto e manutenzione dei Sistemi inclusi nel Macro-Sistema. Esempi interessanti sono [7, 13, 22, 23, 31–33, 74, 75].

In questo Capitolo si presenterà prima (paragrafo 4.2) la forma generale del problema di ottimizzazione dinamica del progetto e del funzionamento di Macro-Sistemi generici in funzione del profitto generato.

Successivamente (paragrafo 4.3) questo problema verrà formulato con l'utilizzo di modelli MILP. Contestualmente verranno evidenziati gli effetti che l'inserimento nel modello di vincoli sulla massima variazione del carico dei Sistemi e l'inclusione di Sistemi di accumulo nel Macro-Sistema hanno sulla natura del problema e sulla scelta del metodo di ottimizzazione. In particolare la ricerca della dimensione ottima di Sistemi di accumulo rende inapplicabile la programmazione dinamica (paragrafo 3.3.3) con conseguente impatto sui costi computazionali.

4.2 Formulazione del problema di ottimizzazione dinamica di Macro-Sistemi

In Fig. 4.1 è mostrato un Macro-Sistema di tre Unità simile a quello mostrato in Fig. 2.10. Esso converte flussi di energia primaria $\phi_{A,r}(t)$ (con r Unità i cui input derivano dall'ambiente) in flussi di energia voluti $\phi_{s,D}(t)$ (con s Unità i cui output sono inviati alla domanda) e non voluti $L_j(t)$ (con j Unità che emettono flussi di massa o energia nell'ambiente). A questo grado di dettaglio, per le definizioni date nel Capitolo 1, ogni Unità del Macro-Sistema è caratterizzabile con grado di dettaglio di Sistema. Il grado di accuratezza sufficiente per descrivere il comportamento di ciascuno di questi Sistemi è, come visto nel paragrafo 1.3.1, quello del modello zero-dimensionale (relazioni input-output).

Il carico $\phi_{i,k}$ di ciascun Sistema può variare tra un valore minimo $\phi_{i,min}$ e un valore massimo $\phi_{i,max}$. Ad ogni Sistema sono associati un costo specifico di ammortamento $a_{n,i}$ e dei costi specifici di manutenzione $c_{m,i}$ e $c_{v,i}$ che verranno definiti del paragrafo 4.2.2. Ciascun flusso in ingresso al Macro-Sistema ha un costo unitario $c_{f,r}(t)$ ¹ variabile (o meno) nel tempo; ogni flusso inviato alla domanda è

¹i costi $c_{f,r}$ degli r flussi in ingresso al Macro-Sistema possono assumere un valore anche nullo o negativo. Valori nulli sono assegnati ai flussi di energia primaria disponibili "gratuitamente"; esempio vento, sole, ecc.; mentre valori negativi possono essere assegnati a flussi di energia relativi a scarti di altri sistemi al di fuori del volume di controllo, l'utilizzo dei quali è remunerato al prezzo unitario $c_{f,r} (< 0)$.

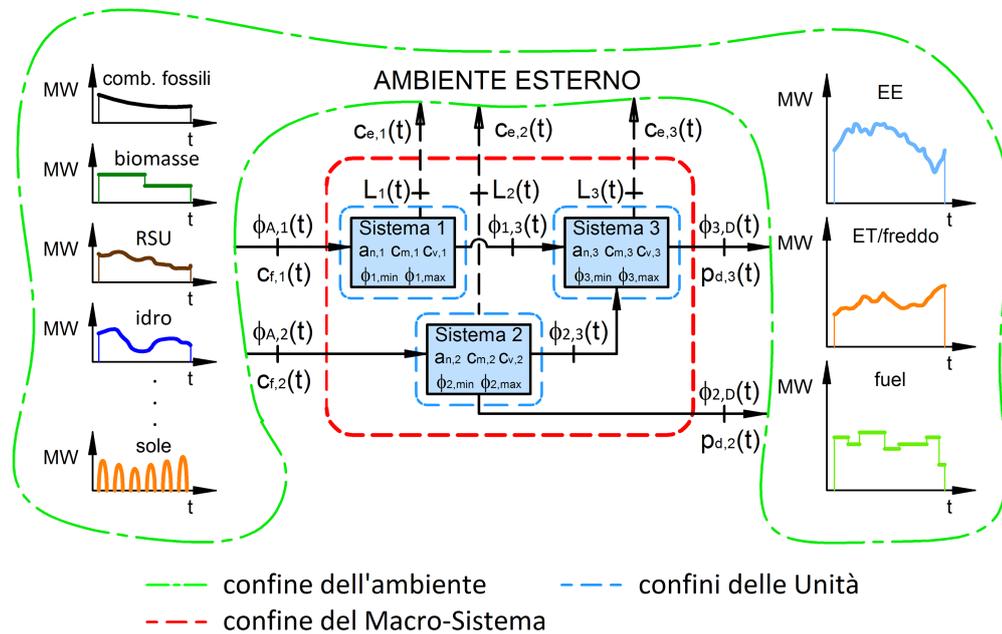


Figura 4.1: Generico Macro-Sistema per la conversione di flussi variabili di fonti di energia in flussi variabili richiesti di energia

remunerato a un pezzo unitario $p_{d,s}(t)$ variabile (o meno) nel tempo, e ciascun flusso emesso dal Macro-Sistema ha un costo $c_{e,j}(t)$ ² variabile (o meno) nel tempo.

Nell'analisi di Macro-Sistemi i flussi che vengono generalmente considerati sono flussi di massa ed energia. Tuttavia, al fine di semplificare il problema, può risultare conveniente considerare solo variabili le potenze (flussi di energia). Questo è possibile perché non è interesse del progettista determinare i flussi di massa scambiati all'interno del Macro-Sistema e tra il Macro-Sistema e l'ambiente esterno. Infatti, come si vedrà nel paragrafo 4.3, i flussi di potenza sono variabili estensive sufficienti a definire la taglia dei Sistemi che compongono il Macro-Sistema in ottimizzazioni del progetto e per definire il loro carico in ottimizzazioni del funzionamento. La determinazione delle portate che circolano in ciascun Sistema è lasciata all'analisi a grado di dettaglio superiore, ossia a quello di Sistema, semplificando notevolmente l'analisi a livello di Macro-Sistema. Inoltre, in molti casi, possono essere escluse dall'analisi anche variabili intensive come la pressione e la portata, considerando tali variabili costanti nel tempo per ciascun punto nel Macro-Sistema. Di seguito, quindi, si considereranno esclusivamente flussi di energia, indicando esplicitamente quando vi è la necessità di considerare anche i flussi di massa.

²i costi $c_{e,j}$ dei j flussi emessi dal Macro-Sistema possono assumere un valore anche negativo nel caso in cui le emissioni, o scarti, possano essere utilizzati convenientemente in sistemi al di fuori del volume di controllo e remunerati al prezzo unitario $c_{e,j} (< 0)$.

Nel Macro-Sistema di Fig. 4.1 alla variabile di flusso in uscita a ciascuna Sistema viene dato lo stesso nome della variabile di flusso in ingresso all'Unità successiva. Un approccio analogo si è utilizzato per le variabili di flusso sia provenienti dall'ambiente e entranti nel Macro-Sistema sia provenienti dal Macro-Sistema e dirette alla domanda. In questo modo i bilanci di interconnessione (categorie a. e c. definita nel paragrafo 2.4) sono automaticamente verificati.

Di seguito verranno brevemente descritti in modo generale i passi per la formulazione del problema di ottimizzazione (confronto con il paragrafo 3.2.2 di un Macro-Sistema).

4.2.1 Definizione dei confini del Macro-Sistema

I confini del Macro-Sistema devono essere definiti con i criteri visti nel paragrafo 3.2.2. In particolare la scelta di questi confini, come visto nel paragrafo 1.4, determina le specifiche di progetto del sistema. Queste specifiche sono legate, facendo riferimento alla Fig. 4.1:

- ai flussi di energia primaria $\phi_{A,r}(t)$ in ingresso al Macro-Sistema;
- ai in flussi di energia $\phi_{s,D}(t)$ richiesti dall'utenza;
- ai in flussi di energia $L_j(t)$ persi dalle Unità e emessi nell'ambiente.

Tutte queste specifiche sono caratterizzate da andamenti variabili nel tempo, il problema di ottimizzazione è quindi potenzialmente dinamico. Si vedrà nei paragrafi 4.2.2 e 4.2.4 che andamenti variabili di input e output del Macro-Sistema non sono sufficienti a conferire caratteristiche dinamiche al problema, tali considerazioni hanno portato ad un criterio originale per la semplificazione dei problemi di ottimizzazione dinamica che verrà presentato nel Capitolo 5.

4.2.2 Definizione della funzione obiettivo

Il problema dell'ottimizzazione di Macro-Sistemi energetici è generalmete mono-obiettivo: la massimizzazione del profitto (o la minimizzazione dei costi di produzione) durante un periodo T , solitamente lungo (un anno o più anni). Infatti l'obiettivo del progettista è valutare:

- a. il **miglior investimento nella costruzione** di un nuovo Macro-Sistema (ottimizzazione del progetto e del funzionamento);

- b. il **miglior investimento**/la convenienza **nell'aggiunta di nuovi Sistemi** ad un Macro-Sistema esistente (ottimizzazione del progetto e del funzionamento);
- c. la **miglior gestione** di un Macro-Sistema esistente (pianificazione della produzione) (ottimizzazione del funzionamento).

Nei casi a. e b. il problema di ottimizzazione è di *progetto e funzionamento* in quanto la definizione della configurazione di un Macro-Sistema (o di parte di essa) inserito in un contesto di disponibilità delle fonti primarie, richieste della domanda, e prezzi e costi variabili nel tempo non può prescindere dall'analisi del funzionamento. Infatti, Macro-Sistemi ottimi per una sola condizione di carico, prezzi e costi solitamente non è ottima per una situazione in qui questi siano variabili³. Nel caso c. l'ottimizzazione è del funzionamento essendo il Macro-Sistema completamente definito. Problemi che rientrano nei casi b. e c. verranno definiti e risolti nella Parte III di questa tesi.

Il profitto (o il costo di produzione) è una funzione obiettivo di natura non solo economica ma anche termoeconomica in quanto considera sia i flussi monetari associati al Macro-Sistema e ai Sistemi in esso contenuti, sia i rendimenti dei Sistemi attraverso il consumo di combustibile (confronto con paragrafo 3.2.3 e equazione (4.1)). Riferendosi alla Fig. 4.1 il profitto nel periodo T dei analisi può essere determinato come somma di flussi di denaro entranti meno la somma di quelli uscenti:

$$\begin{aligned}
 z = f(\mathbf{x}) = & \\
 &= \int_0^T \left(\phi_{3,D}(t) \cdot p_{d,1}(t) + \phi_{3,D}(t) \cdot p_{d,1}(t) \right) dt + \\
 &- \int_0^T \left(\phi_{A,1}(t) \cdot c_{f,1}(t) + \phi_{A,2}(t) \cdot c_{f,2}(t) \right) dt + \\
 &- \int_0^T \left(L_1 \cdot c_{e,1} + L_2 \cdot c_{e,2} + L_3 \cdot c_{e,3} \right) dt + \\
 &- \left(\phi_{1,max} \cdot a_{n,1} + \phi_{2,max} \cdot a_{n,2} + \phi_{3,max} \cdot a_{n,3} \right) \cdot T + \\
 &- \left(\phi_{1,max} \cdot c_{m,1} + \phi_{2,max} \cdot c_{m,2} + \phi_{3,max} \cdot c_{m,3} \right) \cdot T + \\
 &- \left(\phi_{1,max} \cdot c_{v,1}(\Delta\phi_{1,2}) + \phi_{2,max} \cdot c_{v,2}(\Delta\phi_{2,3}, \Delta\phi_{2,D}) + \phi_{3,max} \cdot c_{v,3}(\Delta\phi_{3,D}) \right) \cdot T
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

La (4.1) è la somma di flussi di denaro entranti meno la somma di quelli uscenti, integrati nell'intero periodo di analisi T , e di entrate o uscite di denaro immaginate come concentrate all'inizio di ogni sottoperiodo in cui il periodo T può essere suddiviso (generalmente anni), moltiplicate per il numero di sottoperiodi T .

I flussi sono:

³l'ottimo in una sola condizione potrebbe coincidere con l'ottimo in condizioni variabili per piccole variazioni di queste ultime.

- $(\phi_{s,D}(t) \cdot p_{d,s}(t))$: flusso di denaro entrante generato dalla *vendita dei flussi* $\phi_{s,D}(t)$ [MW] richiesti dalla domanda e venduti al prezzo unitario $p_{d,s}(t)$ [$\frac{\text{€}}{\text{MWh}}$];
- $(\phi_{A,r}(t) \cdot c_{f,r}(t))$: flusso di denaro uscente dovuto all'*acquisto dei flussi di energia primaria* $\phi_{A,r}(t)$ [MW] al costo unitario $c_{f,r}(t)$ [$\frac{\text{€}}{\text{MWh}}$]. Il costo $c_{f,r}$ potrebbe anche essere nullo o negativo: nel primo caso la fonte energetica primaria è gratuita (es. vento, sole, calore di scarto di processi esterni al Macro-Sistema, ecc.), nel secondo caso la fonte energetica primaria è un rifiuto che deve essere smaltito e il gestore del Macro-Sistema è pagato per farlo (es. RSU, acronimo di Rifiuti Solidi Urbani, ecc.);
- $(L_j \cdot c_{e,j})$: flusso di denaro uscente dovuto alle *emissioni in ambiente* del Sistema j alle quali è associato un costo unitario $c_{e,j}$ [$\frac{\text{€}}{\text{MWh}}$]. Il costo $c_{e,j}$ potrebbe anche essere nullo o negativo: nel primo caso alle emissioni non viene associato nessun costo (es. acqua di raffreddamento), nel secondo caso le emissioni (ceneri, rifiuti) possono costituire beni utilizzabili o input utili per sistemi al di fuori del volume di controllo.

Le spese concentrate sono:

- $(\phi_{i,max} \cdot a_{n,i})$: uscite di denaro concentrate associate agli *ammortamenti* dei Sistemi inclusi nel Macro-Sistema. Il costo di ammortamento annuo è calcolato come prodotto tra la taglia $\phi_{i,max}$ [MW] del Sistema i e il suo costo di ammortamento specifico annuo $a_{n,i}$ [$\frac{\text{€}}{\text{MW} \cdot \text{anno}}$]. Il costo di ammortamento specifico annuo è definito come:

$$a_{n,i} = \frac{A_{n,i}}{\phi_{i,max}} = \frac{C_i}{\phi_{i,max}} \frac{I + (I + 1)^n}{(I + 1)^n - 1} \quad (4.2)$$

dove $A_{n,i}$ [$\frac{\text{€}}{\text{MW}}$] è il costo di ammortamento annuo del Sistema i , immaginando una rateizzazione del capitale a quote costanti. $A_{n,i}$ viene calcolato come prodotto tra il costo di capitale C_i [€] investito per l'acquisto e installazione del Sistema i e il fattore di recupero di capitale $\frac{I+(I+1)^n}{(I+1)^n-1}$, dove I è il tasso periodico di interesse e n è il numero di anni in cui si considera ammortizzato l'investimento (coincidente con il numero di rate costanti);

- $(\phi_{i,max} \cdot c_{m,i}) + (\phi_{1,max} \cdot c_{v,1}(\Delta\phi_{i,j}))$: uscite di denaro concentrate associate alla *manutenzione* di ciascun Sistema i . Queste possono essere divise in due contributi: il primo $(\phi_{i,max} \cdot c_{m,i})$ è la componente fissa dei costi di manutenzione che dipende dalla taglia del Sistema $\phi_{i,max}$ [MW] e dal costo specifico

annuo di manutenzione $c_{m,i} [\frac{\text{€}}{MW \cdot \text{anno}}]$. Il secondo $(\phi_{1,max} \cdot c_{v,1}(\Delta\phi_{i,k}))$ è la componente del costo di manutenzione dovuta alla gestione del Sistema che dipende dalla taglia dello stesso $\phi_{i,max} [MW]$ e dal costo specifico “variabile” di manutenzione $c_{v,1}(\Delta\phi_{i,k}) [\frac{\text{€}}{MW^2 \cdot \text{anno}}]$ il quale è funzione delle variazioni di carico $\Delta\phi_{i,k}$ del Sistema. Quest’ultima componente, che è chiaramente di difficile determinazione, deriva dalla considerazione che un Sistema che nell’arco della sua vita opera a carico costante avrà, probabilmente, meno necessità di interventi di manutenzione rispetto ad un Sistema gestito con continue variazioni di carico; ($c_{v,1}(\Delta\phi_{i,k}) = 0$ per carico costante, cioè per $\Delta\phi_{i,k} = 0$). Inoltre, ci si può aspettare che una gestione molto variabile del Sistema comporti anche una riduzione della sua vita utile.

Nell’integrazione numerica dell’equazione differenziale (4.1) si dovrà tener conto correttamente delle unità di misura, in particolare quella del tempo t .

La (4.1) è facilmente generalizzabile per un qualunque Macro-Sistema composto da N Unità, delle quali R ricevono flussi dall’ambiente, S servono la domanda e J emettono flussi nell’ambiente che comportano dei costi:

$$\begin{aligned}
 z = f(\mathbf{x}) = & \\
 = & \sum_{s=1}^S \delta_s \cdot \left(\int_0^T \phi_{s,D}(t) \cdot p_{d,s}(t) \right) dt + \\
 & - \sum_{r=1}^R \delta_r \cdot \left(\int_0^T \phi_{A,r}(t) \cdot c_{f,r}(t) \right) dt + \\
 & - \sum_{j=1}^J \delta_j \cdot \left(\int_0^T L_j \cdot c_{e,j} dt \right) dt + \\
 & - \sum_{i=1}^N \delta_i \cdot \left(\phi_{i,max} \cdot a_{n,i} \right) \cdot T + \\
 & - \sum_{i=1}^N \delta_i \cdot \left(\phi_{i,max} \cdot c_{m,i} \right) \cdot T + \\
 & - \sum_{i=1}^N \delta_i \cdot \left(\phi_{i,max} \cdot c_{v,i}(\Delta\phi_{i,k}) \right) \cdot T \\
 & + \text{incentivazioni}(\phi_{s,D}(t), \phi_{A,r}(t))
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

dove i vari addendi e sottraendi hanno il medesimo significato rispetto alla (4.1). Nella (4.3) compare un ultimo termine aggiuntivo rispetto alla (4.1) che tiene conto di possibili incentivazioni all’utilizzo di determinate fonti di energia $(\phi_{s,D}(t))$ e/o

alla generazione di determinati flussi in uscita $\phi_{A,r}(t)$.

Inoltre nella (4.3) sono state introdotte delle variabili δ_i che moltiplicano il contributo al profitto di ogni Sistema. Ciascuna di queste variabili è binarie ed è utilizzata per considerare la possibile inclusione/esclusione ($\delta_i = 1/\delta_i = 0$) del Sistema i al quale è associata, come già discusso nel paragrafo 2.2.1. In questo modo, nel processo di ottimizzazione del progetto del Macro-Sistema (caso a. visto sopra) è possibile definire una configurazione che includa molti Sistemi di diverso tipo e di diversa taglia, a ciascuno dei quali è associata una variabile δ_i . Sarà l'ottimizzazione a definire quali siano i Sistemi che comporranno la configurazione migliore ($\delta_i = 1$) e quali invece saranno esclusi ($\delta_i = 0$). Infatti, avendo moltiplicato tutti i contributi della (4.3) per δ_i , quando essa assume un valore nullo (il Sistema corrispondente non appartiene alla possibile configurazione ottima) il Sistema al quale è associata non influenzerà la funzione obiettivo (non riceve flussi in input, non genera flussi inviati alla domanda, non emette flussi nell'ambiente, ecc.). Questo approccio può essere utilizzato anche solo per parte dei Sistemi possibilmente inclusi nel Macro-Sistema (caso b. visto sopra); ci saranno dunque Sistemi sicuramente presenti, ai quali non viene associata nessuna variabile δ_i , e Sistemi la cui presenza è valutata nel processo di ottimizzazione grazie alle variabili δ_i ad essi associate.

Nei problemi di ottimizzazione del funzionamento (assenza delle variabili δ_i) e in problemi di ottimizzazione del progetto, per set costanti delle variabili δ_i e valori definiti delle taglie $\phi_{i,max}$ dei Sistemi, la funzione obiettivo (4.3) è separabile (di tipo additivo (3.26) visto nel paragrafo 3.3.3) e monòtona, il problema di ottimizzazione può essere risolto utilizzando la programmazione dinamica. Come visto nel paragrafo 3.3.3 la programmazione dinamica permette di suddividere il problema originario in una sequenza di sottoproblemi di ottimizzazione più semplici da risolvere. Un'applicazione di programmazione dinamica verrà utilizzata in un problema di questo tipo nel Capitolo 6.

4.2.3 Scelta delle variabili di decisione

La scelta delle variabili di decisione dipende, come visto nei paragrafi 2.2.4 e 3.2.2, dalla natura del problema di ottimizzazione, ossia se questo sia di progetto e funzionamento o solo di funzionamento.

Nei problemi di ottimizzazione di progetto e funzionamento (casi a. e b. visti nel paragrafo 4.2.2) di un Macro-Sistema energetico una scelta opportuna delle variabili di decisione, riferendosi alla Fig. 4.1 e alla funzione obiettivo (4.3), è:

- Variabili δ_i che definiscono l'**esclusione/inclusione**, e quindi il **numero**, dei Sistemi nella configurazione del Macro-Sistema. Esse sono in numero uguale al numero di Sistemi la cui inclusione deve essere valutata. L'esclusio-

ne/inclusione di diversi Sistemi permette anche di valutare il **tipo** ottimo di Sistemi da includere nel Macro-Sistema e le **interconnessioni** (o almeno in parte);

- Variabili $\phi_{i,max}$ che definiscono la **taglia** (carico massimo) di ciascun Sistema. Queste possono essere lasciate tutte “libere” oppure è possibile definire la taglia di alcuni Sistemi e determinare la taglia dei rimanenti. Solitamente il valore di $\phi_{i,max}$ fissa anche il valore del carico minimo $\phi_{i,min}$ in quanto, per Sistemi dello stesso tipo, il range all’interno del quale il carico può variare è spesso definito come:

$$\alpha \cdot \phi_{i,max} \leq \phi_{i,j}(t) \leq \phi_{i,max}$$

$$\text{con } \alpha = \frac{\phi_{i,min}}{\phi_{i,max}} \quad (4.4)$$

dove $\phi_{i,j}(t)$ è la variabile (le variabili) che definisce il flusso (carico) del Sistema i verso il Sistema/Sistemi j al quale è connesso;

- Variabili $\phi_{i,j}(t)$ che definiscono, come visto nella (4.4), il **carico** del Sistema i . Queste variabili non rappresentano singoli valori bensì andamenti nel tempo del carico dei Sistemi. Nel caso in cui un Sistema generi più di un flusso può essere necessario scegliere più di una variabile di decisione $\phi_{i,j}(t)$ per lo stesso Sistema i . Infatti, quando il modello (mappe caratteristiche) del Sistema non include una relazione univoca tra i vari flussi in uscita del Sistema è necessario scegliere tra le variabili di decisione tutti i flussi $\phi_{i,j}(t)$. Nell’esempio di Macro-Sistema di Fig. 4.1 il Sistema 2 genera due flussi, $\phi_{2,3}(t)$ e $\phi_{2,D}(t)$. Se le mappe caratteristiche del Sistema 2 legano univocamente queste due variabili, tra le variabili di decisione si dovrà includere solo una delle due; viceversa, quando le mappe non legano $\phi_{2,3}(t)$ e $\phi_{2,D}(t)$ univocamente entrambe dovranno essere scelte come variabili di decisione. Questo concetto verrà ripreso e chiarito nel paragrafo 4.2.4.

Questa scelta delle variabili di decisione è opportuna in quanto influenza la funzione obiettivo (tutte le variabili di decisione compaiono nella (4.3)) e, contestualmente, permette di determinare la configurazione del Macro-Sistema (taglia, tipo, numero e interconnessioni) migliore rispetto all’obiettivo definito nella (4.3). Questo corrisponde a risolvere il problema della sintesi della configurazione del Macro-Sistema definito nel paragrafo 1.5.

Nei problemi di ottimizzazione del funzionamento (caso c. visto nel paragrafo 4.2.2) una scelta opportuna delle variabili di decisione è:

- Variabili $\phi_{i,j}(t)$ che definiscono il **carico** del Sistema i . Nel caso in cui un Sistema generi più di un flusso possono essere fatte analoghe scelte a quelle viste sopra per ottimizzazione di progetto e funzionamento;
- Variabili $\delta_i(t)$ che definiscono l'**accensione/spegnimento** ($\delta_i(t) = 1/\delta_i(t) = 0$) di ciascun Sistema i . Queste variabili, viste nel paragrafo 2.3.3 discutendo la costruzione del modello di Macro-Sistemi, sono variabili binarie e vengono introdotte nelle mappe caratteristiche dei Sistemi per considerare il loro possibile spegnimento durante parti del periodo T di analisi, come vedremo nel paragrafo 4.2.4. Le variabili $\delta_i(t)$ sono, come le $\phi_{i,j}(t)$, delle funzioni temporali e quindi descrivono l'andamento di accensioni e spegnimenti dei Sistemi. Esse non compaiono esplicitamente nella funzione obiettivo (4.3); tuttavia ne influenzano il valore in quanto quando $\delta_i(t) = 0$ il Sistema i non produce alcun flusso (il Sistema è spento) e conseguentemente non contribuisce, per il tempo in cui $\delta_i(t)$ rimane nulla, agli integrali nella (4.3). Inoltre, come si vedrà nel paragrafo 4.3.3, lo spegnimento e la successiva accensione di un Sistema può comportare un costo legato al consumo di combustibile durante l'avviamento e un aumento dei costi di manutenzione dovuti a stress termici e meccanici nei Componenti del Sistema.

Questa scelta delle variabili di decisione è opportuna perché le variabili scelte influenzano la funzione obiettivo e definiscono completamente la gestione del Macro-Sistema grazie agli andamenti del carico di tutti i Sistemi che lo compongono e agli andamenti delle accensioni/spegnimenti.

4.2.4 Costruzione del modello del Macro-Sistema

Il modello di un Macro-Sistema include, come ampiamente discusso nel Capitolo 2, equazioni (e disequazioni) che comprendo: *mappe caratteristiche dei Sistemi* che compongono il Macro-Sistema, *bilanci di massa ed energia*, *equazioni di stato* e altri *vincoli* che limitano le variabili ad assumere valori accettabili.

Mappe caratteristiche dei Sistemi

Ciascun Sistema incluso nel Macro-Sistema viene rappresentato con un modello zero-dimensionale (relazioni input-output chiamate in questa tesi mappe caratteristiche) al fine di semplificare la risoluzione del problema di ottimizzazione. Questo viene fatto, come ampiamente discusso nella Parte I, perché se venisse considerato ogni singolo dettaglio del Sistema per definirne il comportamento, il modello risultante del Macro-Sistema sarebbe composto da un numero molto grande di equazioni che

legano un numero ancor più grandi di variabili, aumentando enormemente lo sforzo computazionale. Infatti, il processo di ottimizzazione, come si è visto nel Capitolo 3, consiste in una serie ripetuta di simulazioni; risulta quindi chiaro che, all'aumentare del numero delle equazioni del modello, aumenta il tempo e lo sforzo richiesto per eseguire ogni simulazione. Inoltre, viste le caratteristiche dei principali metodi di ottimizzazione (paragrafo 3.3), modelli più complessi potrebbero non essere risolvibili. Ciò non significa che i dettagli del Sistema vengano trascurati: essi sono stati inclusi nei procedimenti per la determinazione delle mappe caratteristiche del Sistema e, quindi, ne resta memoria nelle mappe stesse. Questi procedimenti sono:

- di ricerca: le mappe del Sistema vengono reperite in letteratura;
- sperimentali: si effettuano misurazioni su Sistemi esistenti per determinarne il comportamento al variare del carico;
- di simulazione: si simula ripetutamente in condizioni di progetto e fuori progetto un modello di funzionamento dettagliato del Sistema per ricavarne il comportamento al variare del carico.

In questo lavoro, per determinare le mappe caratteristiche dei Sistemi che verranno analizzati nella Parte III, si adotterà il terzo procedimento.

Facendo riferimento al Macro-Sistema di Fig. 4.1 le mappe caratteristiche dei tre Sistemi sono:

$$\begin{aligned}
 \text{Sistema 1} \quad & \begin{cases} \phi_{A,1}(t) = \delta_1(t) \cdot f_1(\phi_{1,2}) & \text{(i)} \\ \delta_1(t) \cdot \phi_{1,min} \leq \phi_{1,2}(t) \leq \delta_1(t) \cdot \phi_{1,max} & \text{(ii)} \end{cases} \\
 \text{Sistema 2} \quad & \begin{cases} \phi_{A,2}(t) = \delta_2(t) \cdot f_2(\phi_{2,3}, \phi_{2,D}) & \text{(iii)} \\ \phi_{2,D}(t) = (\leq) f'_2(\phi_{2,3}(t)) & \text{(iv)} \\ \delta_2(t) \cdot \phi_{2,min} \leq \phi_{2,3}(t) \leq \delta_2(t) \cdot \phi_{2,max} & \text{(v)} \end{cases} \quad (4.5) \\
 \text{Sistema 3} \quad & \begin{cases} f'_3(\phi_{1,3}(t), \phi_{2,3}(t)) = \delta_3(t) \cdot f_3(\phi_{3,D}(t)) & \text{(vi)} \\ \delta_3(t) \cdot \phi_{3,min} \leq \phi_{3,D}(t) \leq \delta_3(t) \cdot \phi_{3,max} & \text{(vii)} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Nelle (4.5) oltre alle mappe caratteristiche (i), (iii), (iv) e (vi) sono riportate le disequazioni (ii), (v) e (vii) che definiscono il range di possibile variazione del carico di ciascun Sistema. Inoltre, nelle (4.5) sono incluse le variabili binarie $\delta_i(t)$, già viste nel paragrafo 4.2.3, introdotte per modellare l'accensione e lo spegnimento di ciascun Sistema:

- Quando $\delta_i(t) = 0$ il carico $\phi_{i,j}(t)$ del Sistema i , dalle (ii), (v) e (vii), è nullo; di conseguenza sono nulli i flussi $\phi_{k,i}(t)$ richiesti e altri eventuali flussi $\phi_{i,p}(t)$ generati. In altre parole il Sistema i è spento;
- Quando $\delta_i(t) = 1$ il carico $\delta_{i,j}(t)$ del Sistema i può variare, dalle (ii), (v) e (vii), tra un valore massimo $\phi_{i,max}(t)$ e un valore minimo $\phi_{i,min}(t)$, e conseguentemente i flussi $\phi_{k,i}(t)$ richiesti e altri eventuali flussi $\phi_{i,p}(t)$ generati sono determinati dalle funzioni f_i nelle (i), (iii), (iv) e (vi). In altre parole il Sistema è acceso.

Il Sistema 2 genera due flussi in uscita ($\phi_{2,3}(t)$ e $\phi_{2,D}(t)$), il suo comportamento è quindi definito da due mappe caratteristiche ((iii) e (iv)). In particolare la (iv) lega tra loro, tramite la funzione f'_2 , i due flussi generati. Questa può essere un'equazione ((iv) con il segno "=") o una disequazione ((iv) con il segno " \leq "); nel primo caso è sufficiente definire solo uno dei due flussi in uscita per definire anche l'altro, nel secondo caso è necessario definirli entrambi in quanto il loro legame non è biunivoco. Quindi, come accennato nel paragrafo 4.2.3, quando la (iv) è un'equazione è necessario scegliere una sola variabile di decisione tra $\phi_{2,3}(t)$ e $\phi_{2,D}(t)$; invece, quando la (iv) è una disequazione entrambe devono essere scelte come variabili di decisione. Le funzioni f_i che compaiono nella (4.5) sono generalmente non lineari, il modello così definito è quindi un modello cosiddetto MILNP (acronimo di *Mixed-Integer Non Linear Programming*, cioè ottimizzazione mista intera non lineare), in quanto include variabili intere ed equazioni non lineari. Tuttavia, come si vedrà nella Parte III di questo lavoro, le funzioni f_i sono ben approssimabili a funzioni lineari e il modello può quindi essere semplificato ad un modello cosiddetto MILP (acronimo di *Mixed-Integer Linear Programming*, cioè ottimizzazione mista intera lineare) che include variabili intere e sole equazioni lineari. Facendo sempre riferimento al Macro-Sistema di Fig. 4.1 le mappe caratteristiche lineari e a variabili intere dei tre Sistemi sono:

$$\begin{aligned}
 \text{Sistema 1} \quad & \begin{cases} \phi_{A,1}(t) = k_{1,2} \cdot \phi_{1,2} + k_{1,1} \cdot \delta_1(t) & \text{(i')} \\ \delta_1(t) \cdot \phi_{1,min} \leq \phi_{1,2}(t) \leq \delta_1(t) \cdot \phi_{1,max} & \text{(ii')} \end{cases} \\
 \text{Sistema 2} \quad & \begin{cases} \phi_{A,2}(t) = k_{2,3} \cdot \phi_{2,3} + k_{2,D} \cdot \phi_{2,D} + k_{2,2} \cdot \delta_2(t) & \text{(iii')} \\ \phi_{2,D}(t) = (\leq) k'_{2,3} \cdot \phi_{2,3}(t) + k'_{2,2} \cdot \delta_2(t) & \text{(iv')} \\ \delta_2(t) \cdot \phi_{2,min} \leq \phi_{2,3}(t) \leq \delta_2(t) \cdot \phi_{2,max} & \text{(v')} \end{cases} \quad (4.6) \\
 \text{Sistema 3} \quad & \begin{cases} \phi_{1,3}(t) + k_{2,3} \cdot \phi_{2,3}(t) = k_{3,D} \cdot \phi_{3,D} + k_{3,3} \cdot \delta_3(t) & \text{(vi')} \\ \delta_3(t) \cdot \phi_{3,min} \leq \phi_{3,D}(t) \leq \delta_3(t) \cdot \phi_{3,max} & \text{(vii')} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Dove le variabili k sono opportune costanti. Si può facilmente verificare che le variabili δ_i che compaiono nelle (4.6) hanno la stessa funzione vista nelle (4.5) ($\delta_i = 0$ il Sistema i è spento, $\delta_i = 1$ il Sistema i è acceso e il suo funzionamento è descritto dalle sue mappe caratteristiche lineari).

La (4.6) è facilmente generalizzabile per un generico Sistema i che richiede R flussi in input e genera S flussi in output:

$$\sum_r (k_{r,i} \cdot \phi_{r,i}(t)) = \sum_s (k_{i,s} \cdot \phi_{i,s}) + k_{i,i} \cdot \delta_i(t) \tag{4.7}$$

$$\phi_{i,\bar{s}}(t) = (\leq) \sum_s (k'_{i,s} \cdot \phi_{i,s}(t)) + k'_{i,i} \cdot \delta_i(t) \quad \text{con } \bar{s} \neq s$$

Dove le variabili $k_{i,s}$, $k_{r,i}$, $k_{i,i}$, $k'_{i,s}$ e $k'_{i,i}$ sono delle opportune costanti che definiscono le mappe caratteristiche lineari di ciascun Sistema i che converte gli R flussi $\phi_{r,i}(t)$ in ingresso, e provenienti dai generici Sistemi r , in S flussi $\phi_{i,s}$ in uscita, e inviati ai generici Sistemi s . In particolare le costanti $k'_{i,s}$ e $k'_{i,i}$ definiscono i legami univoci (segno “=” nella seconda delle (4.7)) o non univoci (segno “≤” nella seconda delle (4.7)) tra i vari flussi $\phi_{i,s}$ generati dal Sistema i . Si noti che nella formulazione generale (4.7) l’ambiente esterno A e la domanda D vengono considerate come Sistemi esterni al Macro-Sistema.

Le variabili δ_i che compaiono nelle (4.7) hanno ancora la funzione di modellare lo stato di accensione/spegnimento del generico Sistema i incluso nel Macro-Sistema. Se un flusso $\phi_{i,s}$ generato dal Sistema non influenza il valore dei flussi richiesti in input dal Sistema stesso la relativa costante $k_{i,s}$ è nulla. Ad esempio nei Sistemi turbogas e motori a combustione interna cogenerativi il calore prodotto $\dot{Q}(t)$ non influenza il consumo di combustibile, essendo $\dot{Q}(t)$ un flusso di recupero, come visto nel paragrafo 2.3.3 nella (2.16). *Le mappe definite nella (4.7) sono tutte relazioni lineari in quanto non contengono prodotti tra variabili di decisione.*

La (4.7) rappresenta le mappe caratteristiche generiche in modelli lineari di ottimizzazione a variabili intere (MILP), esse verranno definite nel paragrafo 4.3.3 per Sistemi per la generazione di energia elettrica e per la generazione combinata di energia elettrica e termica (CHP). Queste mappe verranno determinate (mostrate nelle Fig. 6.5 e 7.3), grazie a simulazioni dettagliate di modelli di funzionamento dei Sistemi, e utilizzate nei problemi di ottimizzazione che verranno studiati nella Parte III di questa tesi.

Bilanci di massa ed energia

Come anticipato nel paragrafo 4.2 nello studio di Macro-Sistemi spesso è sufficiente prendere in considerazione solamente i flussi di energia (potenze) in ingresso e in

uscita a ciascun Sistema e quelli tra Macro-Sistema e l'estero. Nel paragrafo 2.4 si è visto che le equazioni di bilancio possono essere suddivise in:

- a. Equazioni di bilancio che definiscono le interconnessioni tra i Sistemi;
- b. Equazioni di bilancio dei Sistemi;
- c. Equazioni di bilancio che definiscono le interconnessioni tra i Sistemi e l'esterno (ambiente e domanda dell'utanza).

Come detto nel paragrafo 4.2 le equazioni di bilancio delle categorie a. e c. sono automaticamente verificate avendo assegnato la stessa variabile ai flussi in uscita da un Sistema (o ambiente) e in ingresso al Sistema successivo (o domanda).

Le equazioni di bilancio della categoria (b.), per Sistemi all'interno dei quali non può essere accumulata energia (massa), assumono la seguente forma per il generico Sistema i (confronto con equazione (2.22)):

$$\sum_{k=1}^K \phi_{k,i}(t) = \sum_{j=1}^J \phi_{i,j}(t) + L_i(t) \quad (4.8)$$

dove $\phi_{k,i}(t)$ sono i K flussi entranti nel Sistema i , $\phi_{i,j}(t)$ sono i J flussi uscenti dal Sistema i e $L_i(t)$ è il flusso di emissioni (perdite) del Sistema (i). La (4.8) rappresenta il Primo Principio della Termodinamica applicato a sistemi con deflusso in regime stazionario [16]. Si fa notare che la (4.8), sebbene tutte le variabili che compaiono in esse siano funzioni del tempo, non è sufficiente a rendere dinamico il problema di ottimizzazione in quanto non vi è nessun elemento che lega ciascun istante di tempo dt al successivo, in altre parole il problema non è sequenziale.

Uno degli elementi che conferisce dinamicità al problema è la presenza di Sistemi per l'accumulo di energia (o massa). Le equazioni di bilancio della categoria b. assumono la seguente forma per il generico Sistema di accumulo i (confronto con equazione (2.21)):

$$\frac{\Phi_i(t)}{dt} = \sum_{p=1}^P \phi_{p,i}(t) - \sum_{q=1}^Q \phi_{i,q}(t) - L_i(t) \quad (4.9)$$

dove $\Phi_i(t)$ è la quantità di energia (massa) contenuta nel Sistema al tempo t e gli altri simboli hanno significato analogo alla (4.8). La (4.9) esprime che la variazione di energia (massa) contenuta nel Sistema i è uguale alla somma dei flussi di energia (massa) entranti, meno la somma di quelli uscenti e di quelli emessi (perdite). Essa rappresenta il Primo Principio della Termodinamica per sistemi con deflusso in regime non stazionario [16]. La presenza di Sistemi di accumulo lega ogni istante di

tempo dt al successivo in quanto la variabile $\Phi_i(t)$ dipende dall'intero andamento delle variabili $\phi_{p,i}(t)$, $\phi_{i,q}(t)$ e $L_i(t)$ fino all'istante t considerato e non solo dal loro valore istantaneo in t . Quindi, *un problema di ottimizzazione di Macro-Sistema all'interno del quale è incluso almeno un Sistema di accumulo è un problema dinamico.*

Come si è visto nel paragrafo 1.5.1 la presenza di Sistemi di accumulo svincola la generazione istantanea del Macro-Sistema dalla richiesta istantanea della domanda. Le equazioni di bilancio che definiscono le interconnessioni tra Macro-Sistema e domanda (categoria c.) garantiscono solamente l'ugualianza istantanea tra generazione e domanda. In questi casi è quindi necessario aggiungere un'equazione di bilancio supplementare che garantisca nell'intero periodo di analisi T che ciascuna domanda sia soddisfatta dalla generazione dei relativi Sistemi incluse nel Macro-Sistema:

$$\sum_{s=1}^S \left(\int_0^T \phi_{s,D}^i(t) dt \right) = \int_0^T \phi_D^i(t) dt \quad (4.10)$$

dove $\phi_D^i(t)$ sono i flussi richiesti da ciascuna domanda i e $\phi_{s,D}^i(t)$ sono i flussi generati dagli S Sistemi che servono quella domanda i . Grazie alla (4.10) il periodo di analisi T è periodico, ovvero i contenuti di energia $\Phi_i(T)$ di ciascun Sistema di accumulo i alla fine del periodo coincidono con i rispettivi contenuti di energia $\Phi_i(0)$ all'inizio del periodo.

Analoghe considerazioni possono essere fatte anche lato approvvigionamento di fonti di energia primaria prevedendo Sistemi di accumulo di energia primaria. In questo caso l'equazione di bilancio aggiuntiva è:

$$\sum_{r=1}^R \left(\int_0^T \phi_{A,r}^i(t) dt \right) = \int_0^T \phi_A^i(t) dt \quad (4.11)$$

dove $\phi_A^i(t)$ è il generico flusso di energia primaria i e $\phi_{A,r}^i(t)$ sono i flussi in ingresso agli R Sistemi che sfruttano l'energia primaria i . *I bilanci definiti nelle (4.8), (4.9), (4.10) e (4.11) sono tutte equazioni lineari in quanto non contengono prodotti tra variabili di decisione.*

Equazioni di stato

Solitamente al grado di dettagli di Macro-Sistema non vi è la necessità di calcolare le proprietà dei fluidi operativi in quanto i flussi di massa e le variabili estensive che ne descrivono le caratteristiche non sono considerati. Tuttavia in alcuni casi vi può essere la necessità di calcolare alcune variabili estensive per determinare il contenuto energetico di Sistemi di accumulo, come si vedrà nei Capitoli 5 e 7 nella (7.14).

Vincoli aggiuntivi del modello

In molti casi, nell'analisi di Macro-Sistemi, vengono aggiunti dei vincoli di natura ingegneristica per escludere tutte le soluzioni che non prevedano una corretta gestione dei Sistemi [13, 31–33, 74, 75].

Uno di questi è il vincolo sulla massima rampa di variazione di carico di ciascun Sistema, in formula:

$$\frac{\phi_{i,j}(t)}{dt} \leq \Delta\phi_{i,max} \quad (4.12)$$

dove $\phi_{i,j}(t)$ è il carico del Sistema i e $\Delta\phi_{i,max}$ è la massima variazione di carico permessa al Sistema i . Questo vincolo deriva dal fatto che variazioni di carico dei Sistemi troppo rapide possono comportare rotture dovute agli eccessivi stress termici (e quindi meccanici) alle strutture che lo compongono. Queste massime variazioni di carico sono più ampie (il Sistema può variare il carico velocemente) per Sistemi come turbine a gas, motori a combustione interna, impianti idroelettrici mentre sono più modeste (il Sistema può variare il carico lentamente) per Sistemi come impianti a vapore. *I vincoli (4.12) sono disequazioni lineari in quanto non includono prodotti tra variabili di decisione.*

I vincoli sulla massima variazione di carico del tipo (4.12) legano ciascun istante di tempo al successivo e, quindi, *la presenza di vincoli sulla massima rampa di variazione di carico dei Sistemi contenuti in un Macro-Sistema rende dinamico il problema della sua ottimizzazione.*

Questo concetto può essere facilmente chiarito con un semplice esempio facendo riferimento alla Fig. 4.2 (per semplicità la variabile tempo viene discretizzata in intervalli finiti Δt di un'ora). Si consideri un Sistema per la produzione di energia elettrica con potenza nominale P_{max} di 10 [MW]. Si impone una massima rampa di variazione del carico in un intervallo di tempo Δt (4.12) pari a $\Delta P_{max} = 1$ [MW/h]. All'istante corrente t il Sistema sviluppa una potenza $P(t)$ pari a 9 [MW]. Nell'intervallo successivo si decide di diminuire $P(t)$ fino a un valore di 8 [MW] all'istante $t + 1$. Così, dal momento che la rampa di carico max è di $\Delta P_{max} = 1$ [MW/h], nell'istante $t + 2$ sarà impossibile che la $P(t)$ sia pari a 10 [MW], escludendo di conseguenza anche tutte le soluzioni che contemplano il raggiungimento della potenza di 10 [MW] all'istante $t + 2$ (andamenti in rosso in Fig. 4.2).

Altri vincoli che possono essere previsti nel modello di ottimizzazione di un Macro-Sistema sono legati al minimo tempo di operatività e al minimo tempo di inoperatività dei Sistemi. Questi vincoli non sono rappresentati da relazioni lineari e ciò richiede, per la definizione di un problema MILP, che essi vengano linearizzate, come si vedrà nel paragrafo 4.3.3. Inoltre, la formulazione del problema di ottimizzazione fatta finora è eccessivamente generica per dare una definizione univoca di

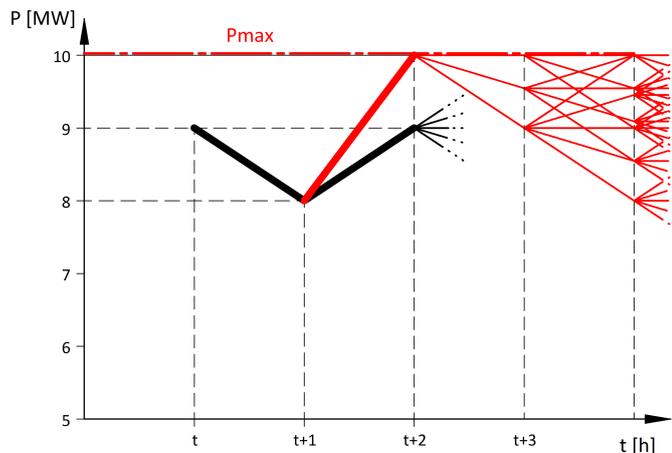


Figura 4.2: Soluzioni possibili e non possibili in funzione della massima rampa di variazione di carico

questi vincoli, si preferisce quindi rimandare la loro definizione e discussione in un caso più specifico (paragrafo 4.3.3).

4.3 Formulazione del problema di ottimizzazione dinamica MILP

Nel paragrafo 4.2 è stato formulato il problema di ottimizzazione dinamica a variabili intere (binarie) del progetto e del funzionamento di un Macro-Sistema in funzione del profitto (4.3) generato in un periodo T , soggetto al modello del Macro-Sistema (mappe caratteristiche dei Sistemi, equazioni di bilancio, vincoli aggiuntivi). Si è anche discusso sul fatto che spesso le equazioni di questo modello sono lineari (equazioni di bilancio (4.8), (4.9), (4.10) e (4.11)) o ben approssimate da relazioni lineari (mappe caratteristiche (4.7)) ottenendo così la forma generale di un problema di ottimizzazione dinamica lineare a variabili miste intere (MILP).

Questo problema di ottimizzazione viene ora definito per Macro-Sistemi (Fig. 4.3) per la generazione di energia elettrica e termica, in quanto nella pratica esistono numerose applicazioni di questo tipo (es. Macro-Sistemi che servono una rete di teleriscaldamento e immettono l'energia elettrica in rete [13, 31, 32, 75]).

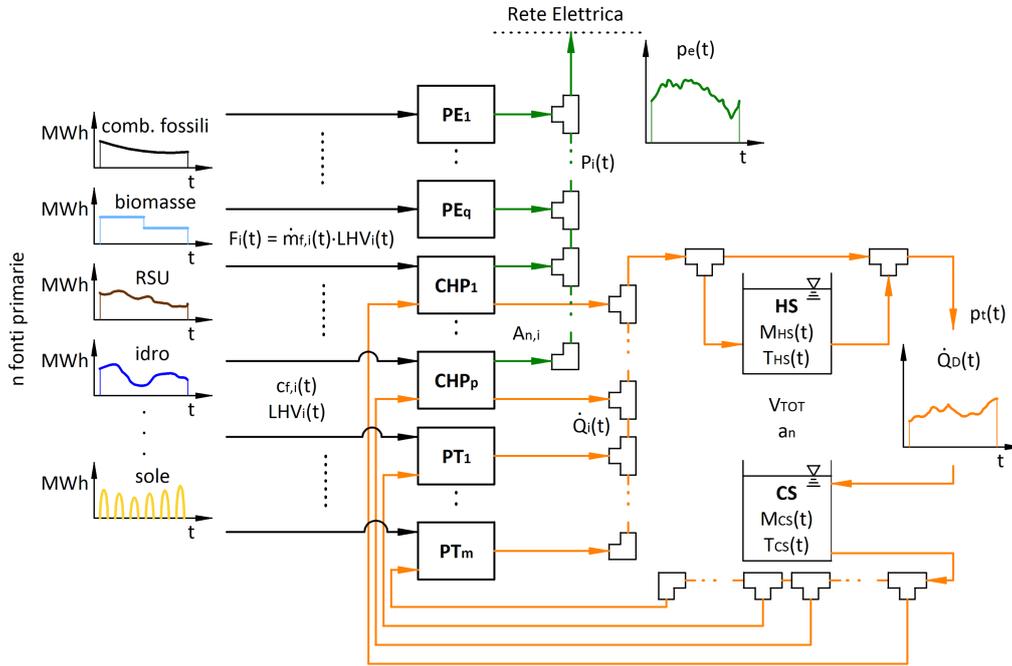


Figura 4.3: Generico Macro-Sistema per la conversione di numerose fonti di energia primaria in energia elettrica e termica

4.3.1 Definizione dei confini del Macro-Sistema

I confini del Macro-Sistema in Fig. 4.3 vengono definiti con i criteri visti nel paragrafo 4.2.1 e comportano le considerazioni che verranno fatte di seguito.

Il Macro-Sistema è composto da:

- q Sistemi (chiamati PE in Fig. 4.3) per la generazione di potenza elettrica nell'intervallo $P_{i,min} \leq P_i(t) \leq P_{i,max}$ (es. impianti a vapore, motori a combustione interna, turbine a gas, celle a combustibile, impianti geotermici, generatori eolici, impianti fotovoltaici, impianti idroelettrici, ecc.);
- p Sistemi (chiamati CHP in Fig. 4.3) per la generazione combinata di potenza elettrica nell'intervallo $P_{i,min} \leq P_i(t) \leq P_{i,max}$ e termica nell'intervallo $\dot{Q}_{i,min} \leq \dot{Q}_i(t) \leq \dot{Q}_{i,max}$ (es. impianti a vapore a contropressione o a derivazione e condensazione, motori a combustione interna cogenerativi, turbine a gas cogenerative, impianti combinati a biomassa, ecc.);
- m Sistemi (chiamati PT in Fig. 4.3) per la generazione di potenza termica nell'intervallo $\dot{Q}_{i,min} \leq \dot{Q}_i(t) \leq \dot{Q}_{i,max}$ (es. caldaie alimentate a gas naturale, caldaie alimentate a biomassa, impianti solari termici ecc.);

- un Sistema di accumulo termico costituito da un serbatoio caldo (chiamato HS in Fig. 4.3) e uno freddo (chiamato CS in Fig. 4.3). Per semplicità in Fig. 4.3 è riportato un unico serbatoio caldo e un unico serbatoio freddo, le considerazioni che verranno fatte saranno facilmente estendibile a configurazioni di Macro-Sistema con più Sistemi di accumulo termico.

Ciascun Sistema è caratterizzato da un costo di ammortamento $A_{n,i}$ [$\frac{\text{€}}{\text{anno}}$] definito in modo analogo a quanto fatto nella (4.2). Il Sistema di accumulo termico è caratterizzato da un costo di ammortamento unitario $a_{n,i}$ [$\frac{\text{€}}{m^3 \cdot \text{anno}}$], definito nella (4.2), da un volume totale V_{TOT} [m^3] che è la somma del volume dei due serbatoi (HS e CS), e da un costo unitario di manutenzione c_s [$\frac{\text{€}}{m^3 \cdot \text{anno}}$].

I flussi che vengono considerati sono:

- *Flussi di energia primaria* $F_i(t)$ [MW] di n nature differenti. Nel caso in cui questi flussi siano associati a portate di massa di combustibile $\dot{m}_{f,i}(t)$ [$\frac{kg}{s}$] essi sono caratterizzati da un costo unitario $c_{f,i}(t)$ [$\frac{\text{€}}{kg}$], che può variare nel tempo, e da un potere calorifico inferiore $LHV_i(t)$ [$\frac{MJ}{kg}$], che può anch'esso variare nel tempo (es. RSU, biomase e altri combustibili a composizione variabile nel tempo). Il relativo flusso di energia $F_i(t)$ [MW] (potenza associata al combustibile) viene calcolata come:

$$F_i(t) = \dot{m}_i(t) \cdot LHV_i(t)$$

Questi flussi sono indicati in nero in Fig. 4.3. Nella trattazione che segue si considereranno solo flussi di energia primaria associati a flussi di combustibile, tuttavia le considerazioni che verranno fatte sono facilmente estendibili a flussi di energia primaria di qualunque natura.

Ai flussi di energia primaria $F_i(t)$ [MW] vengono, inoltre, associati in modo proporzionali i *flussi di emissioni (perdite)* $L_i(t)$, definiti nel paragrafo 4.2.1, tramite una costante α che rappresenta il flusso di emissione $L_i(t)$ per unità di combustibile $F_i(t)$:

$$\alpha^* = \frac{L_i(t)}{F_i(t)} = \text{cost}$$

Si considera inoltre che la quantità di emissioni $L_i(t) dt$ comportano un costo unitario $c_{e,i}$ [$\frac{\text{€}}{MWh}$]. Un esempio di flusso di emissione dei Sistemi considerati nel Macro-Sistema di Fig. 4.3 sono le emissioni di anidride carbonica. In questo caso le emissioni specifiche di CO_2 per unità di flusso di energia primaria $F_i(t)$ [MW] possono essere definite come:

$$\alpha = \frac{m_{CO_2}(t)}{F_i(t)} \equiv \frac{[t]}{[MW]} \quad (4.13)$$

dove $m_{CO_2}(t)$ [t] è la massa di CO_2 emessa dal Sistema i che utilizza un flusso $F_i(t)$ [MW] di energia primaria. Definendo con $c_{e,i}^*$ il costo in [€] di ogni [t] di CO_2 emessa, il costo di emissione di CO_2 può essere calcolato come $F_i(t) \cdot \alpha \cdot c_{e,i}^*$. Il costo delle emissioni di CO_2 verrà calcolato nel modo appena visto nelle applicazioni presentate nei Capitoli 6 e 7. Nella trattazione che segue si considereranno solo emissioni di CO_2 da parte dei Sistemi, tuttavia le considerazioni che verranno fatte sono facilmente estendibili ad emissioni di altre sostanze o di altra natura;

- *Flussi di energia elettrica* (potenza elettrica) $P_i(t)$ [MW] generati da ogni Sistema PE_i e CHP_i . Qui si considera che tutta l'energia elettrica prodotta venga immessa in rete e venduta al prezzo variabile $p_e(t)$ [$\frac{\text{€}}{\text{MWh}}$]. Tuttavia le considerazioni che verranno fatte sono facilmente estendibili anche a casi in cui vi sia una domanda di energia elettrica. Questi flussi sono indicati in verde in Fig. 4.3;
- *Flussi di energia termica* (potenza termica) $\dot{Q}_i(t)$ [MW] generati da ogni Sistema CHP_i e PT_i , inviati alla domanda $\dot{Q}_D(t)$ [MW] e venduti al prezzo variabile $p_t(t)$ [$\frac{\text{€}}{\text{MWh}}$]. Questi flussi sono indicati in arancio in Fig. 4.3.

Si considera, per semplicità, che tutti i Sistemi siano inclusi nel Macro-Sistema e che essi abbiano una taglia definita (ossia nella (4.3) $\delta_i = 1 \forall i$ e $\phi_{i,max} = \text{cost}$). Quindi, se si lascia “libera” la variabile V_{TOT} , ovvero si desidera valutare la dimensione ottima del Sistema di accumulo, l'ottimizzazione del Macro-Sistema in Fig. 4.3 è un problema di ottimizzazione di progetto e funzionamento; viceversa, se V_{TOT} viene fissata l'ottimizzazione è del solo funzionamento. Casi di ottimizzazioni del valore di V_{TOT} in funzione della gestione dei Sistemi verranno presentate nei Capitoli 5 e 7. Casi di ottimizzazioni del funzionamento dei Sistemi verranno presentate nel Capitolo 6.

4.3.2 Definizione della funzione obiettivo per problemi dinamici di ottimizzazione MILP

La funzione obiettivo profitto, definita nel paragrafo 4.2.2 nella forma (4.3), per questo problema di ottimizzazione diventa:

$$\begin{aligned}
z = f(\mathbf{x}) = & \\
= & \sum_1^{n_{fuel}} \left(\sum_{i=1}^{q_{PE}} \left(\int_0^T P_i(t) \cdot p_e(t) dt \right) + \right. \\
& + \sum_{i=1}^{p_{CHP}} \left(\int_0^T P_i(t) \cdot p_e(t) dt + \int_0^T \dot{Q}_i(t) \cdot p_t(t) dt \right) + \\
& \left. + \sum_{i=1}^{m_{PT}} \left(\int_0^T \dot{Q}_i(t) \cdot p_t(t) dt \right) \right) + \\
- & \sum_1^{n_{fuel}} \left(\sum_{i=1}^{q+p+m} \left(\int_0^T \dot{m}_{f,i}(t) \cdot c_{f,i}(t) dt \right) \right) + \\
- & \sum_1^{n_{fuel}} \left(\sum_{i=1}^{q+p+m} \left(\int_0^T F_i(t) \cdot \alpha \cdot c_{e,i}^*(t) dt \right) \right) + \\
- & \sum_{i=1}^{q+p+m} A_{n,i} \cdot T [anni] - V_{TOT} \cdot a_n \cdot T [anni] + \\
- & \sum_1^{n_{fuel}} \left(\sum_{i=1}^{q_{PE}} \left(c_{m,i} + c_{v,i}(\Delta P_i) \right) \cdot P_{i,max} + \right. \\
& + \sum_{i=1}^{q_{CHP}} \left(c_{m,i} + c_{v,i}(\Delta P_i, \Delta \dot{Q}_i) \right) \cdot P_{i,max} + \\
& \left. + \sum_{i=1}^{m_{PT}} \left(c_{m,i} + c_{v,i}(\Delta \dot{Q}_i) \right) \cdot \dot{Q}_{i,max} \right) \cdot T [anni] + \\
+ & c_{m,s} \cdot f(V_{TOT}) \cdot T [anni] \\
+ & \sum_1^{n_{fuel}} \text{incentivazioni}(P(t), \dot{Q}(t))
\end{aligned} \tag{4.14}$$

Nella quale sono facilmente individuabili i vari contributi definiti per la (4.3). Seguendo l'ordine delle righe in cui la (4.14) è stata presentata, questi contributi sono:

- Flusso di denaro entrante generato dalla *vendita di energia elettrica* $P_i(t)$ [MW] dt

generata dai q impianti *PE* (che consumano n combustibili differenti) al prezzo unitario $p_e(t)$ [$\frac{\text{€}}{\text{MWh}}$];

- Flusso di denaro entrante generato dalla *vendita di energia elettrica* $P_i(t)$ [MW] dt e *termica* $\dot{Q}_i(t)$ [MW] dt generata dai p impianti *CHP* (che consumano n combustibili differenti) ai prezzo unitario, rispettivamente, $p_e(t)$ [$\frac{\text{€}}{\text{MWh}}$] e $p_t(t)$ [$\frac{\text{€}}{\text{MWh}}$];
- Flusso di denaro entrante generato dalla *vendita di energia termica* $\dot{Q}_i(t)$ [MW] dt generata dagli m impianti *PT* (che consumano n combustibili differenti) al prezzo unitario $p_t(t)$ [$\frac{\text{€}}{\text{MWh}}$];
- Spese concentrate associate agli *ammortamenti* $A_{n,i}$ dei $q + p + m$ Sistemi di generazione e associate all'ammortamento $V_{TOT} \cdot a_{n,i}$ del sistema di accumulo. Gli $A_{n,i}$ e $V_{TOT} \cdot a_{n,i}$ sono calcolati come ammortamenti annui (confronto con la (4.2)), quindi il loro valore deve essere moltiplicato per il periodo T in anni;
- Spese concentrate associate alla *manutenzione* dei $q + p + m$ Sistemi di generazione. I costi di manutenzione sono calcolati come visto nel paragrafo 4.2.2 e sono costi annui, quindi anche il loro valore devono essere moltiplicati per il periodo T in anni;
- Spese concentrate associate alla *manutenzione* del Sistema di accumulo con analoghe considerazioni viste sopra per gli ammortamenti dei Sistemi;
- Eventuali incentivazioni definibili come visto nel paragrafo 4.2.2.

La funzione obiettivo (4.14) richiede il calcolo di numerosi integrali e, quindi, richiede la scelta di un modello matematico della funzione stessa (es. quadratico) per poter determinare in modo approssimato il loro valore⁴. Si ricorda inoltre che nella determinazione degli integrali si dovrà tener conto correttamente delle unità di misura, in particolare quella del tempo t .

Quindi, si preferisce suddividere il periodo T di ottimizzazione in una serie di intervalli di tempo Δt finiti, e non più infinitesimali (dt), e considerare costanti tutte le variabili tra un istante di tempo t e l'istante successivo $t + \Delta t$. Di seguito si utilizzerà come unità di misura del tempo (T e Δt) l'ora ($[h]$), tuttavia la trattazione è applicabile a qualunque altra scelta previa banale conversione dell'unità.

Nel paragrafo 4.2.2 si è discusso di come i costi di manutenzione possano essere considerati somma di due componenti. Facendo riferimento, per semplicità, ad un Sistema per la sola generazione di potenza elettrica, queste due componenti sono: i

⁴la determinazione analitica degli integrali contenuti nella (4.14) risulta chiaramente molto complesso e, spesso, non possibile

costi fissi $c_{m,i} \cdot P_{i,max}$ che dipendono solo dalla taglia del $P_{i,max}$ del Sistema i , e i costi variabili $c_{v,i} \cdot f(\Delta P_i(t))$ che dipendono sia dalla taglia $P_{i,max}$ del Sistema i , sia dal modo in cui esso viene gestito tramite la funzione $f(\Delta P_i(t))$. Quest'ultima funzione è di difficile determinazione, tuttavia un modo relativamente semplice per poter tener conto dei costi aggiuntivi dovuti alle variazioni di carico dei Sistemi è quello di assegnare un costo concentrato $C_i [\frac{\text{€}}{\text{avviamento}}]$ per ogni avviamento del sistema i . In C_i possono essere considerati il costo addizionale dovuto al combustibile consumato e il presunto costo addizionale di manutenzione dovuti all'avviamento. Questa modellazione del costo variabile di manutenzione è, chiaramente, molto semplificata⁵; tuttavia permette di considerare favorevolmente nella funzione obiettivo anche una "oculata" gestione dei Sistemi evitando continui avviiamenti e spegnimenti, preservando così le strutture che compongono i Sistemi stessi. In altre parole, le soluzioni che prevedono un funzionamento intermittente degli impianti sono penalizzate rispetto alle soluzioni che prevedono un numero ridotto di spegnimenti e successive accensioni.

Qui si sceglie considerare tre valori differenti dei costi C_i , come proposto anche in [13, 32, 33, 74, 75], associati a tre differenti tipi di avviamento. Questi tre tipi di avviiamenti si differenziano l'uno dall'altro in funzione del periodo di tempo trascorso all'ultimo spegnimento al momento in cui il Sistema viene avviato (periodo di tempo nel quale il Sistema è spento). Essi sono:

- *Avviamento a caldo (HS)*: l'impianto è rimasto spento per il periodo di tempo più breve (rispetto ai periodi di tempo associati agli altri avviiamenti), di conseguenza il costo $C_{HS,i}$ associato a questo avviamento è il minore dei tre;
- *Avviamento a freddo (CS)*: l'impianto è rimasto spento per il periodo di tempo più lungo (rispetto ai periodi di tempo associati agli altri avviiamenti), di conseguenza il costo $C_{CS,i}$ associato a questo avviamento è il maggiore dei tre;
- *Avviamento a "tiepido" (WS)*: è la situazione intermedia tra *HS* e *CS*, di conseguenza il costo $C_{WS,i}$ associato a questo avviamento ha un valore intermedio ($C_{HS,i} < C_{WS,i} < C_{CS,i}$).

Le relazioni utilizzate per l'individuazione del tipo di avviamento saranno presentate nel paragrafo 4.3.3

Questa formulazione per i costi $c_{v,i}$ associati alla manutenzione dei Sistemi non è

⁵la componente legata al costo addizionale dovuto al combustibile consumato durante l'avviamento è aderente alla realtà in quanto, durante questa operazione, il Sistema non è ancora collegato alla rete elettrica ma richiede comunque del combustibile per raggiungere la velocità idonea per tale connessione. La componente legata al costo addizionale di manutenzione dovuto all'avviamento, invece, non ha un riscontro proprio nella realtà, ma viene introdotta per penalizzare lo spegnimento e successivo avviamento del Sistema.

stata introdotta nella (4.14) perché tale funzione obiettivo è in forma differenziale e risulta difficile poter includere le considerazioni appena fatte in termini generali e differenziali.

I costi $C_{HS,i}$, $C_{WS,i}$, $C_{CS,i}$ vengono introdotti ora discretizzando la variabile tempo t nella funzione obiettivo (differenziale) (4.14). Per valutare correttamente l'energia elettrica e termica prodotte da ciascun Sistema i , e il relativo consumo di combustibile, durante ogni intervallo di tempo Δt vengono introdotte le variabili $P_{av,i}(t)$, $\dot{Q}_{av,i}(t)$, $F_{av,i}(t)$ e $\dot{m}_{f,av,i}(t)$ che sono calcolate come modulo della media aritmetica tra i rispettivi valori all'istante t e $t - 1$:

$$P_{av,i}(t) = \left| \frac{P_i(t) + P_i(t-1)}{2} \right| \quad \dot{Q}_{av,i}(t) = \left| \frac{\dot{Q}_i(t) + \dot{Q}_i(t-1)}{2} \right|$$

$$F_{av,i}(t) = \left| \frac{F_i(t) + F_i(t-1)}{2} \right| \quad \dot{m}_{f,av,i}(t) = \left| \frac{\dot{m}_{f,i}(t) + \dot{m}_{f,i}(t-1)}{2} \right|$$

La funzione obiettivo profitto con discretizzazione del tempo assume quindi la seguente forma (4.15) dove $C_{HS,i}$, $C_{WS,i}$ e $C_{CS,i}$ sono i costi di un singolo avviamento caldo, tiepido e freddo, rispettivamente. Le $\delta_{WS,i}(t)$, $\delta_{WS,i}(t)$ e $\delta_{CS,i}(t)$ sono variabili binarie, funzioni del tempo, che vengono introdotte per individuare e conteggiare gli avviamenti (ognuna di esse è associata ad un tipo di avviamento e il loro valore passa da 0 a 1 quando quell'avviamento si verifica). Le relazioni che definiscono il valore di queste variabili verranno discusse nel paragrafo 4.3.3 (equazione (4.33)). Si noti che nella (4.15) il costo dell'avviamento più caldo viene sottratto al costo di quello più freddo ($C_{HS,i}$ viene sottratto da $C_{WS,i}$ e $C_{WS,i}$ viene sottratto da $C_{CS,i}$). Questo perché quando si verifica un avviamento più freddo, per come vengono identificati gli avviamenti, si verificano anche gli avviamenti più caldi. Questo concetto verrà chiarito più avanti, per ora si fa notare solamente che le sottrazioni sopracitate sono incluse nella (4.15) per una corretta valutazione dei costi degli avviamenti.

Inoltre, nella (4.15) è stata introdotta la costante $3600 \frac{[s]}{[h]}$ per convertire la portata di combustibile, solitamente in $[\frac{kg}{s}]$, in $[\frac{kg}{h}]$. Si noti, infine, che i prodotti $P_{av,i}(t) \cdot \Delta t$, $\dot{Q}_{av,i}(t) \cdot \Delta t$ e $F_{av,i}(t) \cdot \Delta t$ rappresentano delle quantità di energia $[MWh]$ generata nell'intervallo di tempo Δt , mentre il prodotto $\dot{m}_{av,f,i}(t) \cdot \Delta t \cdot 3600$ rappresenta la massa di combustibile $[kg]$ consumata in Δt .

$$\begin{aligned}
z = f(\mathbf{x}) = & \\
= & \sum_1^{n_{fuel}} \left(\sum_{i=1}^{q_{PE}} \left(\sum_{t=1}^T P_{av,i}(t) \cdot \Delta t \cdot p_e(t) \right) + \right. \\
& + \sum_{i=1}^{p_{CHP}} \left(\sum_{t=1}^T P_{av,i}(t) \Delta t \cdot p_e(t) \cdot + \sum_{t=1}^T \dot{Q}_{av,i}(t) \cdot \Delta t \cdot p_t(t) \right) + \\
& \left. + \sum_{i=1}^{m_{PT}} \left(\sum_{t=1}^T \dot{Q}_{av,i}(t) \cdot \Delta t \cdot p_t(t) \right) \right) + \\
- & \sum_1^{n_{fuel}} \left(\sum_{i=1}^{q+p+m} \left(\sum_{t=1}^T \dot{m}_{av,f,i}(t) \cdot \Delta t \cdot 3600 \cdot c_{f,i}(t) \right) \right) + \\
- & \sum_1^{n_{fuel}} \left(\sum_{i=1}^{q+p+m} \left(\sum_{t=1}^T F_{av,i}(t) \Delta t \cdot \alpha \cdot c_{e,i}^*(t) \right) \right) + \\
- & \sum_{i=1}^{q+p+m} A_{n,i} \cdot T [anni] - V_{TOT} \cdot a_n \cdot T [anni] + \\
- & \sum_1^{n_{fuel}} \left(\sum_{i=1}^{q_{PE}} c_{m,i} \cdot P_{i,max} + \right. \\
& + \sum_{i=1}^{q_{CHP}} c_{m,i} \cdot P_{i,max} + \\
& \left. + \sum_{i=1}^{m_{PT}} c_{m,i} \dot{Q}_{i,max} \right) \cdot T [anni] + \\
- & \sum_1^{n_{fuel}} \left(\sum_{i=1}^{q+p+m} \delta_{HS,i}(t) \cdot C_{HS,i} + \right. \\
& - \sum_{i=1}^{q+p+m} \delta_{WS,i}(t) \cdot (C_{WS,i} - C_{HS,i}) + \\
& \left. - \sum_{i=1}^{q+p+m} \delta_{CS,i}(t) \cdot (C_{CS,i} - C_{WS,i}) \right) + \\
+ & c_{m,s} \cdot f(V_{TOT}) \cdot T [anni] \\
+ & \sum_1^{n_{fuel}} \text{incentivazioni}(P(t), \dot{Q}(t))
\end{aligned} \tag{4.15}$$

Come discusso nella formulazione generale del problema di ottimizzazione dinamica di Macro-Sistemi (paragrafo 4.2) riferendosi alla funzione obiettivo (4.3), anche il problema di ottimizzazione MILP definito in questo paragrafo è un problema dinamico con le caratteristiche del problema di decisione multistadio (forma definita dalla (3.29)). In particolare l'elemento che conferisce dinamicità al problema è la presenza del Sistema di accumulo $HS + CS$. Si possono fare anche analoghe considerazioni sull'applicazione della programmazione dinamica (paragrafo 3.3.3) nella risoluzione di questo problema di ottimizzazione: la programmazione dinamica può essere applicata per un valore fissato della variabile V_{TOT} (volume del Sistema di accumulo), ossia nel caso di ottimizzazione del solo funzionamento del Macro-Sistema in Fig. 4.3 con Sistema di accumulo definito. In caso contrario, cioè per V_{TOT} "libera", la funzione obiettivo (4.15) non è separabile e, quindi, l'applicazione della programmazione dinamica porterebbe probabilmente ad un ottimo differente dall'ottimo ottenibile senza l'applicazione di tale tecnica.

4.3.3 Modello MILP del Macro-Sistema

Le due principali caratteristiche del modello MILP sono:

1. L'inclusione di **variabili intere** δ_i per tenere conto dello stato di accensione/spegnimento di ciascun Sistema i ;
2. L'inclusione nel modello di sole **relazioni lineari** al fine di ridurre lo sforzo computazionale (come visto nel paragrafo 3.3.4).

Queste due caratteristiche permettono di modellare adeguatamente il compotramento del Macro-Sistema di Fig. 4.3 in quanto i Sistemi in esso inclusi hanno la possibilità di essere spenti durante il periodo T di ottimizzazione (caratteristica 1) e hanno mappe caratteristiche ben approssimabili da relazioni lineari (caratteristica 2). Le mappe caratteristiche di numerosi impianti PE e CHP sono state determinate grazie a simulazioni di modelli dettagliati di questi Sistemi e sono riportate nelle Fig. 6.5 (c) e (d), 7.3, le quali mostrano relazioni praticamente lineari.

Le relazioni del modello del Macro-Sistema sono di seguito presentate.

Mappe caratteristiche dei Sistemi

Esse sono le relazioni input-output (fuel-prodotto/i) e, nel caso di Sistemi che generano più output, output-output (prodotto-prodotto) che descrivono il comportamento di ciascun Sistema in tutte le possibili condizioni di carico. Essendo inclusi

nel Macro-Sistema di Fig. 4.3 sia Sistemi che generano un solo prodotto (PE e PT) sia Sistemi che generano due prodotti (CHP), vengono di seguito definite le mappe per ciascuno di questi Sistemi:

Mappe caratteristiche dei Sistemi PE per la generazione di energia elettrica

Per descrivere il comportamento di un Sistema con un solo output è sufficiente una mappa caratteristica (vedere paragrafi 2.3.3 e 4.2.4).

Nel caso di Sistemi (PE_i) per la generazione di energia elettrica tale mappa lega il consumo di combustibile $F_i(t)$ alla potenza elettrica generata ($P_i(t)$). La descrizione matematica di questa mappa assume la forma:

$$\begin{aligned}
 F_i(t) &= k_1 \cdot P_i(t) + k_2 \cdot \delta_i(t) \\
 &\text{soggetta ai vincoli sul carico massimo e minimo:} \\
 P_i(t) &\leq P_{i,max} \cdot \delta_i(t) \\
 P_i(t) &\geq P_{i,min} \cdot \delta_i(t)
 \end{aligned}
 \tag{4.16}$$

Dove k_1 e k_2 sono opportune costanti e $\delta_i(t)$ sono le variabili binarie. Risulta facile verificare, come fatto per la (4.7), che per $\delta_i(t) = 0$ il Sistema i è spento, mentre per $\delta_i(t) = 1$ il Sistema i è acceso. Esempi di Sistemi che operano secondo la mappa caratteristica (4.16) sono: turbine a gas, impianti a vapore alimentati a vari combustibili (polverino di carbone, biomassa, RSU, ecc.), cicli combinati, motori a combustione interna, impianti geotermici ecc.

Mappe caratteristiche dei Sistemi PT per la generazione di energia termica

Con considerazioni analoghe a quanto visto per i Sistemi PE , sostituendo la potenza termica $\dot{Q}_i(t)$ a quella elettrica $P_i(t)$ nella (4.16), si ottiene la mappa dei Sistemi PT_i che lega il consumo di combustibile $F_i(t)$ alla potenza termica generata $\dot{Q}_i(t)$. La descrizione matematica di questa mappa assume la forma:

$$\begin{aligned}
 F_i(t) &= k_1 \cdot \dot{Q}_i(t) + k_2 \cdot \delta_i(t) \\
 &\text{soggetta ai vincoli sul carico massimo e minimo:} \\
 \dot{Q}_i(t) &\leq \dot{Q}_{i,max} \cdot \delta_i(t) \\
 \dot{Q}_i(t) &\geq \dot{Q}_{i,min} \cdot \delta_i(t)
 \end{aligned}
 \tag{4.17}$$

Dove k_1 e k_2 sono opportune costanti e i restanti simboli hanno ovvio significato. Ancora, per $\delta_i(t) = 0$ il Sistema i è spento e per $\delta_i(t) = 1$ il Sistema i è acceso. Esempi di Sistemi che operano secondo la mappa caratteristica (4.17) sono caldaie alimentate a vari combustibili (gas naturale, olio combustibile, bio-combustibili, biomassa, RSU ecc.).

Mappe caratteristiche dei Sistemi CHP per la generazione combinata di energia

elettica e termica

Per descrivere il comportamento di un Sistema con due output sono necessarie due mappe caratteristiche (vedere paragrafi 2.3.3 e 4.2.4).

Nel caso di Sistemi *CHP* la prima mappa lega il consumo di combustibile $F_i(t)$ alle potenze elettrica ($P_i(t)$) e termica $\dot{Q}_i(t)$ generate. La descrizione matematica di questa mappa assume la forma:

$$F_i(t) = k_1 \cdot P_i(t) + k_2 \cdot \dot{Q}_i(t) + k_3 \cdot \delta_i(t)$$

soggetta ai vincoli sul carico massimo e minimo:

$$P_i(t) \leq P_{i,max} \cdot \delta_i(t)$$

$$P_i(t) \geq P_{i,min} \cdot \delta_i(t)$$
(4.18)

Dove k_1 , k_2 e k_3 sono opportune costanti e i restanti simboli hanno ovvio significato. Nel caso in cui la potenza termica generata dal Sistema *CHP* derivi dal recupero del calore di flussi di scarico o di raffreddamento (es. turbine a gas e motori a combustione interna cogenerativi) la costante k_2 è nulla, in quanto la potenza termica generata $\dot{Q}_i(t)$ non influenza il consumo di combustibile $F_i(t)$ (trascurando la compressione allo scarico del Sistema dovuta alle perdite di carico nello scambiatore a recupero). Nel caso di Sistemi *CHP* a vapore a derivazione e condensazione, invece, la costante k_2 assume un valore positivo essendo la potenza termica $\dot{Q}_i(t)$ generata da vapore spillato in opportune zone della turbina.

La seconda mappa caratteristica definisce il legame tra i due output generati, ossia tra la potenza elettrica $P_i(t)$ e termica $\dot{Q}_i(t)$. Tale legame può essere univoco o può rappresentare un'area di punti fattibili nel piano $\dot{Q} - P$ e dipende dal tipo di Sistema *CHP* considerato. A titolo di esempio qui si riportano le relazioni che definiscono la mappa caratteristica $\dot{Q} - P$ per un Sistema turbogas cogenerativo e per un Sistema basato su ciclo a vapore a derivazione e condensazione.

Nel caso di turbina a gas cogenerativa la forma della mappa caratteristica $\dot{Q} - P$ è stata mostrata in Fig. 2.5 e la sua descrizione matematica assume la forma:

$$P_i(t) = (\geq) k_4 \cdot \dot{Q}_i(t) + k_5 \cdot \delta_i(t)$$
(4.19)

Dove k_4 , k_5 sono opportune costanti e i restanti simboli hanno ovvio significato. Nel caso in cui nella turbina a gas non sia prevista la possibilità di far by-passare ai gas di scarico lo scambiatore a recupero la (4.19) ha il segno di uguaglianza e la mappa caratteristica è la linea nera spessa in Fig. 2.5. Nel caso in cui vi sia la possibilità di by-pass la (4.19) ha il segno di disuguaglianza e la mappa caratteristica è l'area grigia evidenziata in Fig. 2.5.

Nel caso di impianti a vapore a derivazione e condensazione la mappa caratteristica $\dot{Q} - P$ è stata mostrata in Fig. 2.7 e viene riproposta in Fig. 4.4 indicando i vari limiti dell'area di fattibilità.

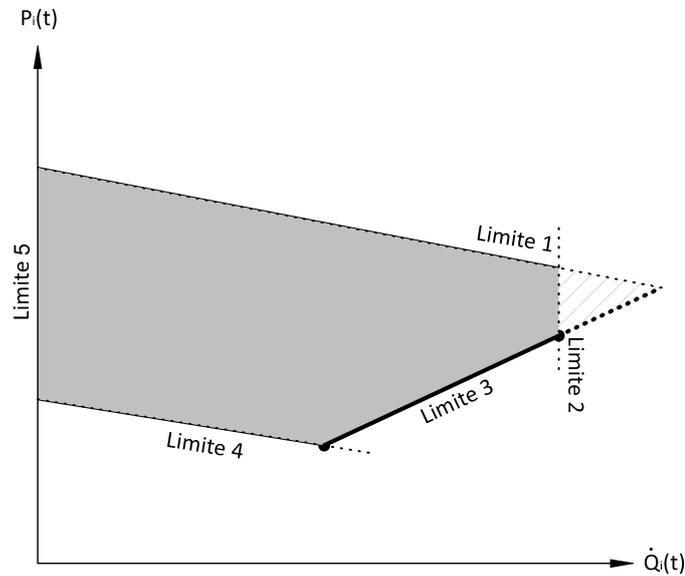


Figura 4.4: Mappa caratteristica $\dot{Q} - P$ di un impianto a vapore cogenerativo a derivazione e condensazione

Questi limiti sono già stati descritti nel paragrafo 2.3.3 e sono descritti matematicamente come segue:

$$\begin{aligned}
 \text{Limite 1: } & P_i(t) \leq k_6 \cdot \dot{Q}_i(t) + k_7 \cdot \delta_i(t) \\
 \text{Limite 2: } & \dot{Q}_i(t) \leq k_8 \\
 \text{Limite 3: } & P_i(t) \leq k_9 \cdot \dot{Q}_i(t) + k_{10} \cdot \delta_i(t) \\
 \text{Limite 4: } & P_i(t) \leq k_{11} \cdot \dot{Q}_i(t) + k_{12} \cdot \delta_i(t) \\
 \text{Limite 5: } & \dot{Q}_i(t) \geq 0
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Dove le k_j con $j = 6, \dots, 12$ sono opportune costanti e i restanti simboli hanno ovvio significato.

Dalle (4.18), (4.19) e (4.20) è chiaro che, per entrambi i Sistemi *CHP* quando $\delta_i(t) = 0$ il Sistema è spento ($P_i(t)$, $\dot{Q}_i(t)$ e $F_i(t)$ sono nulli) e per $\delta_i(t) = 1$ il Sistema i è acceso e $P_i(t)$, $\dot{Q}_i(t)$ e $F_i(t)$ possono variare entro i limiti e con le relazioni definite sopra.

Bilanci di massa ed energia

Come visto nel paragrafo 4.2.4 le equazioni di bilancio rappresentano:

- Bilanci che definiscono le interconnessioni tra i Sistemi;

- Bilancio dei Sistemi;
- Bilanci che definiscono le interconnessioni tra i Sistemi e l'esterno (ambiente e domanda dell'utanza).

Per come è stato definito il Macro-Sistema in Fig. 4.3 i bilanci di massa di interconnessione tra i Sistemi sono automaticamente verificati, come visto nel paragrafo 4.2.4.

I bilanci di Sistema per i Sistemi di generazione (*PE*, *CHP* e *PT*) sono rappresentati dalla variabile α definita nella (4.13) che sono le emissioni di CO_2 per unità di combustibile F_i consumato. In questa trattazione la (4.13) è sufficiente a descrivere il bilancio dei Sistemi di generazione in quanto non interessa determinare altri flussi in uscita oltre alle potenze generate, al consumo di combustibile e alle emissioni di anidride carbonica.

Per il Sistema di accumulo, invece, è necessario considerare il bilancio di massa e il bilancio di energia, per poter determinare la temperatura all'interno del serbatoio *HS* e *CS* in funzione delle caratteristiche dei flussi di massa entranti e uscenti dal Sistema di accumulo. Si assume che il fluido operativo sia incompressibile (in questo tipo di Macro-Sistemi il fluido operativo è generalmente acqua).

Il bilancio di massa per il Sistema di accumulo è definito dalla (4.9) ponendo, per il serbatoio caldo *HS*:

$$\begin{aligned}\Phi_i(t) &= M_{HS}(t) \\ \phi_{p,i} &= \dot{m}_{in,HS} \\ \phi_{i,p} &= \dot{m}_{out,HS} \\ L_{p,i} &= 0\end{aligned}$$

dove $M_{HS}(t)$ è la massa di fluido operativo all'interno di *HS*, $\dot{m}_{in,HS}$ e $\dot{m}_{out,HS}$ sono, rispettivamente, le portate di massa entranti e uscenti da *HS*. L'aver posto $L_{p,i} = 0$ significa assumere che il serbatoio non ha perdite di fluido operativo per trafileamento o permeabilità.

Il bilancio di energia per il Sistema di accumulo è definito dalla (4.9) ponendo, per il serbatoio caldo *HS*:

$$\begin{aligned}\Phi_i(t) &= U_{HS}(t) \\ \phi_{p,i} &= \dot{m}_{in,HS} \cdot h_{in,HS}(t) \\ \phi_{i,p} &= \dot{m}_{out,HS} \cdot h_{out,HS}(t) \\ L_{p,i} &= 0\end{aligned}$$

dove $U_{HS}(t)$ è l'energia interna del fluido operativo contenuto in *HS*, $\dot{m}_{in,HS} \cdot h_{in,HS}(t)$ e $\dot{m}_{out,HS} \cdot h_{out,HS}(t)$ sono le entalpie dei flussi⁶, rispettivamente, entranti e

⁶considerando il calore specifico c_s del fluido operativo costante al variare della temperatura, l'entalpia specifica h del fluido può essere calcolata come prodotto tra c_s e la differenza tra la

uscanti da HS . L'aver posto $L_{p,i} = 0$ significa assumere che il serbatoio non disperde calore verso l'esterno (serbatoio adiabatico verso l'esterno).

I bilanci di massa ed energia per il serbatoio freddo (CS) possono essere definiti in modo analogo. Bilanci di massa ed energia di questo genere verranno definiti nel paragrafo 5.3.

Una trattazione semplificata dei bilanci di massa ed energia nei Sistemi di accumulo prevede di considerare costanti nel tempo le temperature $T_{HS}(t)$ e $T_{CS}(t)$ del fluido operativo [13, 31, 32, 75] all'interno, rispettivamente, del serbatoio caldo (HS) e freddo (CS). Per le considerazioni viste sopra, anche le rispettive energie interne ($U_{HS}(t)$ e $U_{CS}(t)$) risultano costanti.

Considerando che l'unico Sistema che può accumulare massa ed energia è il Sistema di accumulo $HS + CS$, e considerando che nemmeno nella domanda vi sia accumulo di massa (la portata di massa uscente da HS è equivalente, istante per istante, a quella entrante in CS), il bilancio di massa può essere definito per uno solo dei due serbatoi, ed è automaticamente verificato il bilancio per l'altro. Il bilancio di massa nel Sistema di accumulo viene definito, vista la discretizzazione del periodo T in intervalli Δt , come segue:

$$SL(t+1) = SL(t) - \Delta L(t) \quad \text{con } SL(t) \geq 0 \quad \forall t \quad (4.21)$$

dove SL è il volume in $[m^3]$ di fluido operativo all'interno del serbatoio e $\Delta L(t)$ è la sua variazione, in $[m^3]$, nell'istante di tempo Δt tra $t - 1$ e t .

Il bilancio di energia porta, tramite semplici passaggi matematici e viste le assunzioni fatte, alla seguente relazione che permetta di determinare la quantità di calore q_S , in $[\frac{MJ}{m^3}]$, contenuta in ciascun m^3 di fluido operativo che si raffredda, all'interno della domanda, dalla temperatura costante T_{HS} (del serbatoio caldo) alla temperatura costante T_{CS} (del serbatoio freddo):

$$q_S = c_s \cdot \rho \cdot (T_{HS} - T_{CS}) = c_s \cdot \rho \cdot (\Delta T_S) = \text{cost} \quad (4.22)$$

dove c_s è il calore specifico in $[\frac{MJ}{kg \cdot K}]$ del fluido operativo, ρ è la sua massa volumica in $[\frac{kg}{m^3}]$ e ΔT_S è la differenza di temperatura relativa alla cessione di q_S da parte del fluido operativo. q_S è costante del tempo derivando da grandezze costanti, per le

temperatura $T(t)$ del fluido meno una temperatura T_{ref} di riferimento assunta per il calcolo delle entalpie [16]. In formula:

$$h(t) = c_s \cdot (T(t) - T_{ref})$$

e, quindi:

$$\dot{m}_{in/out,HS} \cdot h_{in/out,HS}(t) = c_s \cdot (T_{in/out,HS}(t) - T_{ref})$$

assunzioni fatte.

Quindi, la potenza termica $\dot{Q}_S(t)$ associata ad una variazione del volume $\Delta L(t)$ del Sistema di accumulo può essere determinata con la seguente:

$$\dot{Q}_S(t) = q_S \cdot \frac{\Delta L(t)}{\Delta t} = c_v \cdot \rho \cdot (\Delta T_S) \cdot \frac{\Delta L(t)}{\Delta t} \quad (4.23)$$

dove $\dot{Q}_S(t)$ è in $[WM]$ e $\Delta L(t)$ viene diviso per Δt al fine di ottenere unità di misura congruenti (unità di potenza).

L'ultimo bilancio che è necessario definire è quello di energia termica alla domanda. Questo stabilisce che l'energia termica uscente dal Macro-Sistema nell'intervallo di tempo t deve essere uguale all'energia termica richiesta dalla domanda, in formula:

$$\dot{Q}_D(t) \cdot \Delta t = \sum_1^{n_{fuel}} \left(\sum_{i=1}^{p_{CHP}} Q_i(t) \cdot \Delta t + \sum_{i=1}^{m_{PT}} Q_i(t) \cdot \Delta t \right) + \dot{Q}_S(t) \cdot \Delta t \quad (4.24)$$

Il bilancio (4.24) può essere definito anche per unità di tempo (bilancio di potenze termiche) nel modo seguente:

$$\dot{Q}_D(t) = \sum_1^{n_{fuel}} \left(\sum_{i=1}^{p_{CHP}} Q_i(t) + \sum_{i=1}^{m_{PT}} Q_i(t) \right) + \dot{Q}_S(t) \cdot \quad (4.25)$$

Dalla (4.25) appare chiaro come la produzione termica dei $p + m$ Sistemi *CHP* e *PT* che utilizzano n combustibili diversi possa essere istantaneamente differente dalla richiesta termica $\dot{Q}_D(t)$ grazie alla presenza del Sistema di accumulo. Infatti, si possono distinguere due situazioni:

- La produzione termica è inferiore della domanda: dalla (4.25) $\dot{Q}_S(t) > 0$ quindi, dai bilanci (4.21) e (4.23), risulta $\Delta L(t) < 0$, ossia il Sistema di accumulo si svuota;
- La produzione termica è superiore della domanda: dalla (4.25) $\dot{Q}_S(t) < 0$ quindi, dai bilanci (4.21) e (4.23), risulta $\Delta L(t) > 0$, ossia il Sistema di accumulo si riempie.

Se si desidera ottimizzare un periodo di tempo T considerato come periodo tipo, al modello devono essere aggiunte le condizioni di periodicità sul livello di fluido operativo nel Sistema di accumulo, ossia:

$$SL(0) = SL(T) \quad (4.26)$$

In Macro-Sistemi per la produzione combinata di energia elettrica e termica che servono una rete di teleriscaldamento e che sono collegati alla rete elettrica, come quello di Fig. 4.3, può quindi essere conveniente inserire dei Sistemi di accumulo che permettano di svincolare la produzione termica dalla domanda, come è stato appena verificato. In questo modo viene anche svincolata la produzione elettrica dei Sistemi *CHP* dalla richiesta termica. Richiamando la funzione obiettivo profitto (4.15) risulta chiaro che questa condizione di svincolamento della produzione elettrica dei *CHP* dalla domanda termica può portare ad una gestione di questi Sistemi che segua convenientemente il prezzo $p_e(t)$ dell'energia elettrica, situazione che può portare ad un profitto maggiore. Questo coincide con l'ottenere una soluzione ottima "migliore" per una configurazione con Sistemi di accumulo rispetto alla soluzione ottima senza tali Sistemi. Due applicazioni che verificano questa considerazione saranno presentate nel Capitolo 7.

Equazioni di stato

Le equazioni di stato vengono utilizzate solamente per determinare il valore del calore specifico c_s e della massa volumica ρ dell'unico fluido operativo considerato, che è quello utilizzato per accumulare l'energia termica e trasferire tale energia alla domanda (solitamente acqua). Queste due variabili sono presenti nelle (4.22) e (4.23).

Relazioni aggiuntive del modello MILP

Oltre alle equazioni del modello MILP viste sin'ora vengono introdotte alcune relazioni aggiuntive derivanti da considerazioni ingegneristiche per evitare soluzioni che richiedano una gestione scorretta dei Sistemi.

Queste relazioni sono relative a:

Vincolo sul minimo tempo di spegnimento Δt_{DT} dei Sistemi

Questo vincolo viene introdotto per evitare eccessivi stress termici dei componenti dei Sistemi ed è descritto, per ogni Sistema i , dalle seguenti relazioni:

$$\Delta t_{DT,i}(t+1) = (\Delta t_{DT,i}(t) + 1) \cdot (1 - \delta_i(t+1)) \quad (4.27)$$

sotto la condizione:

$$(\delta_i(t+1) - \delta_i(t)) \cdot (\Delta t_{DT,i}(t) + \Delta t_{DT,i}^{min}) \geq 0 \quad (4.28)$$

dove $\delta_i(t)$ è la stessa variabile binaria inclusa nelle mappe caratteristiche dei Sistemi (equazioni (4.16), (4.17), (4.18), (4.19) e (4.20)), $\Delta t_{DT,i}(t)$ è il tempo trascorso

dall'ultimo spegnimento del Sistema e $\Delta t_{DT,i}^{min}$ è il minimo tempo di spegnimento imposto.

In accordo con (4.27) il valore di $\Delta t_{DT,i}(t)$ viene incrementato di un'ora per ogni Δt in cui il Sistema rimane spento ($\delta_i = 0$). L'equazione (4.28) stabilisce che il Sistema può essere riavviato solo quando è trascorso il tempo di spegnimento minimo $\Delta t_{DT,i}^{min}$. Le equazioni (4.27) e (4.28) non sono lineari perché in esse è incluso un prodotto tra due variabili dipendenti dal tempo ($\delta_i(t)$ e $\Delta t_{DT,i}(t)$). Esse possono essere linearizzate utilizzando la tecnica di linearizzazione di Glover [76], così che la (4.27) viene sostituita da:

$$\begin{aligned}
\Delta t_{DT,i}(t+1) &\geq Lo_{1,i} \cdot (1 - \delta_i(t+1)) \\
\Delta t_{DT,i}(t+1) &\leq Up_{1,i} \cdot (1 - \delta_i(t+1)) \\
\Delta t_{DT,i}(t+1) &\geq 1 + \Delta t_{DT,i}(t) - Up_{1,i} \cdot \delta_i(t+1) \\
\Delta t_{DT,i}(t+1) &\leq 1 + \Delta t_{DT,i}(t) - Lo_{1,i} \cdot \delta_i(t+1) \\
Lo_{1,i} &= \min(\Delta t_{DT,i}(t) + 1) \\
Up_{1,i} &= \max(\Delta t_{DT,i}(t) + 1)
\end{aligned} \tag{4.29}$$

mentre la (4.28) viene sostituita da:

$$\begin{aligned}
X_{1,i}(t+1) &\geq Lo_{2,i} \cdot \delta(t+1) \\
X_{1,i}(t+1) &\leq Up_{2,i} \cdot \delta(t+1) \\
X_{1,i}(t+1) &\geq \Delta t_{DT,i}(t) - \Delta t_{DT,i}^{min} - Up_{2,i} \cdot (1 - \delta_i(t+1)) \\
X_{1,i}(t+1) &\leq \Delta t_{DT,i}(t) - \Delta t_{DT,i}^{min} - Lo_{2,i} \cdot (1 - \delta_i(t+1)) \\
X_2(t+1) &\geq Lo_{2,i} \cdot \delta_i(t) \\
X_2(t+1) &\leq Up_{2,i} \cdot \delta_i(t) \\
X_2(t+1) &\geq \Delta t_{DT,i}(t) - \Delta t_{DT,i}^{min} - Up_{2,i} \cdot (1 - \delta_i(t)) \\
X_2(t+1) &\leq \Delta t_{DT,i}(t) - \Delta t_{DT,i}^{min} - Lo_{2,i} \cdot (1 - \delta_i(t)) \\
Lo_2 &= \min(\Delta t_{DT,i}(t) + 1) \\
Up_2 &= \max(\Delta t_{DT,i}(t) + 1)
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Per maggiori dettagli si rimanda all'Appendice C.

Vincolo sul minimo tempo di accensione $\Delta t_{OT,i}$ dei Sistema

Questo vincolo non deriva da considerazioni tecnologiche, bensì da una considerazione di "buona pratica" secondo la quale quando un Sistema viene avviato è opportuno non spegnerlo subito. La formulazione, analoga a quella vista nelle (4.27) e (4.28) per il vincolo sul minimo tempo di spegnimento, è:

$$\Delta t_{OT,i}(t+1) = (\Delta t_{OT,i}(t) + 1) \cdot (\delta_i(t+1)) \tag{4.31}$$

sotto la condizione:

$$(\delta_i(t+1) - \delta_i(t)) \cdot (\Delta t_{OT,i}(t) + \Delta t_{OT,i}^{min}) \geq 0 \quad (4.32)$$

dove $\Delta t_{OT,i}(t)$ è il tempo trascorso dall'ultimo avviamento del Sistema e $\Delta t_{OT,i}^{min}$ è il minimo tempo di accensione imposto.

Per le stesse considerazioni fatte per le (4.27) e (4.28), le (4.31) e (4.32) non sono lineari ma possono essere linearizzate utilizzando la tecnica di linearizzazione di Glover [76], ottenendo due formulazioni analoghe alle (4.29) e (4.29) che vengono qui tralasciate per brevità. Per maggiori dettagli si rimanda nuovamente all'Appendice C.

Conteggio e individuazione degli avviamenti

Come visto nel paragrafo 4.3 i costi di manutenzione variabili $c_{v,i}$ possono essere considerati assegnando un costo ad ogni singolo avviamento (confronto con la funzione obiettivo (4.15)). Gli avviamenti si erano divisi in tre tipi [13, 31–33, 74, 75]:

- *HS*: condizione sufficiente (ma non necessaria, come si vedrà nella (4.33)) affinché si verifichi un avviamento caldo è che il periodo di tempo tra l'ultimo spegnimento e l'accensione sia minore di $T1$. A questo avviamento viene associata una variabile binaria $\delta_{HS,i}(t)$ che cambia il valore da 0 a 1 quando esso si verifica;
- *WS*: condizione sufficiente (ma non necessaria, come si vedrà nella (4.33)) affinché si verifichi un avviamento tiepido è che il periodo di tempo tra l'ultimo spegnimento e l'accensione sia minore di $T2$ ma maggiore di $T1$ (con $T2 > T1$). A questo avviamento viene associata una variabile binaria $\delta_{WS,i}(t)$ che cambia il valore da 0 a 1 quando esso si verifica;
- *CS*: condizione sufficiente (ma non necessaria, come si vedrà nella (4.33)) affinché si verifichi un avviamento freddo è che il periodo di tempo tra l'ultimo spegnimento e l'accensione sia maggiore di $T2$. A questo avviamento viene associata una variabile binaria $\delta_{CS,i}(t)$ che cambia il valore da 0 a 1 quando esso si verifica.

$T1$ e $T2$ sono intervalli di tempo specificati, solitamente in $[h]$, che dipendono dal tipo di Sistema associato (es. i Sistemi a turbine a gas sono caratterizzate da periodi $T1$ e $T2$ più corti rispetto ai Sistemi a vapore).

Tre disequazioni vengono utilizzate per identificare gli avviamenti *HS*, *WS* e *CS*:

$$\begin{aligned} \delta_i(t) - \delta_i(t+1) + \delta_{HS,i}(t+1) &\geq 0 \\ \delta_i(t) - \dots - \delta_i(t+T1) - \delta_i(t+T1+1) + \delta_{WS,i}(t+T1+1) &\geq 0 \\ \delta_i(t) - \dots - \delta_i(t+T2) - \delta_i(t+T2+1) + \delta_{CS,i}(t+T2+1) &\geq 0 \end{aligned} \quad (4.33)$$

Le disequazioni (4.33) forzano le tre variabili binarie $\delta_{HS,i}$, $\delta_{WS,i}$ e $\delta_{CS,i}$ a cambiare il loro valore da 0 a 1 quando si verifica un avviamento caldo, tiepido e freddo rispettivamente. Infatti, per le desinzioni di HS , WS e CS date sopra:

- si ha un avviamento caldo quando il Sistema i cambia il suo stato da spento ad acceso, ovvero $\delta_i(t) = 0$ e $\delta_i(t+1) = 1$. Quindi, dalla prima disequazione della (4.33), si ottiene $\delta_{HS,i}(t+1) = 1$;
- si ha un avviamento tiepido quando il Sistema i rimane spento almeno per un periodo di tempo $T1$ e viene successivamente acceso, ovvero $\delta_i(t) = 0, \dots, \delta_i(t+T1) = 0$ e $\delta_i(t+T1+1) = 1$. Quindi, dalla seconda disequazione della (4.33), si ottiene $\delta_{WS,i}(t+T1+1) = 1$;
- si ha un avviamento freddo quando il Sistema i rimane spento almeno per un periodo di tempo $T2$ e viene successivamente acceso, ovvero $\delta_i(t) = 0, \dots, \delta_i(t+T2) = 0$ e $\delta_i(t+T2+1) = 1$. Quindi, dalla terza disequazione della (4.33), si ottiene $\delta_{WS,i}(t+T2+1) = 1$.

Se non vi è nessun avviamento le variabile $\delta_{HS,i}$, $\delta_{WS,i}$ e $\delta_{CS,i}$ vengono fissate a 0. Dalla (4.33) e dalle considerazioni fatte risulta chiaro che quando si verifica un avviamento più freddo si verificano anche gli avviamenti più caldi. Ovvero se si verifica un avviamento WS ($\delta_{WS,i} = 1$) si verifica, per la prima della (4.33), anche un avviamento HS ($\delta_{HS,i} = 1$); analogamente se si verifica un avviamento CS ($\delta_{CS,i} = 1$) si verificano, per la prima e la seconda della (4.33), anche un avviamento WS ($\delta_{WS,i} = 1$) e HS ($\delta_{HS,i} = 1$).

Per questo motivo nella funzione obiettivo (4.15) sono state inserite delle sottrazioni per una corretta valutazione dei costi degli avviamenti.

Massime rampe di variazione di carico

Come introdotto nel paragrafo 4.2.4 un vincolo sulla massima variazione di carico del Sistema i nell'intervallo di tempo Δt può essere introdotto nel modello del Macro-Sistema per rappresentare comportamenti realistici dei Sistemi. Infatti, i Sistemi (specialmente quelli a combustione esterna come impianti a vapore) non possono variare il carico istantaneamente (o rapidamente) a causa delle inerzie termiche, meccaniche e fluidodinamiche. Inoltre, vincoli più restrittivi, possono essere introdotti per evitare stress termici e meccanici nei Sistemi e ai loro Componenti.

Si impongono quattro valori alla massima rampa di variazione di carico in funzione delle condizioni operative. Questi valori sono:

- $\Delta P_{max,i}$: massima rampa di variazione di carico durante il funzionamento normale del Sistema i ;

- $\Delta P_{max,i,HS}$: massima rampa di variazione di carico durante un avviamento caldo del Sistema i ;
- $\Delta P_{max,i,WS}$: massima rampa di variazione di carico durante un avviamento tiepido del Sistema i ;
- $\Delta P_{max,i,CS}$: massima rampa di variazione di carico durante un avviamento freddo del Sistema i ;

Le variabili binarie $\delta_{HS,i}(t)$, $\delta_{WS,i}(t)$ e $\delta_{CS,i}(t)$ introdotte nella (4.33) per l'identificazione del tipo di avviamenti vengo nuovamente utilizzate per identificare le condizioni operative e le rispettive massime rampe di variazione di carico.

Il vincolo viene così definito [13, 31–33, 74, 75]:

$$\begin{aligned}
P_i(t+1) - P_i(t) \leq & \Delta P_{max,i} + \\
& + \delta_{HS,i}(t+1) \cdot (\Delta P_{max,i,HS} - \Delta P_{max,i}) + \\
& + \delta_{WS,i}(t+1) \cdot (\Delta P_{max,i,WS} - \Delta P_{max,i}) + \\
& + \delta_{CS,i}(t+1) \cdot (\Delta P_{max,i,CS} - \Delta P_{max,i}) + \\
& + \sum_{j=t}^{t-m} \delta_{WS,i}(j) \cdot (\Delta P_{max,i,WS} - \Delta P_{max,i}) + \\
& + \sum_{j=t+1}^{t-m} \delta_{CS,i}(j) \cdot (\Delta P_{max,i,CS} - \Delta P_{max,i,WS}) + \\
& + \sum_{j=t-m}^{t-n} \delta_{CS,i}(j) \cdot (\Delta P_{max,i,CS} - \Delta P_{max,i}) +
\end{aligned} \tag{4.34}$$

dove $\Delta P_{max,i}$, $\Delta P_{max,i,HS}$, $\Delta P_{max,i,WS}$ e $\Delta P_{max,i,CS}$ sono le massime rampe di variazione di carico definite sopra, m è il numero di intervalli di tempo Δt richiesti per operare un avviamento tiepido (WS) e n è il numero Δt richiesti per operare un avviamento freddo (CS) (si assume che un avviamento caldo richieda un unico Δt per essere operato).

Le ultime tre sommatorie nella (4.34) sono state introdotte, con considerazioni analoghe a quanto visto nell'identificazione degli avviamenti e nella funzione obiettivo (4.15), per fissare il corretto valore alla massima rampa di variazione di carico.

Si noti che il vincolo (4.34) sulla massima rampa di variazione di carico lega ogni intervallo di tempo t al successivo $t+1$, ossia *rende il problema di ottimizzazione un problema dinamico* (problema di decisione multistadio).

Si noti che tutte le equazioni viste nel modello qui presentato sono equazioni lineari, o linearizzabili.

4.3.4 Scelta delle variabili di decisione nel problema di ottimizzazione dinamica MILP

Si è deciso di definire la *scelta opportuna delle variabili di decisione* del problema di ottimizzazione dinamica MILP del Macro-Sistema in Fig. 4.3 dopo aver definito la funzione obiettivo (paragrafo 4.3.2, equazione (4.15)) e il modello MILP (paragrafo 4.3.3) per avere una visione complessiva sulle variabili presenti in questi due elementi del problema di ottimizzazione.

Sia per il problema di ottimizzazione del progetto e del funzionamento del Macro-Sistema in Fig. 4.3 le variabili di decisione sono:

- le potenze elettriche $P_i(t)$ ($i = 1, \dots, q + p$) generate dai $q + p$ Sistemi *PE* e *CHP* in tutti gli intervalli di tempo Δt del periodo di ottimizzazione T . Il processo di ottimizzazione determina i $((q + p) \cdot \frac{T}{\Delta t})$ valori delle $P_i(t)$ che massimizzano la funzione obiettivo (4.15));
- le potenze termiche $\dot{Q}_i(t)$ ($i = 1, \dots, p + m$) generate dai $p + m$ Sistemi *CHP* e *PT* in tutti gli intervalli di tempo Δt del periodo di ottimizzazione T . Il processo di ottimizzazione determina i $((p + m) \cdot \frac{T}{\Delta t})$ valori delle $\dot{Q}_i(t)$ che massimizzano la funzione obiettivo (4.15)). Qualora un Sistemi *CHP_j* sia caratterizzato da una mappa caratteristica $\dot{Q}_j - P_j$ con relazione univoca (segno “=” nella (4.19)) è necessario scegliere solo una variabile di decisione per questo Sistema j ($P_j(t)$ oppure \dot{Q}_j), l'altra sarà una variabile dipendente calcolata dalla (4.19);
- le variabili binarie $\delta_i(t)$ ($i = 1, \dots, q + p + m$) che caratterizzano l'andamento delle accensioni/spegnimenti di tutti i Sistemi di generazione in tutti gli intervalli di tempo Δt del periodo di ottimizzazione T . Il processo di ottimizzazione determina i $((q + p + m) \cdot \frac{T}{\Delta t})$ valori delle $\delta_i(t)$ che massimizzano la funzione obiettivo (4.15)).

Tutte le altre variabili del problema, compresa la dimensione V_{TOT} del Sistema di accumulo, sono o fissate, dalle considerazioni fatte in questo paragrafo e nei precedenti, o sono dipendenti.

In particolare, come già anticipato nel paragrafo 4.3.2, a seconda che la variabile V_{TOT} sia considerata indipendente e fissata a parametro o dipendente e lasciata “libera”, il problema di ottimizzazione del Macro-Sistema in Fig. 4.3 è, rispettivamente, un:

- **Problema di ottimizzazione del funzionamento del Macro-Sistema:** tutte le variabili che definiscono la taglia dei Sistemi sono fissate, incluse la dimensione V_{TOT} del Sistema di accumulo. Un valore fissato del volume

V_{TOT} corrisponde a includere nel modello un vincolo sul massimo livello $SL(t)$, definito nella (4.21), di fluido operativo nel Sistema di accumulo:

$$SL(t) \leq \frac{V_{TOT}}{2} \quad (4.35)$$

dove V_{TOT} viene diviso per 2 essendo la somma dei volumi uguali di HS e CS ($V_{TOT} = V_{HS} + V_{CS}$).

La (4.35) definisce quantitativamente i limiti dell'indipendenza tra la produzione e la domanda di energia tramite i bilanci (4.23) e (4.24). In questo caso la funzione obiettivo (4.15) è separabile e, quindi, il problema di ottimizzazione può essere risolto con la tecnica di programmazione dinamica vista nel paragrafo 3.3.3;

- **Problema di ottimizzazione del progetto e del finzionamento del Macro-Sistema:** la dimensione V_{TOT} del Sistema di accumulo non viene fissata ma viene determinata dal problema di ottimizzazione. Infatti la gestione ottima di tutti gli impianti determina anche, tramite le (4.23) e (4.24), l'andamento ottimo del livello $SL(t)$ di fluido operativo all'interno del Sistema di accumulo. Il volume V_{TOT} ottimo è il più piccolo volume che garantisce l'andamento ottimo ottenuto di $SL(t)$, ovvero:

$$V_{TOT} = 2 \cdot \max(SL(t)) \quad (4.36)$$

dove il valore massimo di $SL(t)$ viene moltiplicato per 2 essendo $V_{TOT} = V_{HS} + V_{CS}$.

In questo caso la funzione obiettivo (4.15)) non è separabile perché il valore ottimo di V_{TOT} , che influenza la funzione obiettivo, è determinato in base alla gestione ottima dell'intero periodo T e non può essere determinata come somma di subottimi ottenuti per ogni istante Δt . Quindi, il problema di ottimizzazione non può essere risolto con la tecnica di programmazione dinamica vista nel paragrafo 3.3.3. Due applicazioni di questo problema di ottimizzazione verranno presentate nel Capitolo 7.

4.4 Conclusioni

Nel paragrafo 4.2 è stato formulato il problema di ottimizzazione dinamica del progetto e del funzionamento di un Macro-Sistema con l'obiettivo della massimizzazione del profitto generato nel periodo di analisi. Si è visto che la dinamicità del problema è dovuta alla presenza di Sistemi di accumulo nel Macro-Sistema (equazione (4.9)) e alla presenza di vincoli sulla massima rampa di variazione di carico dei Sistemi (equazione (4.9)) nel modello di ottimizzazione. Inoltre sono state introdotte

delle variabili di decisione binarie δ_i e $\delta_i(t)$ per modellare, rispettivamente, l'inclusione/esclusione e lo stato di attività/inattività di ciascun Sistema i del Macro-Sistema. Le δ_i possono assumere un solo valore in tutto il periodo ($\delta_i = 1$ il Sistema i è incluso nella configurazione del Macro-Sistema, $\delta_i = 0$ il Sistema i è escluso). Le $\delta_i(t)$ sono, invece, funzioni del tempo che descrivono l'andamento dell'accensione/spegnimento del Sistema i ($\delta_i(t) = 1$ il Sistema i è acceso al tempo t , $\delta_i(t) = 0$ il Sistema i è spento al tempo t).

Capitolo 5

Il criterio TSO-STO per la semplificazione dell'ottimizzazione dinamica

In questo Capitolo verrà analizzato e risolto un problema di ottimizzazione non lineare del progetto e del funzionamento di un Macro-Sistema per la generazione di energia elettrica e termica che serve una rete di teleriscaldamento, all'interno del quale viene inserito un Sistema di accumulo termico a temperatura variabile (del tipo mostrato in Fig. 4.3). Il funzionamento ottimo verrà cercato variando il carico dei Sistemi che compongono il Macro-Sistema, per una fissata domanda termica variabile nel tempo. Il Macro-Sistema è connesso alla rete elettrica in un contesto di mercato libero (prezzi dell'energia elettrica fortemente variabili nel tempo e determinati da leggi di mercato). L'obiettivo di questa ottimizzazione è la massimizzazione del profitto considerando i costi di investimento (Sistemi di generazione e Sistema di accumulo) e i costi operativi (consumo di combustibile e costi di avviamento).

Questo problema dinamico di ottimizzazione verrà utilizzato come esempio semplice, ma sufficientemente completo, per definire e presentare un *nuovo approccio originale*, chiamato *TSO-STO* (diminutivo di *Two-Step Optimization of STOrage*), che permette di separare il problema dinamico di ottimizzazione in due sottoproblemi non dinamici risolti sequenzialmente.

5.1 Introduzione

Una delle principali sfide nell'ambito dell'ingegneria dei sistemi energetici è la riduzione del consumo di fonti di energia primaria, in particolare dei combustibili fossili.

Una via per raggiungere tale scopo è quella di progettare sistemi più efficienti che permettano di ridurre le risorse richieste a parità di prodotto generato.

Tipiche applicazioni energetiche industriali e domestiche sono rappresentate da domande di energia sia elettrica sia termica. La soluzione più semplice e flessibile per soddisfare tali domande è generare in due Sistemi separati le due forme di energia, soluzione che potrebbe portare a una imponente perdita di energia primaria. Infatti, i Sistemi per la produzione di energia elettrica caratterizzati da alta efficienza richiedono fonti termiche ad alta temperatura, mentre i Sistemi per la produzione di energia termica, solitamente, possono richiedere fonti ad una temperatura relativamente bassa. Questa considerazione ha portato ad un utilizzo più razionale dell'energia chimica contenuta nei combustibili grazie al concetto di "cascata" energetica: l'energia termica sviluppata dalla combustione viene utilizzata per generare energia elettrica ed energia termica (minore contenuto exergetico) nello stesso Sistema. Molti Sistemi cogenerativi (CHP: *Combined Heat and Power*) sono tecnologie consolidate rese disponibili nel mercato. Alcuni di questi Sistemi generano le due forme di energia in un rapporto fissato, oppure possono variare questo rapporto dispendendo o dissipando parte dell'energia termica (es. by-pass dello scambiatore a recupero nelle turbine a gas).

Le domande di energia elettrica e termica sono generalmente variabili nel tempo, sia con scala temporale stagionale (di lungo termine) sia con scala temporale giornaliera (di breve termine). Per quanto riguarda la generazione dell'energia elettrica in molti casi i Sistemi di potenza non devono necessariamente seguire la domanda elettrica, essendo la rete elettrica alla quale posso essere connessi un serbatoio di grandi dimensioni al(dal) quale un eventuale surplus(deficit) di produzione può essere venduto(acquistato). Per quanto riguarda la generazione di energia termica essa può essere disaccoppiata dalla generazione includendo nel Macro-Sistema un Sistema di accumulo che può portare a due vantaggi [69]:

- La taglia "termica" dei Sistemi può essere minore del picco di domanda termica, e questo può comportare un risparmio nell'investimento iniziale e nel funzionamento grazie a fattori di carico medi più alti;
- La generazione di energia elettrica di Sistemi cogenerativi può essere massimizzata negli intervalli di tempo in cui il prezzo dell'elettricità è più conveniente e minimizzata nelle condizioni opposte, questo indipendentemente (entro i limiti dovuti alle dimensioni del Sistema di accumulo) dalla domanda termica.

Sistemi di accumulo a breve termine (giornalieri) possono essere [31, 77]:

- Reti di tubazioni,

- Sistemi di accumulo di energia termica latente,
- Serbatoi di acqua calda,
- Pozzi e fosse.

I Sistemi di accumulo a lungo termine (stagionali) permettono di accumulare l'energia termica prodotta durante l'estate per utilizzarla in inverno (come detto sopra, la taglia dei Sistemi può essere inferiore al picco di domanda termica invernale grazie a una generazione continua durante l'estate). Questi Sistemi di accumulo possono essere [31, 77]:

- Cavità rocciose,
- Sistemi di accumulo in falde acquifere,
- Pozzi e fosse.

In letteratura sono stati proposti numerosi studi riguardanti l'analisi della generazione elettrica e termica combinata in Sistemi CHP, molti di questi sono basati su modelli MILP. In questi modelli le equazioni vengono linearizzate e delle variabili intere (binarie) vengono utilizzate per includere/escludere parti del Macro-Sistema in una ottimizzazione del progetto oppure per descrivere lo stato di accensione/spengimento di un Sistema in una ottimizzazione del funzionamento. La funzione obiettivo è tipicamente di natura economica, come ad esempio la minimizzazione del costo di funzionamento in un dato periodo. Il progetto di un Sistema turbogas cogenerativo è stato ottimizzato in [7], e l'ottima taglia di un Sistema analogo in funzione della sua gestione è stata determinata in [8] sfruttando una decomposizione del problema in due livelli di ottimizzazione annidati. Nel primo livello la taglia del Sistema viene gestita in problema non lineare, mentre nel secondo livello viene ottimizzato con un modello MILP il funzionamento del Sistema avente taglia fissata. In [44] viene ottimizzato il funzionamento di un Macro-Sistema CHP basato su un motore a combustione interna che serve una domanda di condizionamento di un insieme di edifici.

Molti lavori in letteratura riguardano l'analisi di Macro-Sistemi per la produzione di energia elettrica e termica (riscaldamento di ambienti, condizionamento, acqua sanitaria) nei quali viene incluso un Sistema di accumulo termico di breve periodo. L'ottimizzazione del progetto e del funzionamento di questo tipo di Macro-Sistemi è solitamente formulata come problema dinamico. In particolare, in [45] viene ottimizzato il funzionamento di un Macro-Sistema che include un motore a combustione interna e un Sistema di accumulo a temperatura fissata, mentre la stessa strategia di decomposizione utilizzata in [8] è stata applicata in [11] per

l'ottimizzazione del funzionamento di un Macro-Sistema CHP che include un Sistema di accumulo di taglia definita a temperatura variabile. Questa strategia di decomposizione è stata generalizzata e presentata in dettaglio in [12].

Vengono forniti altri interessanti riferimenti su analisi e ottimizzazione di Macro-Sistemi CHP che servono una rete di teleriscaldamento. In [46] e [47] sono stati ottimizzati due Macro-Sistemi CHP che operano in un regime di mercato libero e che generano calore per una rete di teleriscaldamento con un approccio MILP. In [46] l'obiettivo scelto è stato la minimizzazione dei costi operativi e di investimento sono stati, mentre in [47] è stata massimizzata la generazione elettrica durante i periodi di picco dei prezzi dell'elettricità. In [31] e [13] è stata determinato l'ottimo di un Sistema di accumulo termico inserito in un Macro-Sistema di grandi dimensioni che serve una rete di teleriscaldamento. In questa analisi le variabili di decisione scelte sono state: il numero, il tipo, la temperatura (costante), la posizione nella rete di teleriscaldamento dei serbatoi di accumulo termico e la gestione degli impianti CHP esistenti nel Macro-Sistema e del Sistema di accumulo stesso. E' stato considerato un periodo di tempo di un anno discretizzato in intervalli di un'ora.

In alcuni interessanti lavori sono stati studiati anche Sistemi di accumulo termico di lungo periodo, ad esempio un modello MILNP (*Mixed-Integer Non Linear Programming*) multi-periodo è stato usato in [77] per l'analisi di un Macro-Sistema CHP che serve una rete di teleriscaldamento nella quale è inserito un Sistema di accumulo con temperatura e pressione variabili.

L'effetto dell'installazione di Sistemi di accumulo termico è stato studiato anche in Macro-Sistemi notevolmente complessi. In [78] è presentata un'interessante applicazione nella quale il contributo di Sistemi eolici viene integrato in un Macro-Sistema esistente. Un Sistema di accumulo termico con volume variabile e un insieme di autovetture plug-in, il cui utilizzo è assimilabile ad un Sistema di accumulo elettrico, vengono considerati nell'analisi per rendere l'intero Macro-Sistema più flessibile. Vengono introdotte numerose semplificazioni per poter ottimizzare un Macro-Sistema così complesso, in particolare viene utilizzato un modello lineare (LP) al fine di ridurre lo sforzo computazionale.

In questo Capitolo viene presentato un *nuovo approccio* semplificativo, chiamato TSO-STO (*Two-Step Optimization of STOrage*), che può essere utilizzato in problemi di ottimizzazione del progetto e del funzionamento per la ricerca della:

- Ottima gestione di Macro-Sistemi CHP che servono una domanda termica (es. rete di teleriscaldamento) in un regime di mercato libero;
- Ottima dimensione di un Sistema di accumulo termico a temperatura variabile di nuova installazione all'interno del Macro-Sistema

L'oggetto dell'ottimizzazione è la massimizzazione del profitto (giornaliero, nei casi studiati nei paragrafi 5.2 e 5.3), che include il costo di capitale investito, il consumo di combustibile, la vendita dell'energia elettrica alla rete e dell'energia termica all'utenza termica. Questo problema è un'applicazione del problema generale dinamico presentato nel Capitolo 4, dove la variabilità della temperatura nel Sistema di accumulo rende il modello non lineare. L'approccio consiste nel separare il problema dinamico non lineare così definito in due sottoproblemi non dinamici, quindi più semplici, risolti sequenzialmente (il risultato del primo sottoproblema è utilizzato nel secondo). Al fine di chiarire la natura del problema di ottimizzazione verrà prima presentato, nel paragrafo 5.2, un semplice modello con Sistema di accumulo a temperatura costante. Verrà infine presentata, nel paragrafo 5.4, un'analisi dei costi di produzione dell'energia termica per poter estendere i risultati ottenuti a costi di combustibile e prezzi dell'energia elettrica diversi rispetto a quelli considerati nei paragrafi 5.2 e 5.3.

5.2 Ottimizzazione del progetto e del funzionamento di un Macro-Sistema con Sistema di accumulo a temperatura costante

Il primo problema presentato riguarda l'ottimizzazione del progetto e del funzionamento del Macro-Sistema con Sistema di accumulo termico a temperatura costante (Fig. 5.1) durante un giorno tipo invernale suddiviso in intervalli di un'ora.

Nel Capitolo 4 si era visto in analisi di questo tipo di Macro-Sistemi è sufficiente considerare solamente i flussi di energia (potenze) per caratterizzare adeguatamente il loro comportamento. In questo modo si potrebbe semplificare notevolmente il problema escludendo dall'analisi anche le variabili intensive come pressione e temperatura.

Nelle analisi presentate in questo Capitolo è invece necessario considerare i flussi di massa (portate), oltre a quelli di energia (potenze), in quanto nel paragrafo 5.3 si analizzerà un Sistema di accumulo a temperatura variabile. Tali dettagli verranno quindi considerati sin da questa prima analisi con Sistema di accumulo a temperatura costante, sebbene non sia strettamente necessario, per poter introdurre in modo adeguato la trattazione che verrà fatta nel paragrafo 5.3.

Il Sistema di accumulo termico è alimentato esclusivamente da un flusso di acqua calda prodotta nel Sistema *CHP* ad una temperatura T_{CHP} di 130°C. La temperatura T_S nel Sistema di accumulo è fissata pari a 100°C e viene mantenuta tale grazie al miscelamento della portata d'acqua prodotta dal *CHP* con una portata d'acqua proveniente dal ritorno e avente una temperatura costante T_{ret} di

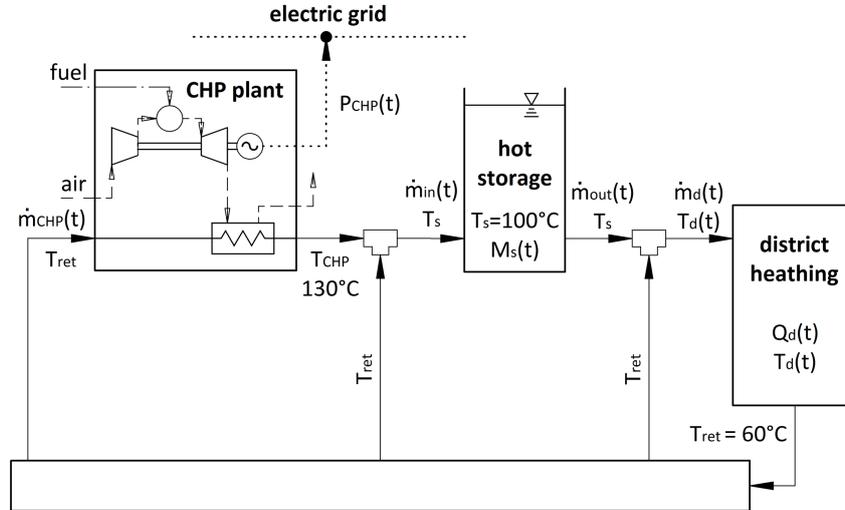


Figura 5.1: Schema del Macro-Sistema CHP con Sistema di accumulo termico a temperatura costante che serve una rete di teleriscaldamento

60°C . Il rapporto tra le portate miscelate è costante, quindi anche la temperatura di immissione nel Sistema di accumulo è costante e pari a T_s .

Il Sistema *CHP* è una turbina a gas cogenerativa nella quale i gas esausti all'uscita della turbina entrano in uno scambiatore a recupero che riscalda la portata d'acqua $\dot{m}_{CHP}(t)$ dalla temperatura di ritorno T_{ret} alla temperatura T_{CHP} . I carichi di progetto (massimi) elettrico ($P_{CHP,max}$) e termico ($\dot{Q}_{CHP,max}$) del Sistema *CHP* sono, rispettivamente, $1600 [kW]$ e $2500 [kW]$, ai quali corrisponde un rendimento elettrico di progetto $\eta_{CHP,max}$ del 30%. Il carico elettrico $P_{CHP}(t)$ può essere ridotto in modo continuo fino al valore minimo $P_{CHP,min}$ di $800 [kW]$ (50% del carico massimo), al quale corrisponde una potenza termica $\dot{Q}_{CHP,min}$ di $1800 [kW]$ e un rendimento elettrico η_{CHP} del 24%. In Fig. 5.2 sono riportate le mappe caratteristiche del Sistema *CHP* appena descritte.

Il coefficiente globale di utilizzazione ϵ_{CHP} , definito nel paragrafo 2.2.4, vale quindi 0,77 in condizioni di progetto e 0,78 al minimo carico. I gas esausti non possono by-passare lo scambiatore di calore a recupero, quindi il valore della potenza elettrica $P_{CHP}(t)$ e termica $\dot{Q}_{CHP,max}$ sono legati da una relazione biunivoca in tutto il campo di variazione di carico possibile. Viene assunto che il Sistema *CHP* non possa essere spento durante il periodo considerato, e non sono introdotti vincoli sulle massime rampe di variazione di carico (vincoli del tipo (4.34)).

Tutta l'elettricità prodotta dal *CHP* viene venduta alla rete elettrica (nessuna domanda elettrica è collegata direttamente al *CHP*). Il prezzo $p_e(t)$ al quale l'energia elettrica viene venduta varia nel periodo di analisi, il suo andamento è mostrato

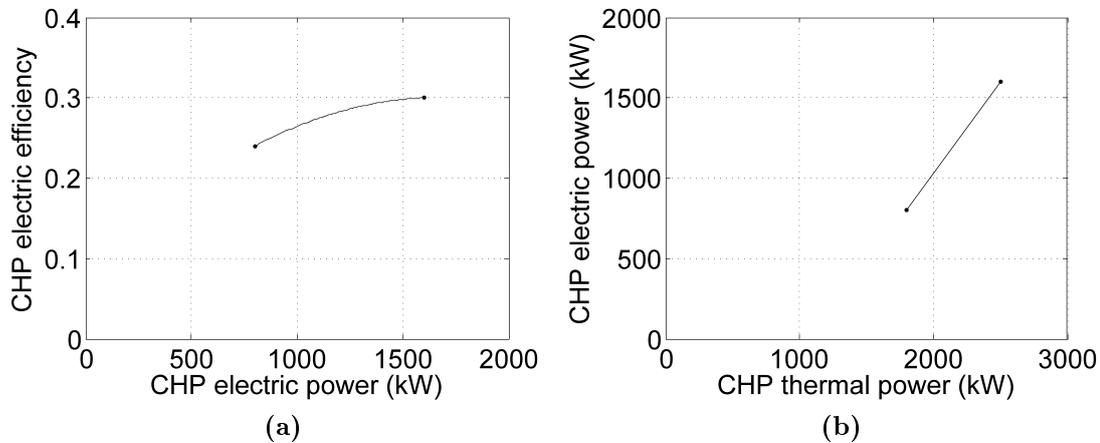


Figura 5.2: Mappe caratteristiche del Sistema *CHP*: (a) mappa $P - \eta_{CHP}$ e (b) mappa $\dot{Q} - P$

in Fig. 5.3. Il combustibile utilizzato dal Sistema *CHP* è gas naturale avente un potere calorifico LHV pari a $50000 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$ e un costo di $c_f = 0,55; \left[\frac{€}{kg} \right]$.

La domanda termica $\dot{Q}_d(t)$ della rete di teleriscaldamento viene ricostruita in accordo con le ipotesi fatte nello studio [79] sulle previsioni dei carichi termici. La domanda termica $\dot{Q}_d(t)$ viene suddivisa in due componenti:

- $\dot{Q}_{d,T}(t)$ che è funzione della temperatura esterna e rappresenta la quota della domanda relativa al riscaldamento degli ambienti;
- $\dot{Q}_{d,soc}(t)$ che è funzione del comportamento sociale degli utenti e tende ad essere indipendente dalla temperatura esterna. $\dot{Q}_{d,soc}(t)$ rappresenta la quota della domanda relativa alla produzione di acqua calda sanitaria.

In Fig. 5.4 sono riportati i profili della temperatura esterna nel giorno tipo considerato (Fig. 5.4 (a)), la relazione che lega $\dot{Q}_{d,T}(t)$ alla temperatura esterna (Fig. 5.4 (b)) e i profili di $\dot{Q}_d(t)$, $\dot{Q}_{d,T}(t)$ e $\dot{Q}_{d,soc}(t)$ durante il giorno tipo considerato (Fig. 5.4 (c)).

Per ridurre le variazioni della portata $\dot{m}_d(t)$ inviata alla rete di teleriscaldamento si fornisce il calore ad una temperatura $T_d(t)$ crescente linearmente al crescere della domanda $\dot{Q}_d(t)$. Questo è reso possibile da un miscelamento (Fig. 5.1) tra l'acqua che esce dal Sistema di accumulo termico e l'acqua presa dal ritorno. In Fig. 5.5 sono mostrate: la relazione lineare assunta tra la domanda termica $\dot{Q}_d(t)$ e la temperatura $T_d(t)$ alla quale essa viene fornita (Fig. 5.5 (a)), l'andamento risultante della temperatura $T_d(t)$ (Fig. 5.5 (b)) e della portata di massa $\dot{m}_d(t)$ inviata alla domanda (Fig. 5.5 (c)).

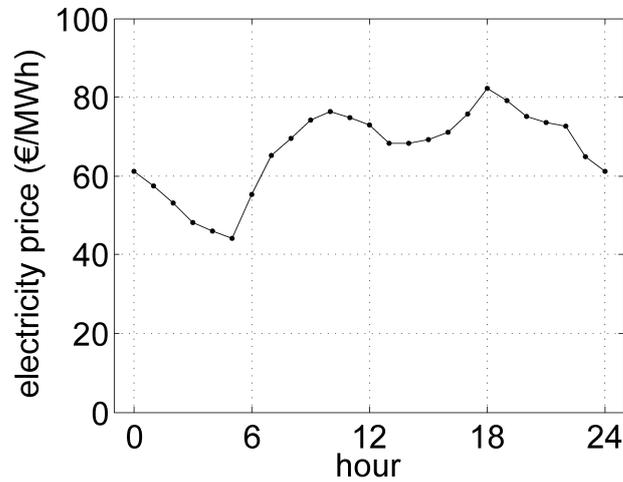


Figura 5.3: Andamento del prezzo $c_e(t)$ di vendita dell'energia elettrica durante il giorno

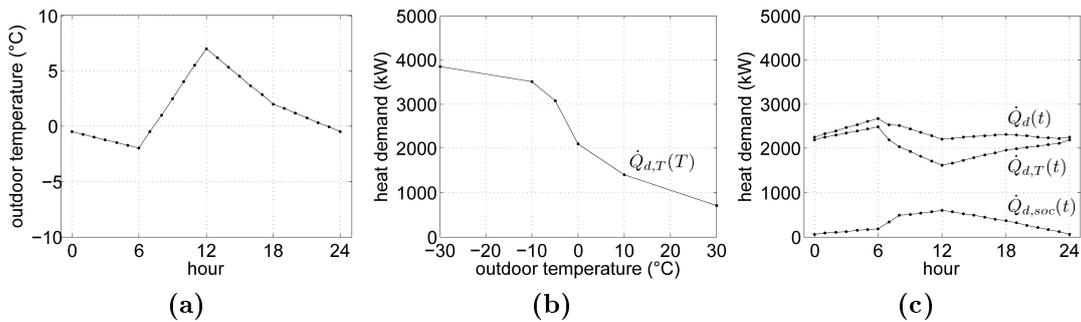


Figura 5.4: Andamenti giornalieri delle variabili relative alla domanda termica: (a) temperatura esterna, (b) relazione tra la quota $\dot{Q}_{d,T}(t)$ della domanda dipendente dalla temperatura esterna e la temperatura esterna stessa e (c) profili orari della domanda termica $\dot{Q}_d(t)$ e delle sue due componenti ($\dot{Q}_{d,T}(t)$ e $\dot{Q}_{d,soc}(t)$)

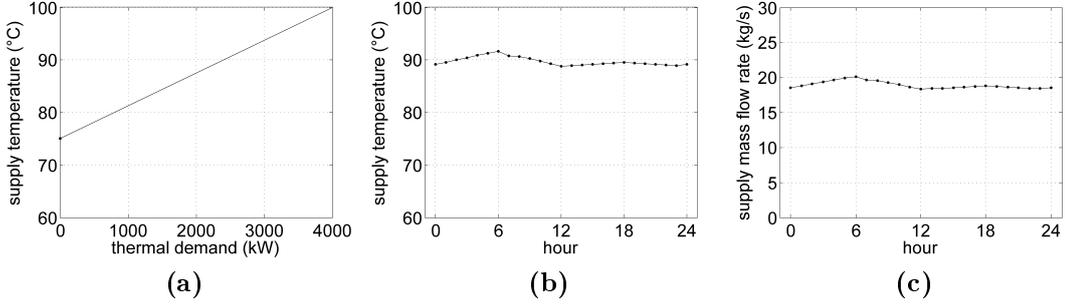


Figura 5.5: Determinazione della temperatura $T_d(t)$ di fornitura del calore: (a) relazione lineare tra la domanda termica $\dot{Q}_d(t)$ e la temperatura $T_d(t)$, (b) andamento giornaliero risultante della temperatura $T_d(t)$ e (c) andamento giornaliero risultante della portata $\dot{m}_d(t)$

L'inclusione nel Macro-Sistema di Fig. 5.1 del Sistema di accumulo rende la generazione di energia elettrica $P_{CHP}(t)$ del Sistema *CHP* indipendente dalla domanda termica $\dot{Q}_d(t)$ della rete di teleriscaldamento, in quanto non è richiesto che la produzione termica $\dot{Q}_{CHP}(t)$ soddisfi istantaneamente la domanda $\dot{Q}_d(t)$.

5.2.1 Definizione della funzione obiettivo

La dimensione del Sistema di accumulo termico viene determinata in accordo con l'obiettivo del problema di ottimizzazione, ovvero la massimizzazione del profitto nel periodo considerato (applicazione al caso considerato della funzione obiettivo generale (4.14)). Nello stesso periodo l'energia termica totale generata del Sistema *CHP* deve soddisfare la totale richiesta di energia termica della domanda. Il profitto include i ricavi derivati dalla vendita dell'energia elettrica e termica prodotte, il costo del consumo di combustibile e gli ammortamenti dei costi di investimento per l'acquisto del Sistema *CHP* e del Sistema di accumulo termico (rispetto alla forma generale (4.14) qui non vengono considerati i costi di manutenzione). La funzione obiettivo può quindi essere scritta come:

$$\begin{aligned}
 z = f(\mathbf{x}) = & \int_{\text{giorno}} p_e(t) \cdot P_{CHP}(t) dt + \int_{\text{giorno}} p_t(t) \cdot \dot{Q}_d(t) dt + \\
 & - \int_{\text{giorno}} c_f(t) \cdot \frac{P_{CHP}(t)}{\eta_{CHP}(t) \cdot LHV} dt - \int_{\text{giorno}} \dot{Z}_{CHP} dt - \int_{\text{giorno}} \dot{Z}_s dt
 \end{aligned} \quad (5.1)$$

dove \dot{Z}_{CHP} e \dot{Z}_s sono, rispettivamente, i flussi di costo di ammortamento del Sistema *CHP* e del Sistema di accumulo termico. Essi possono essere facilmente ricavati dalla (4.2) dividendo A_n nella (4.2) per il numero di ore in un anno

(8760 $[\frac{ore}{anno}]$). Il termine $\frac{P_{CHP}(t)}{\eta_{CHP}(t) \cdot LHV}$ è la portata di massa di combustibile $\dot{m}_{f,CHP}$ richiesta dal Sistema *CHP* per generare la potenza elettrica $P_{CHP}(t)$ (e la corrispondente potenza termica $\dot{Q}_{CHP}(t)$). La relazione utilizzata per calcolare $\dot{m}_{f,CHP}$ deriva dalla definizione del rendimento elettrico η_{CHP} del Sistema *CHP*, come segue:

$$\eta_{CHP}(t) = \frac{P_{CHP}(t)}{F_{CHP}(t)} = \frac{P_{CHP}(t)}{\dot{m}_{f,CHP}(t) \cdot LHV} \Rightarrow \dot{m}_{f,CHP} = \frac{P_{CHP}(t)}{\eta_{CHP}(t) \cdot LHV} \quad (5.2)$$

Dove $F_{CHP}(t)$ è la potenza introdotta con la portata $\dot{m}_{f,CHP}$ di combustibile. Si noti che, essendo il Sistema *CHP* una turbina a gas, il consumo di combustibile è influenzato solo dalla potenza elettrica $P_{CHP}(t)$, come visto nei paragrafi 2.3.3 e 4.3.3.

La (5.1) è soggetta al vincolo che la totale energia termica prodotta in un giorno sia uguale alla totale richiesta, in formula:

$$\int_{giorno} \dot{Q}_{CHP}(t) dt = \int_{giorno} \dot{Q}_d(t) dt \quad (5.3)$$

Si noti che alcune componenti della (5.1) sono costanti (ricavi derivati dalla vendita dell'energia termica, i quali dipendono solamente dalla domanda che è fissata, e l'ammortamento del Sistema *CHP*, il quale è di taglia fissata). Tali costanti non influenzano la soluzione che ottimizza la (5.1) ma solo il suo valore ottimo. Quindi, ai fini della ricerca della gestione ottima del Sistema *CHP* e dell'ottima dimensione del Sistema di accumulo, esse possono essere eliminate dalla funzione obiettivo (5.1). La nuova funzione da massimizzare è quindi:

$$f'(\mathbf{x}) = \int_{giorno} p_e(t) \cdot P_{CHP}(t) dt - \int_{giorno} c_f(t) \cdot \frac{P_{CHP}(t)}{\eta_{CHP}(t) \cdot LHV} dt - z_s \cdot V_s \quad (5.4)$$

dove V_s è il volume del Sistema di accumulo in $[m^3]$ e z_s è il costo di ammortamento specifico giornaliero del Sistema di accumulo in $[\frac{\text{€}}{\text{giorno} \cdot m^3}]$. Ancora, z_s può essere ricavato dalla (4.2) dividendo a_n per il numero di giorni in un anno (365 $[\frac{giorni}{anno}]$). Inoltre z_s può essere calcolato da \dot{Z}_s incluso nella (5.1) nel modo seguente:

$$z_s = \frac{\dot{Z}_s \cdot 24 [\frac{ore}{giorno}]}{V_s}$$

La (5.4) è ancora soggetta al vincolo espresso dalla (5.3). Si noti che il costo di ammortamento del Sistema di accumulo ($z_s \cdot V_s$) varia con le sue dimensioni V_s , le quali dipendono a loro volta dal massimo livello dell'acqua al suo interno per una data strategia di funzionamento della generazione di energia termica. Il problema di ottimizzazione è quindi un problema dinamico che, come visto nei paragrafi 4.3.2 e 4.3.4, non può tuttavia essere semplificato con la programmazione dinamica (confronto paragrafo 3.3.3) in quanto la funzione obiettivo (5.4) non è separabile per V_s "libera".

5.2.2 Modello del Macro-Sistema

Le relazioni del modello del Macro-Sistema considerato (Fig. 5.1) sono definite secondo i criteri presentati nei Capitoli 2 e 4. Le relazioni fondamentali del modello costruito sono:

$$\eta_{CHP}(t) = g(P_{CHP}(t)) \quad (5.5)$$

$$P_{CHP}(t) = g'(\dot{Q}_{CHP}) \quad (5.6)$$

$$\dot{Q}_d(t) = \dot{m}_d(t) \cdot c_w \cdot (T_d(t) - T_{ret}) \quad (5.7)$$

$$\dot{m}_d(t) \cdot (T_d(t) - T_{ret}) = \dot{m}_{out}(t) \cdot (T_s - T_{ret}) \quad (5.8)$$

$$\dot{m}_{CHP}(t) \cdot (T_{CHP} - T_{ret}) = \dot{m}_{in}(t) \cdot (T_s - T_{ret}) \quad (5.9)$$

$$\dot{Q}_{CHP}(t) = \dot{m}_{CHP}(t) \cdot c_w (T_{CHP} - T_{ret}) \quad (5.10)$$

$$\frac{dM_s(t)}{dt} = \dot{m}_{in}(t) - \dot{m}_{out}(t) \quad (5.11)$$

Dove c_w è il calore specifico dell'acqua considerato costante al variare della temperatura, $\dot{m}_{in}(t)$ e $\dot{m}_{out}(t)$ sono, rispettivamente, la portata in ingresso e in uscita al Sistema di accumulo termico e $M_s(t)$ è la massa d'acqua contenuta nel serbatoio. I restanti simboli sono già stati definiti in precedenza.

Le equazioni del modello riportate sopra rappresentano:

- *Mappe caratteristiche del Sistema CHP*: la (5.5) rappresenta la mappa $P - \eta_{CHP}$ di Fig. 5.2 (a) e la (5.6) rappresenta la mappa $\dot{Q} - P$ di Fig. 5.2 (d) (con g e g' sono opportune funzioni);
- *Bilanci di massa ed energia*: la (5.7) rappresenta il bilancio di energia termica alla domanda, la (5.8) deriva dal bilancio di energia nel mixer tra Sistema di accumulo e domanda (Fig. 5.1), la (5.9) deriva dal bilancio di energia nel mixer tra Sistema CHP e Sistema di accumulo (Fig. 5.1), la (5.10) deriva dal bilancio di energia di Unità (definito in forma generale e stazionaria dalla (2.22)) del Sistema CHP e la (5.11) è il bilancio di massa di Unità (definito in forma generale dalla (2.21)) del Sistema di accumulo.

Il modello definito sopra è un modello non lineare in quanto include prodotti tra variabili che dipendono dal tempo.

5.2.3 Scelta delle variabili di decisione

Le variabili di decisione del problema di ottimizzazione definito dalla funzione obiettivo (5.4) e dai vincoli da (5.5) a (5.11) sono i 24 valori (un valore per ogni ora) del profilo di generazione termica $\dot{Q}_{CHP}(t)$ del Sistema *CHP* e la condizione iniziale che fissa l'ordinata del profilo della massa d'acqua $M_s(T)$ all'interno del serbatoio. Infatti, la (5.11) determina, per una certa strategia di generazione del Sistema *CHP*, solo la forma del profilo di $M_s(T)$.

5.2.4 Decomposizione del problema di ottimizzazione

Il valore del costo giornaliero specifico di ammortamento z_s nel problema considerato ammonta a $0,04 [\frac{\text{€}}{\text{giorno} \cdot \text{m}^3}]$ [77]. Si noti che questo valore è di due ordini di grandezza inferiore rispetto agli altri temini inclusi nella funzione obiettivo (5.4), e quindi può essere trascurato. Quindi il problema di ottimizzazione può essere decomposto in due sottoproblemi da risolversi separatamente:

- Il primo sottoproblema consiste nella *ricerca della strategia di generazione di energia termica* che massimizza il profitto indipendentemente dal risultante profilo di $M_s(t)$ (e quindi del risultante valore di V_s) in quanto il termine $z_s \cdot V_s$ è stato eliminato dalla (5.4);
- Il secondo sottoproblema consiste nella *ricerca della minima dimensione V_s del Sistema di accumulo* per il profilo di variazione di $M_s(t)$ ottenuto nel primo sottoproblema. V_s minimo è ottenuto semplicemente imponendo che il minimo valore del profilo di $M_s(t)$ sia uguale a zero.

Questa decomposizione ha un notevole effetto sulla natura del problema di ottimizzazione, in primo luogo perché il primo sottoproblema non è più un problema dinamico. Infatti, avendo eliminato il termine legato alla dimensione del serbatoio dalla funzione obiettivo, non vi è nessun elemento che leghi tra loro gli istanti di tempo conferendo sequenzialità al problema. Questo è facilmente verificabile dalla seguente considerazione: se l'andamento dei dati del problema (i 24 valori assegnati a $p_e(t)$ e a $\dot{Q}_d(t)$) viene permutato in modo casualmente, nell'andamento della soluzione ottima (i 24 della variabile di decisione $\dot{Q}_{CHP}(t)$) si ritroverà la medesima permutazione. Questo significa che l'ordine dei valori ottimi della variabile di decisione $\dot{Q}_{CHP}(t)$ non influenza il valore ottimo della funzione obiettivo, e questo sarebbe impossibile se il problema di ottimizzazione fosse un problema dinamico. D'altra parte questo approccio di ottimizzazione in due step, dovuto alla decomposizione del problema di ottimizzazione, comporta che la dimensione del Sistema di accumulo non possa essere "realmente" ottimizzata. Questo perché il profilo di

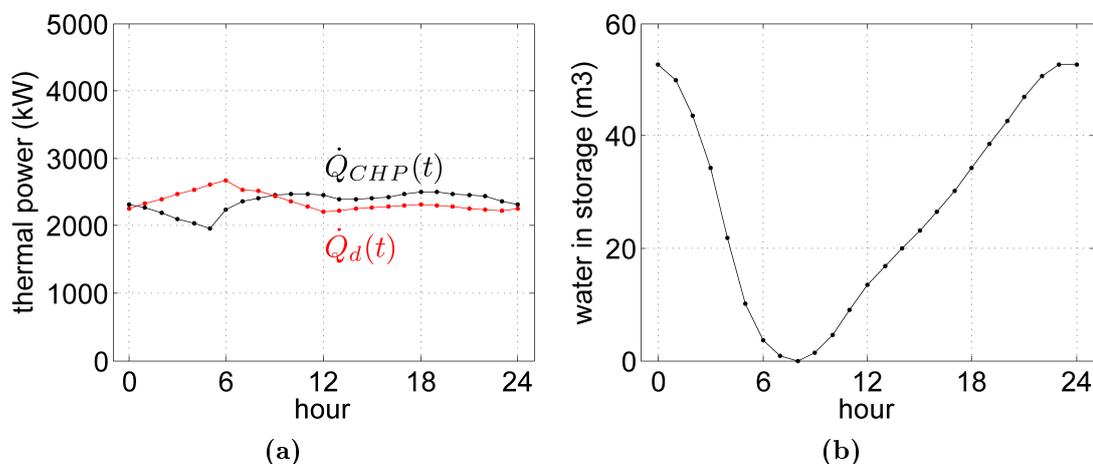


Figura 5.6: Valori ottimi per i due sottoproblemi di ottimizzazione: (a) soluzione ottima del primo sottoproblema (andamento ottimo della generazione termica $\dot{Q}_{CHP}(t)$) e (b) soluzione ottima del secondo sottoproblema (andamento ottimo della massa d'acqua nel sistema di accumulo $M_s(t)$)

$M_s(t)$ non viene considerato nella funzione obiettivo (5.4) quando viene trascurato il termine $z_s \cdot V_s$. La minima taglia V_s del Sistema di accumulo è meramente una diretta conseguenza dell'ottimo andamento della generazione di energia.

Soluzione del primo sottoproblema di ottimizzazione

Il primo sottoproblema di ottimizzazione è stato risolto utilizzando l'algoritmo SQP (*Sequential Quadratic Programming*, presentato nel paragrafo 3.3.2) del MATLAB[®] Optimization Toolbox, algoritmo adatto alla risoluzione di problemi di ottimizzazione non lineari e vincolati.

L'ottimo andamento della produzione termica $\dot{Q}_{CHP}(t)$ del Sistema *CHP* è mostrato in Fig. 5.6 (a); esso corrisponde ad un profitto giornaliero $f'(\mathbf{x}^*) = -2342,48 [\frac{\text{€}}{\text{giorno}}]$. Ciò significa che i guadagni derivanti dalla vendita dell'energia termica (eliminati dalla funzione obiettivo (5.1) in quanto costanti) sono essenziali affinché il Macro-Sistema in Fig. 5.1 generi profitto nelle condizioni considerate, essendo risultati una perdita i guadagni provenienti dalla vendita dell'energia elettrica.

Come ci si poteva aspettare, il carico termico $\dot{Q}_{CHP}(t)$ del Sistema *CHP* tende a seguire l'andamento orario del prezzo $p_e(t)$ dell'energia elettrica. Un massimo in condizioni di pieno carico ($\dot{Q}_{CHP}(t) = \dot{Q}_{CHP,max}$) è raggiunto alle 18 e alle 19, e il minimo carico ottenuto corrisponde a circa l'80% del carico nominale e si verifica in condizioni ottime alle 5 quando, al contrario, la domanda termica $\dot{Q}_d(t)$ è vicina al

suo massimo.

Le condizioni di pieno carico sono ottenute solamente per 2 ore a causa del vincolo espresso dalla (5.3) che deve essere rispettato e all'assunzione che il Sistema *CHP* non possa essere spento. Senza quest'ultima assunzione, il carico del sistema *CHP* tenderebbe probabilmente a un andamento a gradini caratterizzati da continue accensioni e spegnimenti, operando a pieno carico durante le ore in cui $p_e(t)$ è maggiore di un certo valore di soglia e rimanendo inattivo negli alti periodi. Questo valore di soglia dipende, ovviamente, dall'integrale giornaliero di $\dot{Q}_d(t)$: maggiore è la richiesta termica che deve essere soddisfatta nel giorno e minore sarà il prezzo dell'elettricità al di sopra del quale è conveniente il funzionamento a pieno carico.

Soluzione del secondo sottoproblema di ottimizzazione

L'andamento della massa $M_s(t)$ dell'acqua nel Sistema di accumulo, dato l'andamento ottimo di Fig. 5.6 (a) della generazione termica $\dot{Q}_{CHP}(t)$, è mostrato in Fig. 5.6 (b).

Il minimo valore di $M_s(t)$ si verifica alle 8. Questo perché durante la notte la domanda termica è sempre maggiore della produzione (dato che la produzione segue i prezzi dell'energia elettrica, i quali sono bassi durante la notte, si veda la Fig. 5.3). Come spiegato sopra, ponendo uguale a zero questo minimo valore di $M_s(t)$, si ottiene il massimo volume di acqua all'interno del Sistema di accumulo. Questo ammonta a 53,64 [m^3] che corrisponde a un costo giornaliero di l'ammortamento del Sistema di accumulo di 2,5 [€], decisamente trascurabile rispetto al valore ottimo $f'(\mathbf{x}^*)$ della funzione obiettivo visto sopra.

5.3 Ottimizzazione del progetto e del funzionamento di un Macro-Sistema con Sistema di accumulo a temperatura variabile

Il secondo problema che viene presentato, per mostrare l'applicazione dell'approccio TSO-STO ad un caso più generale, riguarda l'ottimizzazione del progetto e del funzionamento del Macro-Sistema con Sistema di accumulo termico a temperatura variabile mostrato in Fig. 5.7 durante un giorno tipo invernale, il quale viene suddiviso in intervalli di un'ora.

Il Sistema di accumulo è alimentato da due flussi di acqua calda: uno è prodotto a temperatura più alta ($T_{CHP} = 130^\circ\text{C}$) da un Sistema *CHP*, l'altro è prodotto a temperatura inferiore ($T_B = 100^\circ\text{C}$) in Sistema per la sola generazione di energia

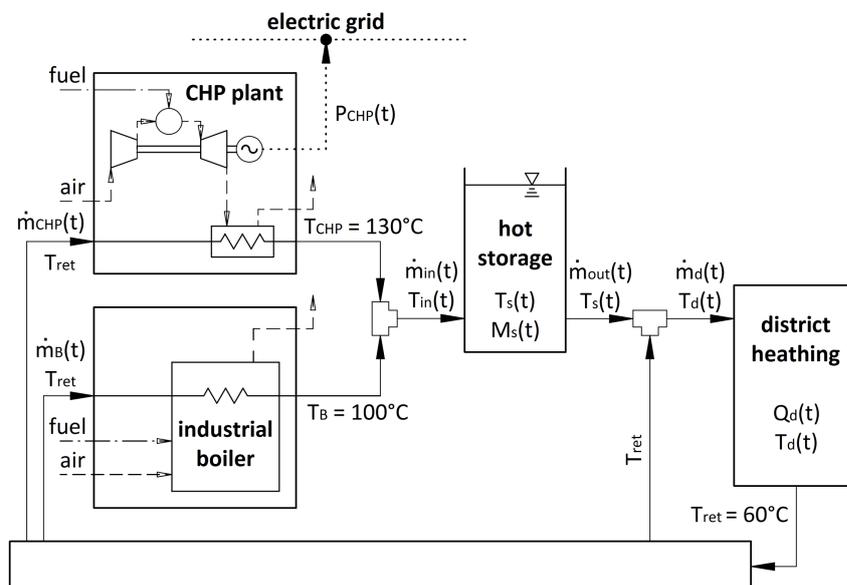


Figura 5.7: Schema del Macro-Sistema CHP con Sistema di accumulo termico a temperatura costante che serve una rete di teleriscaldamento

termica (Sistemi di questo tipo sono stati chiamati *PT* nella formulazione generale del problema di ottimizzazione dinamica nel paragrafo 4.3). Non sono previsti miscelamenti con l'acqua di ritorno ($T_{ret} = 60^\circ\text{C}$) a monte del Sistema di accumulo. La temperatura all'interno del Sistema di accumulo può variare tra un massimo (corrispondente a T_{CHP}) e un minimo (corrispondente a T_B) in quanto il rapporto tra la portata di massa $\dot{m}_{CHP}(t)$ riscaldata dal *CHP* e la portata di massa $\dot{m}_B(t)$ riscaldata Sistema *PT* non è fissato.

Il Sistema *CHP* è lo stesso Sistema turbogas cogenerativo visto nel paragrafo 5.3, il comportamento del quale è rappresentato dalle due mappe di Fig. 5.2. Anche in questo caso si assume che il Sistema *CHP* non possa essere spento durante il periodo di ottimizzazione e non vengono introdotti vincoli sulle massime rampe di variazione di carico.

Il Sistema *PT* è una caldaia industriale (*B*) caratterizzata da una potenza termica a pieno carico $\dot{Q}_{B,max}$ pari a 2500 [kW]. Il carico termico $\dot{Q}_B(t)$ può essere ridotto in modo continuo fino al valore minimo $\dot{Q}_{B,min}$ di 1000 [kW] (40% del carico massimo). L'efficienza termica η_B (equivalente al coefficiente di utilizzazione del calore ϵ_Q visto nel paragrafo 2.2.4) decresce linearmente da un valore massimo di 95% a pieno carico a un valore di 80% a minimo carico. La conseguente mappa caratteristica $\dot{Q}_B - \eta_B$ è mostrata in Fig. 5.8. Contrariamente a quanto assunto per il Sistema *CHP* il Sistema *B* può essere acceso o spento in qualunque momento.

Il Sistema *CHP* è ancora connesso alla rete elettrica, alla quale l'energia elet-

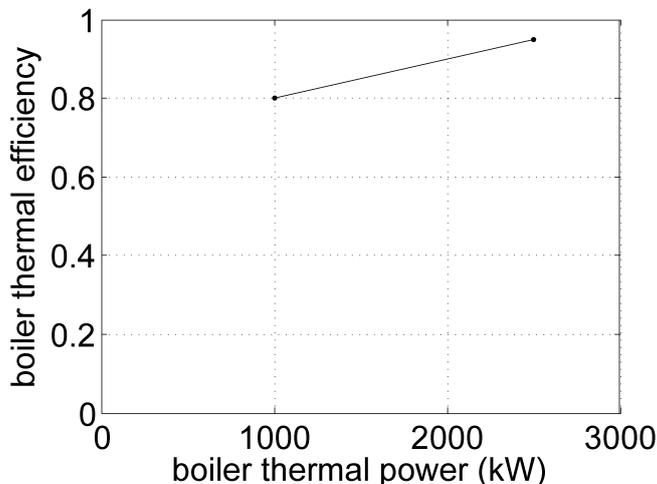


Figura 5.8: Mappa caratteristica $\dot{Q}_B - \eta_B$ del Sistema caldaia (B)

trica viene venduta allo stesso prezzo variabile $p_e(t)$ mostrato in Fig. 5.3. Il combustibile utilizzato da entrambi i Sistemi (CHP e B) è gas naturale avente un potere calorifico LHV pari a $50000 \text{ [} \frac{kJ}{kg} \text{]}$ e un costo di $c_f = 0,55; [\frac{€}{kg}]$ (come visto nel paragrafo 5.2).

La domanda termica $\dot{Q}_d(t)$ della rete di teleriscaldamento viene ricostruita in accordo con le stesse ipotesi [79] fatte nel paragrafo 5.2, incrementando adeguatamente il profilo giornaliero di $\dot{Q}_d(t)$ per conformare la richiesta alla maggior potenza termica installata ($\dot{Q}_{CHP,max} + \dot{Q}_{B,max}$) nel Macro-Sistema. Quindi entrambi i contributi $\dot{Q}_{d,T}(t)$ e $\dot{Q}_{d,soc}(t)$ sono stati incrementati. In particolare, per quanto riguarda $\dot{Q}_{d,T}(t)$, è stata variata la relazione che lega questa quota di $\dot{Q}_d(t)$ alla temperatura esterna (Fig. 5.9 (a)). Tuttavia, l'andamento della temperatura esterna è stato mantenuto il medesimo (Fig. 5.4 (a)), essendo questa seconda ottimizzazione eseguita nello stesso giorno tipo considerato nell'ottimizzazione con Sistema di accumulo a T_s costante (paragrafo 5.2).

In Fig. 5.9 (b) sono riportati i profili risultanti di $\dot{Q}_d(t)$, $\dot{Q}_{d,T}(t)$ e $\dot{Q}_{d,soc}(t)$ durante il giorno tipo considerato. Si fa notare che la media integrale della domanda termica $\dot{Q}_d(t)$ è, in questo caso, maggiore rispetto al massimo carico $\dot{Q}_{CHP,max}$ del Sistema CHP . Questa condizione è stata introdotta nella scelta del profilo di $\dot{Q}_d(t)$ per rendere indispensabile il contributo del Sistema B . La relazione lineare tra la temperatura $T_d(t)$ di fornitura del calore e la domanda termica $\dot{Q}_d(t)$ è stata anch'essa modificata. In Fig. 5.10 mostra questa relazione (Fig. 5.10 (a)) e il risultante profilo giornaliero della temperatura $T_d(t)$ (Fig. 5.10 (b)) e della portata di fornitura $\dot{m}_d(t)$ (Fig. 5.10 (c)).

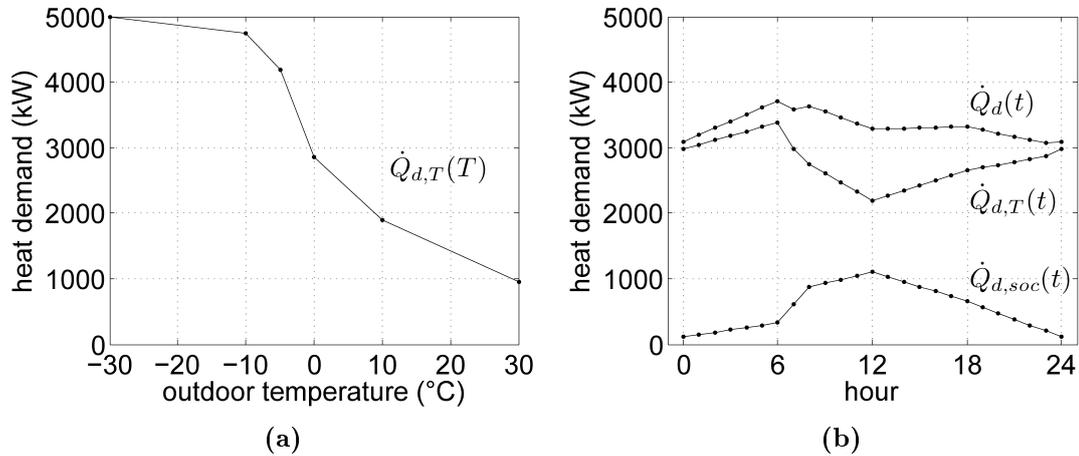


Figura 5.9: Andamenti giornalieri delle variabili relative alla domanda termica: (a) relazione tra la quota $\dot{Q}_{d,T}(t)$ della domanda dipendente dalla temperatura esterna e la temperatura esterna stessa e (b) profili orari della domanda termica $\dot{Q}_d(t)$ e delle sue due componenti ($\dot{Q}_{d,T}(t)$ e $\dot{Q}_{d,soc}(t)$)

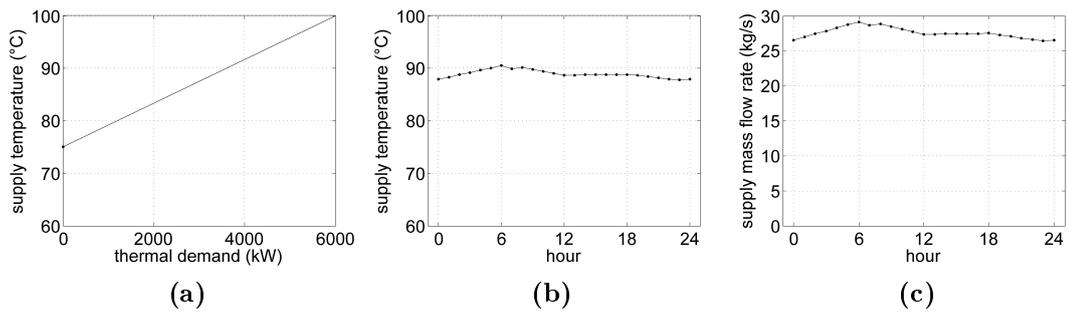


Figura 5.10: Determinazione della temperatura $T_d(t)$ di fornitura del calore: (a) relazione lineare tra la domanda termica $\dot{Q}_d(t)$ e la temperatura $T_d(t)$, (b) andamento giornaliero risultante della temperatura $T_d(t)$ e (c) andamento giornaliero risultante della portata $\dot{m}_d(t)$

5.3.1 Definizione della funzione obiettivo

La dimensione del Sistema di accumulo termico a temperatura variabile viene determinata in accordo con l'obiettivo della massimizzazione del profitto nel periodo considerato (equazione (4.14)) imponendo che l'energia termica totale generata dai Sistemi *CHP* e *B* sia uguale alla totale richiesta di energia termica della domanda. Il profitto, analogamente a quanto visto nel paragrafo 5.2.1 nella (5.1), include i ricavi derivati dalla vendita dell'energia elettrica e termica prodotte, il costo del consumo di combustibile e gli ammortamenti dei costi di investimento per l'acquisto dei Sistemi *CHP*, *B* e del Sistema di accumulo termico. In questo caso, prevedendo la possibilità di accensione e spegnimento del Sistema *B*, dal profitto giornaliero viene sottratto un costo concentrato $C_{B,su}$ per ciascun avviamento del Sistema *B*. Come visto nel paragrafo 4.3.2 questo costo concentrato può essere inteso somma del costo di combustibile addizionale dovuto all'avviamento del Sistema e del costo addizionale di manutenzione dovuto alla sua gestione "intermittente". Nel caso in analisi si trascurano i costi di manutenzione fissi giornalieri dei Sistemi (chiamati $c_{m,i}$ nella (4.14)) dato che essi non hanno, in quanto termini costanti, influenza sulla soluzione ottimale. Viceversa, la componente addizionale al costo giornaliero di manutenzione del Sistema dovuta alle variazioni di carico ($c_{v,i}$ nella (4.14)) non è un termine costante. Essa viene quindi considerata in modo semplificato (assieme al costo del combustibile nell'avviamento) nel costo $C_{B,su}$ dovuto ad ogni singolo avviamento del Sistema *B*.

La funzione obiettivo può quindi essere scritta come:

$$\begin{aligned}
 z = f(\mathbf{x}) = & \int_{\text{giorno}} p_e(t) \cdot P_{CHP}(t) dt + \int_{\text{giorno}} p_t(t) \cdot \dot{Q}_d(t) dt + \\
 & - \int_{\text{giorno}} \frac{c_f(t)}{LHV} \cdot \left(\frac{P_{CHP}(t)}{\eta_{CHP}(t)} + \frac{\dot{Q}_B(t)}{\eta_B(t)} \right) dt - C_{B,su} \cdot N_{B,su} \quad (5.12) \\
 & - \int_{\text{giorno}} \dot{Z}_{CHP} dt - \int_{\text{giorno}} \dot{Z}_B dt - \int_{\text{giorno}} \dot{Z}_s dt
 \end{aligned}$$

dove $N_{B,su}$ è il numero di avviamenti del sistema *B* durante il giorno tipo considerato, e il termine $\frac{\dot{Q}_B(t)}{\eta_B(t) \cdot LHV}$ è la portata di massa di combustibile $\dot{m}_{f,B}$ richiesta dal Sistema *B* per generare la potenza termica $\dot{Q}_B(t)$. Questo termine deriva, come visto per il Sistema *CHP* nel paragrafo 5.2.1, dalla definizione di $\eta_B(t)$.

La (5.12) è soggetta al vincolo che la totale energia termica prodotta in un giorno sia uguale alla totale richiesta, in formula:

$$\int_{\text{giorno}} \left(\dot{Q}_{CHP}(t) + \dot{Q}_B(t) \right) dt = \int_{\text{giorno}} \dot{Q}_d(t) dt \quad (5.13)$$

Anche in questo caso alcuni termini della (5.12) sono costanti nel periodo considerato (ricavi derivati dalla vendita dell'energia termica, i quali dipendono solamente dalla domanda che è fissata, e gli ammortamenti dei Sistemi *CHP* e *B*, il quali hanno taglia fissata). Tali costanti non influenzano la soluzione che ottimizza la (5.12) ma solo il suo valore ottimo. Quindi, ai fini della ricerca della gestione ottima del Sistema *CHP* e *B* e dell'ottima dimensione del Sistema di accumulo, esse possono essere eliminate dalla funzione obiettivo (5.12).

La nuova funzione da massimizzare è quindi:

$$f'(\mathbf{x}) = \int_{giorno} p_e(t) \cdot P_{CHP}(t) dt + \int_{giorno} \frac{c_f(t)}{LHV} \cdot \left(\frac{P_{CHP}(t)}{\eta_{CHP}(t)} + \frac{\dot{Q}_B(t)}{\eta_B(t)} \right) dt - C_{B,su} \cdot N_{B,su} - z_s \cdot V_s \quad (5.14)$$

Soggetta alla condizione espressa dalla (5.13). Anche in questo caso, come visto nel paragrafo 5.2.1, il costo di ammortamento del Sistema di accumulo ($z_s \cdot V_s$) varia con le sue dimensioni V_s , le quali dipendono a loro volta dal massimo livello dell'acqua al suo interno per una data strategia di funzionamento della generazione di energia termica da parte dei Sistemi *CHP* e *B*. Il problema di ottimizzazione è quindi un problema dinamico che, come visto nei paragrafi 4.3.2 e 4.3.4, non può tuttavia essere semplificato con la programmazione dinamica (confronto paragrafo 3.3.3) in quanto la funzione obiettivo (5.14) non è separabile per V_s "libera".

5.3.2 Modello del Macro-Sistema

Le relazioni del modello del Macro-Sistema con Sistema di accumulo a temperatura $T_s(t)$ variabile (Fig. 5.7) sono definite secondo i criteri presentati nei Capitoli 2 e 4. Le relazioni fondamentali del modello costruito sono:

$$\eta_{CHP}(t) = g(P_{CHP}(t)) \quad (5.15)$$

$$P_{CHP}(t) = g'(\dot{Q}_{CHP}) \quad (5.16)$$

$$\eta_B(t) = k_1 \cdot \dot{Q}_B(t) + k_2 \quad (5.17)$$

$$\dot{Q}_d(t) = \dot{m}_d(t) \cdot c_w \cdot (T_d(t) - T_{ret}) \quad (5.18)$$

$$\dot{m}_d(t) \cdot (T_d(t) - T_{ret}) = \dot{m}_{out}(t) \cdot (T_s(t) - T_{ret}) \quad (5.19)$$

$$\dot{m}_{CHP}(t) \cdot (T_{CHP} - T_{ret}) + \dot{m}_B(t) \cdot (T_B - T_{ret}) = \dot{m}_{in}(t) \cdot (T_{in}(t) - T_{ret}) \quad (5.20)$$

$$\dot{m}_{CHP}(t) + \dot{m}_B(t) = \dot{m}_{in}(t) \quad (5.21)$$

$$\dot{Q}_{CHP}(t) = \dot{m}_{CHP}(t) \cdot c_w (T_{CHP} - T_{ret}) \quad (5.22)$$

$$\dot{Q}_B(t) = \dot{m}_B(t) \cdot c_w(T_B - T_{ret}) \quad (5.23)$$

$$\frac{dM_s(t)}{dt} = \dot{m}_{in}(t) - \dot{m}_{out}(t) \quad (5.24)$$

$$M_s(t) \cdot \frac{dT_s(t)}{dt} = \dot{m}_{in}(t) \cdot T_{in}(t) - \dot{m}_{out}(t) \cdot T_s(t) \quad (5.25)$$

Dove $T_{in}(t)$ è la temperatura, ora variabile, dell'acqua entrante nel Sistema di accumulo e i rimanenti simboli hanno il medesimo significato visto nel paragrafo 5.2.1. Si noti che ora la temperatura $T_s(t)$ all'interno del Sistema di accumulo può variare (è una funzione del tempo t).

Le equazioni del modello riportate sopra rappresentano:

- *Mappe caratteristiche di Sistema CHP e B*: le (5.15) e (5.16) (coincidenti con le (5.5) e (5.6)) sono le rappresentazioni matematiche delle due mappe del Sistema CHP mostrate in Fig. 5.2. La (5.17) rappresenta la mappa caratteristica (lineare) $\dot{Q} - \eta_{CHP}$ di Fig. 5.8 (con k_1 e k_2 opportune costanti);
- *Bilanci di massa ed energia*: la (5.18) (coincidente con la (5.7)) rappresenta il bilancio di energia termica alla domanda, la (5.19) (analoga alla (5.8) dove ora la $T_s(t)$ è variabile) deriva dal bilancio di energia nel mixer tra Sistema di accumulo e domanda (Fig. 5.7), la (5.20) deriva dal bilancio di energia nel mixer tra i Sistemi CHP e B e il Sistema di accumulo (Fig. 5.7), la (5.21) rappresenta il bilancio di massa nel medesimo mixer, la (5.22) (coincidente con la (5.10)) deriva dal bilancio di energia del Sistema CHP, la (5.23) deriva dal bilancio di energia del Sistema B, la (5.24) (coincidente con la (5.11)) è bilancio di massa del Sistema di accumulo a temperatura variabile e la (5.25) deriva dal bilancio di energia del Sistema di accumulo a temperatura variabile. Queste due ultime equazioni ((5.24) e (5.25)) definiscono i valori della massa $M_s(t)$ e della temperatura $T_s(t)$ all'interno del Sistema di accumulo a temperatura variabile.

Il modello definito sopra è un modello non lineare in quanto include prodotti tra variabili che dipendono dal tempo.

5.3.3 Scelta delle variabili di decisione

Le variabili di decisione del problema di ottimizzazione, definito dalla funzione obiettivo (5.14) e dai vincoli da (5.15) a (5.25), sono i 48 (24+24) valori (un valore per ogni ora) del profilo di generazione termica $\dot{Q}_{CHP}(t)$ del Sistema CHP e $\dot{Q}_B(t)$ del Sistema B e una variabile che definisca le condizioni iniziali all'interno del Sistema di accumulo.

Quest'ultima variabile di decisione viene scelta in base alle seguenti considerazioni di natura termodinamica e dinamica. I profili della massa $M_s(t)$ e della temperatura $T_s(t)$ all'interno del Sistema di accumulo sono variabili dipendenti una volta assegnata una condizione iniziale per entrambe ($M_s(0)$ e $T_s(0)$). Si noti che il sistema di equazioni differenziali composto dalle (5.24) e (5.25) non garantisce che i profili di $M_s(t)$ e $T_s(t)$ siano periodici. Infatti, l'unica condizione di periodicità inclusa nel modello è rappresentata dalla (5.13), la quale garantisce esclusivamente che il valore dell'energia interno del Sistema di accumulo sia periodico nel giorno tipo. Nella realtà $M_s(t)$ e $T_s(t)$ tendono ad un andamento periodico dopo un transitorio iniziale che dipende dalle condizioni iniziali $M_s(0)$ e $T_s(0)$ assegnate. Questo andamento periodico dipende solamente dalle condizioni iniziali dell'energia interna del Sistema di accumulo, che vengono indirettamente assegnate attraverso i valori iniziali $M_s(0)$ e $T_s(0)$. Questo significa che differenti coppie di valori iniziali per la massa e la temperatura, che determinano lo stesso valore iniziale di energia interno del Sistema di accumulo, porteranno allo stesso andamento periodico di $M_s(t)$ e $T_s(t)$. Di conseguenza, le ordinate dell'andamento periodico di $M_s(t)$ e $T_s(t)$ (successivo al transitorio iniziale) vengono determinate semplicemente assegnando un valore iniziale dell'energia interna del Sistema di accumulo. Questo valore è la variabile di decisione aggiuntiva.

5.3.4 Decomposizione del problema di ottimizzazione

Il valore del costo giornaliero specifico di ammortamento z_s nel problema considerato ammonta a $0,06 \left[\frac{\text{€}}{\text{giorno} \cdot \text{m}^3} \right]^1$ [77] e il costo $C_{B,su}$ per ciascun avviamento del Sistema B viene fissato pari a $6 \left[\frac{\text{€}}{\text{avviamento}} \right]$. Nuovamente, si noti che i valori di z_s e $C_{B,su}$ sono molto minori rispetto agli altri termini inclusi nella funzione obiettivo (5.14), e quindi possono essere trascurati. Quindi, il problema di ottimizzazione originario può essere decomposto dividendo la funzione obiettivo (5.14) in due gruppi di termini che divengono due distinte funzioni obiettivo da massimizzare separatamente in due sottoproblemi.

- Il primo sottoproblema consiste nella *ricerca della strategia di generazione di energia termica* ($\dot{Q}_{CHP}(t)$ e $\dot{Q}_B(t)$) che massimizza le prime due componenti

¹in questo secondo caso viene assunto un costo giornaliero specifico di ammortamento z_s per il Sistema di accumulo superiore a quello assunto nel paragrafo 5.2.4 perché la temperatura massima raggiungibile dall'acqua all'interno del Sistema di accumulo (130°C) è ora maggiore rispetto a quella del primo caso (100°C e costante). Per evitare l'ebollizione dell'acqua, quindi, si dovrà prevedere una pressione all'interno del Sistema di accumulo maggiore in questo secondo caso rispetto al primo; questo comporta l'utilizzo di Sistema di accumulo con spessori di parete maggiori e, quindi, più costosi.

della (5.14), ovvero:

$$f'_1(\mathbf{x}) = \int_{\text{giorno}} p_e(t) \cdot P_{CHP}(t) dt - \int_{\text{giorno}} \frac{c_f(t)}{LHV} \cdot \left(\frac{P_{CHP}(t)}{\eta_{CHP}(t)} + \frac{\dot{Q}_B(t)}{\eta_B(t)} \right) dt \quad (5.26)$$

Questa ricerca è eseguita indipendentemente dai risultanti profili di $M_s(t)$ e $T_s(t)$ (e quindi del risultante valore di V_s).

Si noti che l'ottimo andamento della produzione $\dot{Q}_B(t)$ del Sistema B ha due caratteristiche peculiari:

1. Mentre l'ottimo andamento della generazione $\dot{Q}_{CHP}(t)$ è fortemente influenzato dalle variazioni temporali del prezzo di vendita dell'energia elettrica $p_e(t)$, la funzione obiettivo (5.26) non è sensibile a permutazioni temporali dell'andamento della generazione $\dot{Q}_B(t)$. Quindi, per quanto riguarda il Sistema B , la soluzione del primo sottoproblema di ottimizzazione consiste solamente nei 24 valori che descrivono la generazione termica senza un'ordine temporale definito. Infatti, la definizione di un andamento preciso di $\dot{Q}_B(t)$ ha significato solamente se viene considerato il Sistema di accumulo, in particolare il suo volume V_s^2 ;
2. L'andamento della generazione $\dot{Q}_B(t)$ può essere ricavato in modo diretto dall'andamento di $\dot{Q}_{CHP}(t)$. Infatti, quando l'andamento di $\dot{Q}_{CHP}(t)$ è noto lo è anche il suo integrale giornaliero (la totale energia elettrica generata dal CHP nell'intero periodo) e l'integrale giornaliero di $\dot{Q}_{CHP}(t)$ può essere facilmente ricavato dalla (5.13) (essendo chiaramente noto l'integrale giornaliero della domanda $\dot{Q}_d(t)$). Al fine di ottimizzare il funzionamento del Sistema B esso deve generare l'energia termica al minimo costo unitario. Questa condizione è ottenuta in condizioni di pieno carico che corrispondono alle condizioni di massimo rendimento η_B . Quindi, il carico del Sistema B in ogni intervallo di tempo (ora) può essere valutato cercando la massima efficienza media nell'intero giorno tipo (ad esempio suddividendo l'integrale giornaliero di $\dot{Q}_B(t)$ nel maggior numero possibile di ore di pieno carico, e generando l'eventuale energia termica mancante a carico parziale).

In accordo con queste due caratteristiche, quindi, la generazione $\dot{Q}_B(t)$ del Sistema B è dipendente. Di conseguenza le variabili di decisione del primo sot-

²l'inclusione di un Sistema di accumulo nel Macro-Sistema permette di disaccoppiare la produzione di energia termica dalla rispettiva domanda, nei limiti definiti dalla sua dimensione V_s . Qualora tale dimensione non venga considerata, ma rimanga la presenza del Sistema di accumulo, la produzione del Sistema $\dot{Q}_B(t)$ dovrà soddisfare solo una condizione integrale sulla totale energia generata nell'intero periodo, ma non vi sarà nessuna restrizione su quando questa energia può essere generata.

toproblema sono solamente i 24 valori che definiscono l'andamento dell'ottima generazione $\dot{Q}_{CHP}(t)$ del Sistema *CHP*;

- Il secondo sottoproblema consiste nella *massimizzazione* dei due termini rimanenti della funzione obiettivo (5.14).

La funzione obiettivo di questo secondo sottoproblema è quindi:

$$f'_2(\mathbf{x}) = -C_{B,su} \cdot N_{B,su} - z_s \cdot V_s \quad (5.27)$$

per l'ottimo andamento della generazione $\dot{Q}_{CHP}(t)$ del Sistema *CHP* ottenuto risolvendo il primo sottoproblema.

Due aspetti indipendenti sono coinvolti nella massimizzazione della (5.27):

1. L'andamento del livello $M_s(t)$ di acqua all'interno del Sistema di accumulo, che influenza la sua dimensione V_s e quindi il suo costo $z_s \cdot V_s$;
2. La gestione del Sistema *B*, che definisce il numero $N_{B,su}$ di avviamenti e, quindi, il costo totale giornaliero $C_{B,su} \cdot N_{B,su}$ di queste operazioni.

Le variabili di decisione di questo secondo sottoproblema di ottimizzazione sono le "posizioni temporali" dei 24 valori ottimi di $\dot{Q}_B(t)$ ottenuti, come variabili dipendenti, risolvendo il primo sottoproblema e, come discusso nel paragrafo 5.3.3, il valore iniziale dell'energia interna del Sistema di accumulo.

Come visto nel paragrafo 5.2.4, la decomposizione genera due sottoproblemi di ottimizzazione di natura diversa rispetto al problema di ottimizzazione originario. Né il primo sottoproblema né il secondo sono problemi dinamici. Infatti, per quanto riguarda il primo sottoproblema, se venisse compiuta una permutazione dei dati tempovarianti ($\dot{Q}_d(t)$ e $p_e(t)$), la stessa permutazione sarebbe riscontrata nella soluzione del primo sottoproblema (l'andamento di $\dot{Q}_{CHP}(t)$), e tale permutazione non influenzerebbe ovviamente i 24 valori ottimi di $\dot{Q}_B(t)$ poiché il loro ordine temporale deve ancora essere valutato. Per quanto riguarda il secondo sottoproblema, nel quale viene cercata l'ottima "posizione temporale" dei 24 valori di $\dot{Q}_B(t)$, esso ha semplicemente una natura compilatoria, essendo i profili di $M_s(t)$ e $T_s(t)$ dipendenti solamente dall'andamento di $\dot{Q}_B(t)$.

Soluzione del primo sottoproblema di ottimizzazione

La funzione obiettivo (5.26) del primo sottoproblema presenta delle discontinuità. Infatti, quando la generazione termica del Sistema *B* eccede leggermente il valore corrispondente ad un numero intero di ore a pieno carico, il costo $\int_{giorno} \frac{c_f(t)}{LHV} \cdot \frac{\dot{Q}_B(t)}{\eta_B(t)} dt$ associato al consumo di combustibile di *B* ha una discontinuità perché il minimo

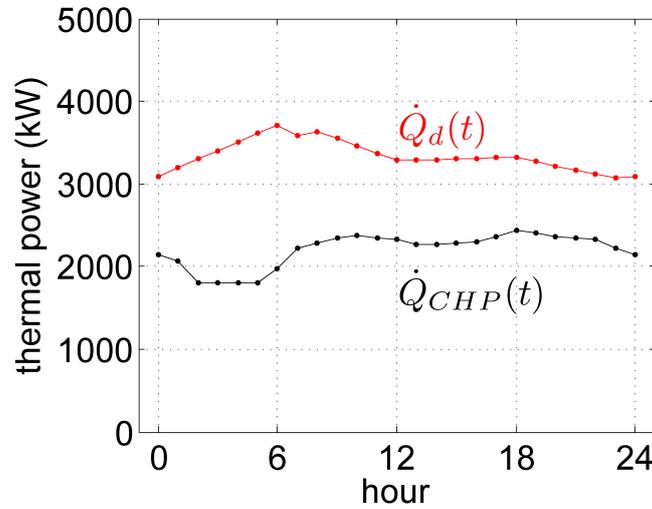


Figura 5.11: Andamento della domanda termica $\dot{Q}_d(t)$ e andamento ottimo della generazione termica $\dot{Q}_{CHP}(t)$ del Sistema *CHP*

carico di questo Sistema non è nullo. L'efficienza media di generazione, quindi, diminuisce improvvisamente (con andamento a gradino). Questa discontinuità implica, come visto nel paragrafo 3.3.2, che il problema di ottimizzazione non possa essere risolto con metodi diretti (esempio SQP), in quanto essi richiedono che il problema sia continuo. Viene quindi scelto per risolvere questo primo sottoproblema un metodo di ottimizzazione basato su un algoritmo evolutivo [72], il quale permette di trattare problemi di ottimizzazione anche discontinui (confronto con paragrafo 3.3.6).

La Fig. 5.11 mostra l'ottimo andamento della generazione $\dot{Q}_{CHP}(t)$ del Sistema *CHP* e, per confronto, l'andamento della domanda termica $\dot{Q}_d(t)$. Risulta evidente dalla Fig. 5.11 che la generazione ottima del Sistema *CHP* non segue la domanda termica bensì, come visto nel paragrafo 5.2.4, essa segue l'andamento del prezzo di vendita dell'energia elettrica (Fig. 5.3). Il valore ottimo della funzione obiettivo (5.26) è $f'_1(\mathbf{x}^*) = -3330,21 \left[\frac{\text{€}}{\text{giorno}} \right]$. Come nel caso con Sistema di accumulo a temperatura costante, i ricavi dalla vendita della sola energia elettrica non sono sufficienti a generare profitto e, quindi, i ricavi dalla vendita dell'energia termica risultano essenziali.

Si è visto che la generazione $\dot{Q}_{CHP}(t)$ segue l'andamento dei prezzi $p_e(t)$, tuttavia anche quando questo prezzo è prossimo al suo valore massimo il Sistema *CHP* non opera a pieno carico. Al contrario il Sistema *CHP* opera a minimo carico per 4 ore, dalle 2 alle 5. Questo comportamento può essere giustificato considerando il costo di generazione dell'energia termica. L'algoritmo di ottimizzazione tende a soddisfare la domanda della rete di teleriscaldamento con le quantità di energia termica

generata più economiche (i ricavi derivanti dalla vendita della corrispondente energia elettrica devono essere sottratti dal costo di generazione dell'energia termica). Nel paragrafo 5.4 verrà presentata una dettagliata analisi dei costi di generazione dell'energia termica che chiarirà questo concetto.

Il carico medio integrale del Sistema *CHP* risultante è pari a 2204 [kW], pari al 88,1% del carico massimo, mentre l'integrale medio della domanda ammonta a 3349 [kW]. Quindi il Sistema *CHP* copre il 65,8% della totale domanda termica, mentre il rimanente 34,3% deve essere soddisfatto dal Sistema *B* (dalla (5.13)), con una media integrale pari a 1146 [kW]. Come discusso nel paragrafo 5.3.4 l'ottima gestione del Sistema *B* prevede che la generazione di $\dot{Q}_B(t)$ avvenga alla massima efficienza termica. L'energia termica totale che deve essere generata dal Sistema *B* ammonta a 27504 [kWh] (1146 [kW] · 24 [h]) corrispondenti a 11 ore di pieno carico.

Soluzione del secondo sottoproblema di ottimizzazione

Nel secondo sottoproblema di ottimizzazione deve essere assegnata la “posizione temporale” delle 11 ore di generazione a pieno carico ($\dot{Q}_{B,max}$) del Sistema *B* che massimizza la funzione obiettivo (5.27). Questo problema è stato risolto con un algoritmo evolutivo il quale permette di gestire sia le possibili permutazioni delle “posizione temporale” di $\dot{Q}_B(t)$, sia le condizioni iniziali per l'energia interna del Sistema di accumulo termico. E' stato scelto nuovamente un algoritmo evolutivo (paragrafo 3.3.6) in quanto anche la funzione obiettivo (5.27) presenta delle discontinuità in corrispondenza ad ogni permutazione delle “posizione temporale” di $\dot{Q}_B(t)$.

La soluzione ottima è mostrata in Fig. 5.12 e il corrispondente valore della funzione obiettivo (5.27) risulta $f'_2(\mathbf{x}^*) = -17,14 [\frac{\text{€}}{\text{giorno}}]$, il quale è decisamente trascurabile rispetto al valore ottenuto per $f'_1(\mathbf{x}^*)$.

Il Sistema *B* opera a pieno carico per un unico periodo di 11 ore (Fig. 5.12 (a)), dalle 2 alle 13, quindi durante il giorno tipo vi è un singolo avviamento di *B* (alle 2). Un secondo avviamento comporterebbe un aumento di 6 [$\frac{\text{€}}{\text{giorno}}$] del costo giornaliero che dovrebbe essere compensato dalla riduzione del costo di ammortamento di un Sistema di accumulo più piccolo (V_s minore), il quale è già basso (11,14 [$\frac{\text{€}}{\text{giorno}}$]). L'andamento di $M_s(t)$ (Fig. 5.12 (b)) mostra che il Sistema di accumulo viene svuotato nel momento in cui il Sistema *B* viene acceso, e il suo massimo valore $M_{s,max}$ viene raggiunto al termine della generazione del Sistema *B*. Il corrispondente volume V_s del Sistema di accumulo risulta pari a 185,75 [m^3]. La temperatura $T_s(t)$ all'interno del Sistema di accumulo rimane approssimativamente costante (circa 100°C) durante il periodo in cui il Sistema *B* è acceso, e successivamente tende a raggiungere la temperatura massima T_{CHP} , in particolare quando la massa $M_s(t)$ di acqua nel serbatoio tende a zero.

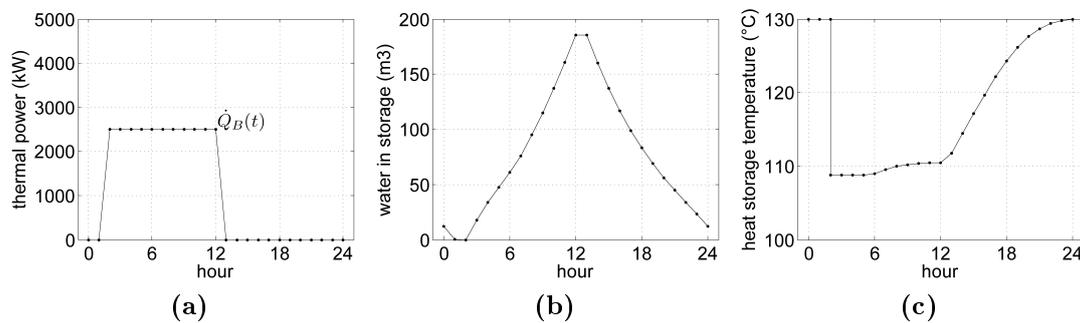


Figura 5.12: Soluzione ottima del secondo sottoproblema di ottimizzazione: (a) andamento ottimo della generazione termica $\dot{Q}_B(t)$ del Sistema B , (b) andamento corrispondente della massa $M_s(t)$ nel Sistema di accumulo e (c) andamento corrispondente della temperatura $T_s(t)$ nel Sistema di accumulo

5.4 Analisi dei costi di generazione dell'energia termica

Viene ora analizzato l'andamento del costo di generazione dell'energia termica al fine di:

- Comprendere meglio i risultati ottenuti nei paragrafi 5.2 e 5.3;
- Prevedere i risultati attesi per altri scenari caratterizzati da costi c_f del combustibile e prezzi $p_e(t)$ dell'energia elettrica differenti.

Dall'ottimizzazione dell'andamento di $\dot{Q}_{CHP}(t)$ nel primo sottoproblema, derivato dalla decomposizione del problema di ottimizzazione originario, è apparso chiaramente che il processo di ottimizzazione (tramite l'algoritmo) punta a soddisfare la domanda termica con l'energia termica meno costosa.

Il costo di una unità di energia termica generata da un Sistema cogenerativo (CHP) è determinato dal costo del combustibile consumato meno i proventi derivanti dalla vendita dell'energia elettrica (i proventi della vendita dell'energia termica non sono considerati essendo il loro prezzo unitario, in questa analisi, costante nel tempo).

La Fig. 5.13 riporta i costi dell'energia termica generata sia dal Sistema turbogas cogenerativo (CHP), sia dal Sistema caldaia (B). Il minimo costo unitario $[\frac{\text{€}}{MWh}]$ dell'energia termica generata dal Sistema B è ovviamente ottenuto al massimo carico, che corrisponde alle condizioni di massimo rendimento (Fig. 5.8). Invece, il costo unitario $[\frac{\text{€}}{MWh}]$ dell'energia termica generata dal Sistema CHP è ottenuto a carichi differenti in funzione del prezzo p_e di vendita dell'energia elettrica:

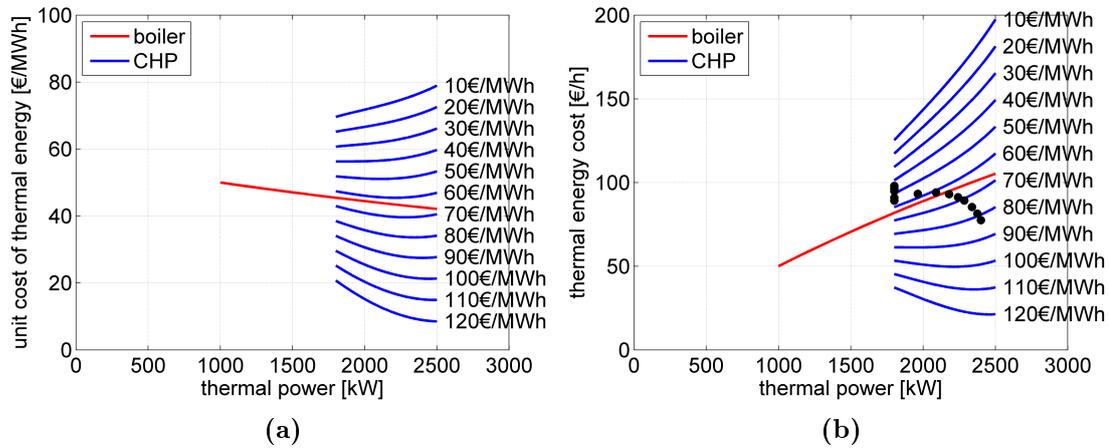


Figura 5.13: Costi di generazione dell'energia termica: (a) costo unitario $[\frac{\text{€}}{\text{MWh}}]$ dell'energia termica generata dai Sistemi B e CHP in funzione del prezzo p_e di vendita dell'energia elettrica e (b) costi $[\frac{\text{€}}{\text{h}}]$ dell'energia termica generata dai Sistemi B e CHP in funzione del prezzo p_e di vendita dell'energia elettrica

- Per prezzi bassi di vendita dell'energia elettrica il minimo costo unitario dell'energia termica è ottenuto a carichi “bassi”, anche perché il rapporto tra la generazione elettrica e termica ($\frac{P_{CHP}}{Q_{CHP}}$) aumenta;
- Al contrario, per prezzi alti di vendita dell'energia elettrica il minimo costo unitario dell'energia termica è ottenuto a carichi “alti”, essendo questo costo maggiormente influenzato dalla generazione di potenza P_{CHP} .

Quindi, come il rapporto $p_e(t)/c_f(t)$ tra prezzo di vendita dell'energia e costo del combustibile aumenta/diminuisce, l'andamento di $\dot{Q}_{CHP}(t)$ si sposterà verso carichi più alti/bassi (purché venga soddisfatta la condizione integrale sulla domanda termica, (5.3) e (5.13)) in funzione del carico al quale il costo unitario dell'energia termica è minimo per un dato costo di vendite dell'energia elettrica.

Si noti che nell'ottimo andamento di $\dot{Q}_{CHP}(t)$ ottenuto nel paragrafo 5.3.4 non vengono mai raggiunte le condizioni di massimo carico, come si vede dalla posizione dei punti neri evidenziati in Fig. 5.13 (b) la quale mostra il costo dell'energia termica $[\frac{\text{€}}{\text{h}}]$ in funzione della potenza termica $\dot{Q}_{CHP}(t)$ sviluppata dal Sistema CHP . Questo è giustificato dal fatto che le curve del costo unitario dell'energia termica $[\frac{\text{€}}{\text{MWh}}]$ mostrate in Fig. 5.13 (a) hanno un minimo a carichi intermedi per tutti i valori di $p_e(t)$ considerati nell'analisi.

5.5 Conclusioni

In questo Capitolo è stato presentato un nuovo approccio semplificato chiamato TSO-STO (*Two-Step Optimization of STOrage*) per la valutazione dell'ottimo progetto e funzionamento di Macro-Sistemi cogenerativi che includono Sistemi di accumulo termico di dimensioni non fissate (del tipo mostrato in forma generica in Fig. 4.3). Il problema generale mira a minimizzare la somma dei costi di investimento e dei costi operativi. La natura dinamica di questo problema è stata inizialmente analizzata per sviluppare la tecnica di decomposizione più conveniente, al fine di ridurre lo sforzo computazionale richiesto per risolverlo.

La tecnica consiste nel separare il problema dinamico di ottimizzazione originario in due sottoproblemi non dinamici più semplici, partendo dalla semplice osservazione che il termine della funzione obiettivo (profitto) associato al costo del serbatoio è molto meno importante rispetto agli altri termini (ricavi derivati dalla vendita dell'energia elettrica e termica, costo del consumo di combustibile e ammortamenti dei costi di acquisto dei Sistemi di generazione):

- Il primo sottoproblema è la *ricerca dell'ottima strategia di generazione di energia termica*, indipendentemente dalla dimensione del Sistema di accumulo;
- Il secondo sottoproblema è la *ricerca della dimensione ottima del Sistema di accumulo*, per l'ottima strategia di generazione di energia termica determinata risolvendo il primo sottoproblema

Come è stato mostrato, l'approccio TSO-STO può essere applicato sia nell'ottimizzazione di Macro-Sistemi che includono Sistemi di accumulo a temperatura costante (come fatto nel paragrafo 5.2.4), sia a Macro-Sistemi che includono Sistemi di accumulo a temperatura variabile (come fatto nel paragrafo 5.3.4). In particolare quest'ultimo tipo di Macro-Sistemi è molto complesso da analizzare ed ottimizzare. Grazie alla tecnica di decomposizione proposta, invece, la variabilità della temperatura nel Sistema di accumulo termico non ha introdotto sostanziali difficoltà nel calcolo dell'ottima strategia di generazione dell'energia termica e dell'ottima dimensione del Sistema di accumulo.

L'approccio TSO-STO può essere anche applicato a problemi di ottimizzazione del progetto e del funzionamento di Macro-Sistemi con Sistemi di accumulo termico che vengono caratterizzati da modelli MILP (problemi di ottimizzazione visti, in forma generale, nel paragrafo 4.3). Come si è visto nella discussione della (4.15) la presenza nella funzione obiettivo della dimensione "libera" del Sistema di accumulo (attraverso il suo costo di ammortamento) in problemi di ottimizzazione di progetto e funzionamento non rende possibile l'applicazione della tecnica di programmazione dinamica (presentata nel paragrafo 3.3.3). Applicando l'approccio TSO-STO

a questo tipo di problema di ottimizzazione, decomponendolo in due sottoproblemi, la programmazione dinamica può essere utilizzata per la risoluzione del primo sottoproblema. Questa decomposizione, combinata con la programmazione dinamica, permette di ridurre significativamente lo sforzo computazionale per risolvere problemi di notevole complessità.

Parte III

Ottimizzazione della configurazione e del funzionamento di Macro-Sistemi energetici: applicazioni

Nel Capitolo 4 è stata presentata la forma generale del problema di ottimizzazione di progetto e di funzionamento di Macro-Sistemi per la conversione di energia. Questo problema di ottimizzazione dinamico è stato formulato prima per un Macro-Sistema generico e poi per Macro-Sistemi per la generazione combinata di energia elettrica e termica. In particolare si è visto che, al fine di rappresentare adeguatamente il comportamento dei Sistemi inclusi nel Macro-Sistema e di ridurre i costi computazionali, è possibile costruire modelli di ottimizzazione composti da sole relazioni lineari nelle quali siano incluse anche delle variabili binarie. Questo modello di ottimizzazione è chiamato MILP (**Mixed-Integer Linear Programming**).

Nel Capitolo 1 si è visto che a livello di Macro-Sistema il grado di dettaglio sufficiente a rappresentare adeguatamente il suo comportamento è quello dei Sistemi che lo compongono. Questo corrisponde a sostituire la topologia di ciascun Sistema, all'interno del Macro-Sistema, con delle semplici relazioni input-output (modelli zero-dimensionalmente chiamati mappe caratteristiche) che descrivano il comportamento del Sistema stesso, non considerando quindi tutti i dettagli che determinano tale comportamento. Questo non corrisponde, come visto nel paragrafo 1.3.1, ad una perdita di accuratezza nella descrizione del comportamento del Macro-Sistema, in quanto le suddette mappe caratteristiche dei Sistemi sono ricavate da analisi più precise a grado di dettaglio maggiore.

In questa Parte del lavoro verranno formulati e risolti due problemi di ottimizzazione dinamica di Macro-Sistemi, basandosi su modelli di ottimizzazione MILP e MILNP. L'obiettivo di queste ottimizzazioni è la massimizzazione del profitto, la cui forma generale è stata definita nei paragrafi 4.2.2 e 4.3.2.

Nel Capitolo 6 verrà ottimizzato il funzionamento di Sistemi "tradizionali" per la generazione di potenza inseriti in un contesto di mercato libero dell'energia, anche al variare del contributo alla generazione totale di energia elettrica da parte delle fonti rinnovabili.

Nel Capitolo 7 verranno ottimizzati il progetto e il funzionamento di un Macro-Sistema complesso per la generazione combinata di energia elettrica e termica, che serve una rete di teleriscaldamento ed è inserito in un contesto di mercato libero dell'energia. La valutazione di progetto è legata alla possibile inclusione all'interno del Macro-Sistema di Sistemi di accumulo termico la cui dimensione verrà definita dal processo di ottimizzazione.

In tutte le applicazioni presentate verrà seguito lo stesso procedimento logico: dalla modellazione e analisi dettagliata dei Sistemi inclusi nei Macro-Sistemi verranno determinate le relazioni che ne descrivono il comportamento (mappe caratteristiche), le quali verranno utilizzate nel modello di ottimizzazione dei Macro-Sistemi.

Capitolo 6

Ottimizzazione della gestione di Sistemi termici di potenza nel mercato elettrico libero tedesco con l'utilizzo della programmazione dinamica MILP

La prospettiva della produzione di energia elettrica “pulita” ha recentemente portato a massicci investimenti nella generazione di potenza da energie rinnovabili. Queste hanno influenzato e influenzano tutt’ora la gestione e i profitti degli impianti termici esistenti per la produzione.

In questo Capitolo vengono prima modellati, nel paragrafo 6.4, numerosi Sistemi di potenza “tradizionali” (basati su cicli a vapore alimentati a carbone e su cicli combinati alimentati a gas naturale), e i modelli risultanti vengono simulati in condizioni di progetto e fuori progetto per rappresentare adeguatamente il comportamento della maggiorparte dei moderni Sistemi termici inclusi nel sistema elettrico tedesco (il quale può essere inserito, vista la suddivisione presentata nel Capitolo 1, nella categoria dei Macro-Sistemi). Viene quindi formulato (paragrafo 6.5) e risolto (paragrafo 6.6) un problema di ottimizzazione dinamica al fine di stimare il profitto di breve periodo ottenuto da questi Sistemi utilizzando i prezzi spot del mercato elettrico tedesco (EEX) negli anni 2007–2010. Il modello di ottimizzazione è sviluppato utilizzando un approccio di programmazione mista lineare intera (MILP) per poter modellare degli stati di accensione/spegnimento dei Sistemi e per ridurre lo sforzo computazionale. Infine, nuovi scenari di mercato con l’aumento della produzione da rinnovabili (e conseguentemente differenti prezzi spot) sono simulati (paragrafo

6.7.3) per analizzare le conseguenze di una maggiore potenza installata di energie rinnovabili sulla gestione ottima degli impianti termici tradizionali.

6.1 Introduzione

Negli ultimi anni preoccupazioni ambientali e prezzo elevato del petrolio hanno portato in Germania a un aumento rilevante della capacità installata di energie rinnovabili. Così, i gestori degli impianti di potenza si trovano ad affrontare nuove condizioni di mercato: prezzi spot dell'elettricità più bassi e volatilità più alta, che possono influire molto sulla gestione e sui guadagni dei Sistemi di potenza tradizionali. Inoltre, la continua fluttuazione nella generazione di energia elettrica da fonti rinnovabili non complica solamente la pianificazione della produzione dei Sistemi, ma aumenta considerevolmente anche la riserva richiesta per la stabilità dell'intero Macro-Sistema elettrico. Dall'introduzione dell'European Union Greenhouse Gas Emission Trading Scheme (EU ETS), anche i prezzi per il diritto di emissione di CO_2 hanno contribuito alla formazione del prezzo dell'energia elettrica come parte essenziale dei costi specifici di generazione. Per tutti questi motivi l'incertezza per le utility a fonte fossile è grande (i bassi prezzi riducono le ore a pieno carico e i guadagni, mentre la volatilità richiede una maggiore flessibilità [80]), e gli investimenti su impianti di questo tipo necessitano di essere supportati da valutazioni economiche accurate, le quali richiedono:

- Conoscenza dei modelli termodinamici di ogni Sistema.
I principi generali della modellazione dei sistemi energetici in condizioni di progetto e fuori progetto sono stati discussi nei Capitoli 1 e 2.
- Definizione della strategia di gestione ottimale del Sistema.
I principi generali dell'ottimizzazione del progetto e della gestione dei sistemi energetici sono stati discussi nei Capitoli 3 e 4. Una review di un gran numero di metodi di modellazione è mostrata in [81]. La ricerca di una gestione ottima di Sistemi di potenza in condizioni di mercato libero è generalmente un problema di tipo dinamico. Al fine di ridurre lo sforzo computazionale il modello di ottimizzazione è semplificato utilizzando solo relazioni lineari, e lo stato di accensione/spegnimento di ciascun Sistema è modellato tramite variabili binarie. Pertanto, viene formulato e risolto un problema di programmazione lineare mista intera (MILP).
- Analisi di differenti scenari di mercato con un incremento della potenza installata di energie rinnovabili.
Le fonti di energia rinnovabile (RES: *Renewable Energy Source*) influenzano

fortemente i prezzi di mercato dell'energia elettrica. All'interno della vasta letteratura inerente a queste tematiche in [82] e [83] vengono studiati gli effetti della potenza eolica installata sul mercato elettrico tedesco (EEX).

In questo Capitolo il Macro-Sistema elettrico Tedesco viene analizzato sotto un punto di vista economico. L'obiettivo consiste nel valutare i profitti generati dai Sistemi termici nel periodo 2007–2010, e nel prevedere come questi profitti possano cambiare in differenti condizioni di mercato, in particolare sotto un aumento della produzione di elettricità da fonti rinnovabili. Per questo scopo si considereranno prima numerosi Sistemi a carbone e a ciclo combinato, i quali sono Sistemi rappresentativi del Macro-Sistema elettrico tedesco. Questi Sistemi sono modellati e simulati utilizzando un software commerciale per ottenere le loro mappe caratteristiche (potenza-fuel). Le mappe ottenute verranno quindi utilizzate in un modello MILP per l'ottimizzazione del profitto a breve termine con l'utilizzo degli spot price dell'EEX. Infine, il sistema del mercato elettrico verrà modellato e la quota di produzione di elettricità da impianti eolici e fotovoltaici verrà incrementata per mostrare come i profitti derivanti dai Sistemi termici tradizionali siano influenzati da differenti quote di generazione elettrica da RES.

6.2 Il Macro-Sistema elettrico tedesco

Nel 2010, in Germania, sono stati generati $621 \cdot 10^6$ MWh di energia elettrica, suddivisi tra quattro principali fonti di energia primaria: carbone, nucleare, gas naturale e rinnovabili (vedere Fig. 6.1). La potenza installata alla fine del 2010 è stata pari a 165859 MW:

- 53944 MW dalle rinnovabili,
- 48225 MW da impianti a carbone,
- 25500 MW da impianti a gas,
- 20490 MW da nucleare,
- 17700 MW da altre fonti.

La Fig. 6.1 mostra anche la quota di produzione di elettricità da fonti rinnovabili nel 2010 [84]. Il vento è la principale fonte con il 6% della totale produzione elettrica, seguito da biomasse (5%), idroelettrico (3%), fotovoltaico (2%) e RSU (*Rifiuti Solidi Urbani*) (1%) [84]. La Tabella 6.1 riporta i fattori di carico per ciascuna fonte

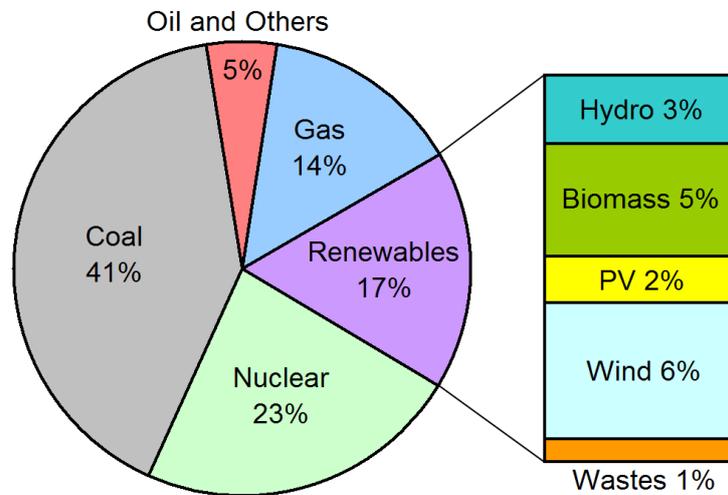


Figura 6.1: Energia elettrica prodotta per fonte nel 2010 in Germania [84]

primaria calcolati come rapporto tra l'effettiva energia elettrica prodotta e la massima producibile (numero di ore in un anno moltiplicato per la potenza installata) utilizzando dati reali [84].

Questo quadro non è stabile: nel 2011, dopo l'incidente alla centrale di Fukushima, cinque centrali nucleari sono state spente, ed è previsto che questa fonte primaria venga totalmente abbandonata entro il 2022. Inoltre, negli ultimi anni la potenza installata di impianti che sfruttano le fonti rinnovabili è incrementata notevolmente in Germania. Alla fine del 2010 la potenza installata di impianti eolici ammontava a 27 GW, mentre la potenza installata di fotovoltaico ammontava a 17.3 GW. L'aumento della potenza installata negli ultimi anni è impressionante: la potenza installata di fotovoltaico è all'incirca raddoppiata nel 2010, mentre la capacità di impianti eolici ha mostrato un aumento costante di 2 GW all'anno negli ultimi 4 anni.

Questi dati mostrano come il Macro-Sistema elettrico tedesco sia in continuo cambiamento, come nella maggioranza dei paesi europei. Gli investimenti su nuovi impianti devono quindi essere supportati da analisi economiche accurate per valutare l'influenza di tali cambiamenti nella gestione degli impianti termici tradizionali.

6.3 Mercato libero dell'energia elettrica

A causa di problemi tecnologici ed economici associati allo stoccaggio dell'energia elettrica, produzione e domanda di elettricità devono essere continuamente accoppia-

Tabella 6.1: Fattori di carico medi per fonte nel 2010 in Germania

Fonte Primaria	Fattore di Carico
Carbone	0,57
Nucleare	0,74
Gas	0,37
Rinnovabili	0,21
Eolico	0,15
Biomassa	0,67
Idroelettrico	0,42
Fotovoltaico	0,05
RSU	0,15
Olio combustibile, Alto	0,18

te¹ nel mercato elettrico. Questo richiede che ogni Sistema debba seguire istruzioni operative di un dispacciatore centrale, e debba modificare il proprio carico secondo tale programma. I dispacciatori decidono lo stato operativo orario di ogni singolo Sistema del loro Macro-Sistema in funzione dei costi di generazione di ciascun Sistema e del prezzo atteso dell'energia elettrica, determinato mediante l'*ordine di merito* e la domanda elettrica.

6.3.1 Curva di ordine di merito

L'elettricità può essere prodotta in molti modi utilizzando combustibili di diversa natura e mediante differenti tecnologie. In regime di mercato a breve termine competitivo, i prezzi sono fissati dai costi marginali di breve periodo del Sistema che produce l'ultima unità di energia elettrica richiesta per incontrare la domanda (Fig. 6.2). L'ultimo, o marginale, Sistema necessario ad soddisfare la domanda è anche quello con il costo marginale maggiore in un determinato istante. Questo processo assicura che i Sistemi che generano energia elettrica in quel istante siano quelli con i minori costi marginali tra tutti i Sistemi che possono generare energia elettrica. In questo modo, ci si può aspettare che i Sistemi a fissione nucleare e i Sistemi a combustione di lignite generino in continuo, cioè vengano utilizzati come Sistemi per

¹la produzione di energia elettrica deve eguagliare in ogni istante la domanda

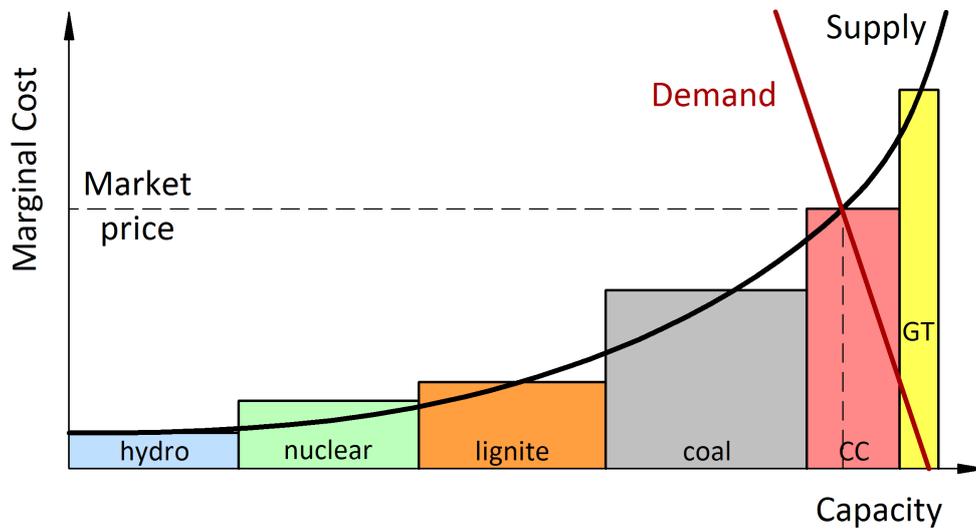


Figura 6.2: Curva di ordine di merito e costi marginali di differenti impianti di potenza: idroelettico (hydro), nucleare (nuclear), combustione di lignite (lignite), combustione di carbone (coal), ciclo combinato (CC), turbine a gas (GT)

il carico base. Tali Sistemi (assieme ai Sistemi idroelettirci) sono riportati alla sommità della cosiddetta *lista di ordine di merito*, ciò significa che i loro costi marginali di generazione siano inferiori rispetto a quelli degli altri Sistemi [85].

Tutti i Sistemi ricevono il prezzo marginale dell'intero Macro-Sistema. Se il mercato è competitivo, con un numero sufficientemente grande di concorrenti (generatori), ognuno di essi sa che non può influenzare il prezzo cambiando la propria offerta. In questo caso, la sua strategia di massimizzazione del profitto consiste nel proporre un'offerta equivalente al proprio costo di generazione: il Sistema deve essere in funzione per tutto il tempo in cui questo è possibile, che è quando il prezzo di mercato è maggiore (o tutt'al più uguale) al costo di generazione. Un'offerta più alta comporterebbe il rischio che il Sistema non venisse chiamato a produrre quando il prezzo di mercato è inferiore a questa offerta, ma maggiore del costo per il Sistema; che implica una produzione redditizia. Una offerta più bassa comporterebbe il rischio che al Sistema sia richiesto di produrre ad un prezzo inferiore al proprio costo, incorrendo in perdite.

6.4 Modellazione dei Sistemi termoelettrici

Come visto nella Parte I di questa tesi, il modello di un sistema è il set di relazioni matematiche che definiscono tutte le interconnessioni tra le quantità richieste per

descrivere il comportamento del sistema reale con il grado di approssimazione desiderato. Sostanzialmente queste relazioni includono bilanci di massa e di energia, mappe caratteristiche delle Unità del sistema ed equazioni di stato [15].

Si ricordi, come visto nel Capitolo 2 che l'obiettivo del *modello di progetto* è di valutare il “design point”; ossia la taglia del sistema e il suo comportamento in condizioni nominali. Partendo dal design point, il *modello di fuori progetto* descrive il comportamento di un sistema di taglia nota al carico parziale.

6.4.1 Strategia di controllo

Nella costruzione di modelli di fuori progetto è necessario porre attenzione alla strategia di controllo del sistema. In particolare, nei modelli di Sistemi a vapore sono state considerate le due principali strategie di controllo [86]:

- *Pressione fissata*: un primo stadio di controllo, chiamato *governing stage*, (Figura 6.3) è posto tra il generatore di vapore e la turbina di alta pressione: esso consiste in un piccolo numero di ugelli (tipicamente compreso tra tre e cinque). Quando il Sistema opera a carico nominale tutti gli ugelli sono aperti. Viceversa, quando il Sistema funziona a carico parziale, una parte degli ugelli viene chiusa, una parte di essi rimane completamente aperta e un solo ugello può rimanere parzialmente aperto introducendo uno strozzamento (laminazione). In questo modo la pressione del vapore all'uscita della caldaia rimane costante. La Figura 6.4 (a) mostra come il ciclo termodinamico, nel diagramma T-s, viene modificato al variare del carico P/P_{DP} con questa strategia di controllo. Per chiarezza in figura vengono indicati solo i punti relativi alle condizioni di progetto (linea spessa bordeaux). Si noti come le pressioni e le temperature nelle trasformazioni di riscaldamento (1-2), evaporazione (2-3) e surriscaldamento (3-4) rimangano immutate al variare del carico; in queste trasformazioni varia solo la portata di massa. L'obiettivo di questa strategia di controllo è mantenere le condizioni di design² per la quantità massima di fluido operativo, quella che fluisce dagli ugelli totalmente aperti. Un interessante studio sul funzionamento delle turbine a vapore controllate dal governing stage è presentato in [87].
- *Pressione variabile*: la turbina opera con gli ugelli totalmente aperti in tutte le condizioni di carico, e la pressione all'uscita del generatore di vapore è uguale alla pressione all'ingresso della turbina di alta pressione, che è fissata dalle condizioni effettive di equilibrio nella turbina a vapore (temperatura di

²le condizioni di design corrispondono, solitamente, alle condizioni di massimo rendimento

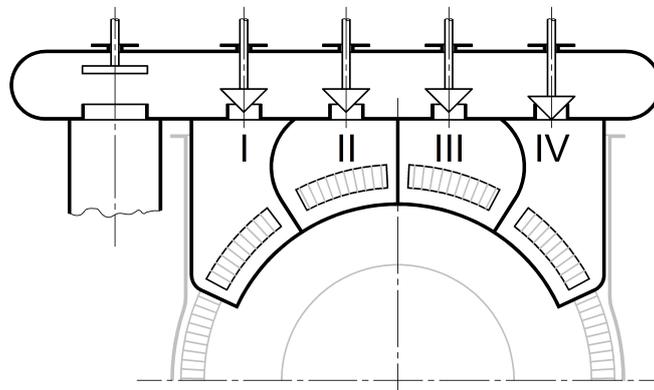


Figura 6.3: Schema semplificato del governing stage di una turbina a vapore

ingresso in turbina, portata di massa e pressione di condensazione [88]). Come per la precedente strategia di controllo, la Figura 6.4 (b) mostra le modifiche del ciclo termodinamico dovute al controllo a pressione variabile al variare del carico P/P_{DP} . Si noti come la temperatura di evaporazione (tratto 2-3), e quindi la pressione di evaporazione, diminuiscano al diminuire del carico.

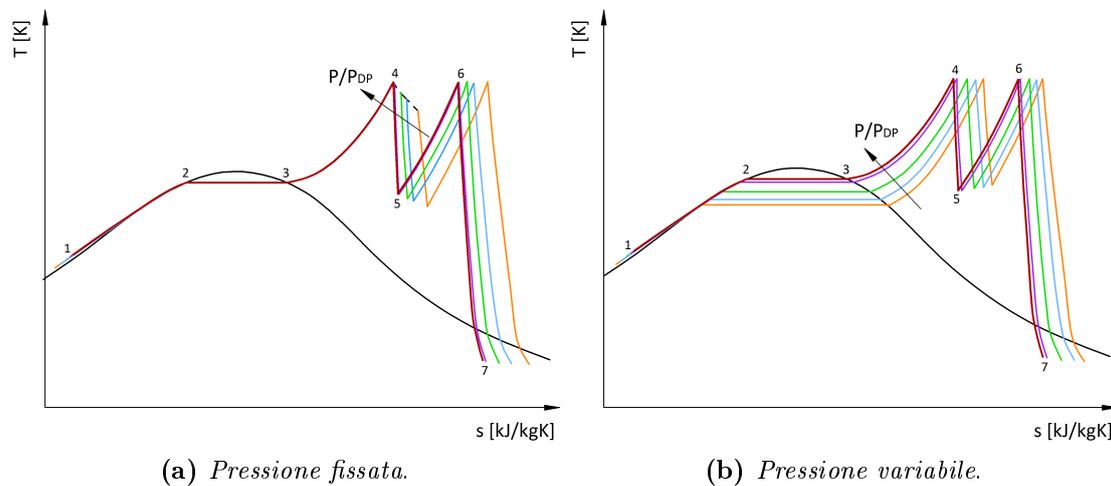


Figura 6.4: Variazioni del ciclo Rankine nel diagramma T-s al variare del carico (P/P_{DP}) per le due strategie di controllo

Inoltre, è necessario conoscere il preciso comportamento in fuori progetto di ciascun Componente del Sistema, cioè le loro mappe caratteristiche che legano le prestazioni del Componente al carico. Quando non sono rese disponibili dai costruttori, queste mappe possono essere ottenute dalla letteratura o ricavate da dati

sperimentali.

6.4.2 Scelta dei Sistemi rappresentativi del Macro-Sistema elettrico tradizionale tedesco

Sistemi a vapore e a cicli combinati sono stati scelti come categorie rappresentative del sistema elettrico “tradizionale” tedesco. In queste due categorie sono stati inclusi tre Sistemi a vapore alimentati a carbone e quattro Sistemi a cicli combinati alimentati a gas naturale.

Per ottenere mappe caratteristiche affidabili dei Sistemi selezionati vengono costruiti modelli dettagliati di funzionamento di questi ultimi utilizzando il software commerciale Epsilon[®] Professional, nel quale è disponibile un’ampia libreria di blocchi precostituiti che rappresentano Componenti premodellati. La modellazione con software di questo tipo (ad alto grado di aggregazione) segue anch’essa l’approccio generale visto nella Parte I di questo lavoro, infatti:

- Le *mappe caratteristiche dei Componenti* che compongono il Sistema sono implementate in ciascun blocco precostituito presente in libreria. Tali mappe, ovviamente, dipendono dal tipo di Componente e, in alcuni casi, è possibile inserire variazioni in tali mappe o definire nuovi blocchi non presenti nella libreria;
- I *bilanci di massa ed energia* sono definiti nel modo seguente:
 - i bilanci di interconnessione tra i Componenti (categoria a. nel paragrafo 2.4) vengono definiti da connettori che collegano i vari blocchi (nei modelli mostrati in Appendice A questi connettori sono linee di diverso colore che identificano i flussi di massa ed energia),
 - i bilanci di Componente (categoria b. nel paragrafo 2.4) sono implementati nei blocchi,
 - i bilanci di connessione con l’esterno (categoria c. nel paragrafo 2.4) possono essere definiti con appositi blocchi che rappresentano input o output del Sistema.
- Le *equazioni di stato* sono implementate nel software per fluidi operativi presenti in opportune librerie o, in alcuni casi, possono essere anche definite dall’utente;
- Altri *vincoli* possono essere considerati imponendo il valore di alcuni flussi o di alcune caratteristiche dei Componenti o del Sistema.

I tre Sistemi a carbone sono basati su:

- Ciclo a vapore subcritico con caratteristiche scarse (STLC, con $P_{DP} = 425MW$ e $\eta_{DP} = 37,27\%$)
- Ciclo a vapore subcritico con caratteristiche avanzate (STHC, con $P_{DP} = 507MW$ e $\eta_{DP} = 43,00\%$)
- Ciclo a vapore supercritico (STSC, con $P_{DP} = 501MW$ e $\eta_{DP} = 46,05\%$)

STHC e STSC rappresentano lo stato dell'arte della generazione di potenza da combustione di carbone, mentre STLC rappresenta Sistemi datati e obsoleti. Le caratteristiche di progetto dei tre Sistemi sono basate su dati reperiti in [89]. Tutti i modelli costruiti in Epsilon[®] Professional sono mostrati nelle condizioni di design in Appendice A e per tutti i modelli è stato utilizzato il controllo a pressione variabile (senza governing stage). Grazie a simulazioni in condizioni di progetto e fuori progetto si sono ottenute le mappe caratteristiche mostrate in Fig. 6.5 nella forma rendimento elettrico (η_{el}) in funzione del carico (P/P_{max}) in Fig. 6.5 (a) e nella forma potenza immessa con il combustibile ($F = \dot{m}_{fuel} \cdot LHV \equiv [MW]$) in funzione della potenza generata ($P \cdot LHV \equiv [MW]$) in Fig. 6.5 (c). Si noti che queste ultime mappe sono assimilabili a rette, quindi la relazione tra la potenza P generata dai Sistemi e la potenza F introdotta con il combustibile è ben approssimabile ad una relazione lineare.

I quattro Sistemi a ciclo combinato sono basati su:

- Ciclo a vapore subcritico ad un livello di pressione (CC1P, con $P_{DP} = 385MW$ e $\eta_{DP} = 54,28\%$)
- Ciclo a vapore subcritico a tre livelli di pressione con caratteristiche scarse (CCLC con $P_{DP} = 350MW$ e $\eta_{DP} = 50,00\%$)
- Ciclo a vapore subcritico a tre livelli di pressione con caratteristiche intermedie (CC3P, con $P_{DP} = 401MW$ e $\eta_{DP} = 56,62\%$)
- Ciclo a vapore subcritico a tre livelli di pressione con caratteristiche spinte (CCHC, con $P_{DP} = 416MW$ e $\eta_{DP} = 59,00\%$)

CCHC e CC3P rappresentano lo stato dell'arte della generazione di potenza da cicli combinati, mentre CC1P e CCLC rappresentano piccoli Sistemi. I modelli costruiti in Epsilon[®] Professional per i Sistemi CC1P e CC3P, come esemplificativo dei Sistemi a ciclo combinato a tre livelli di pressione, sono mostrati nelle condizioni

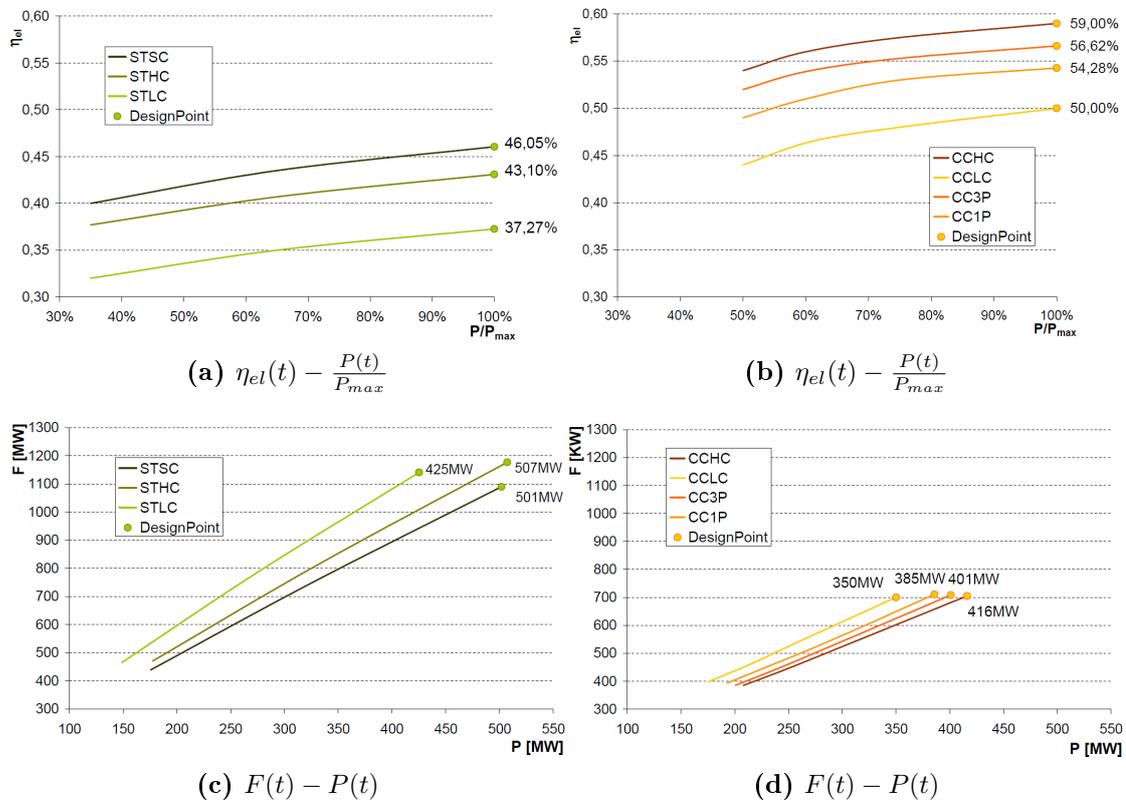


Figura 6.5: Mappe caratteristiche dei Sistemi: a vapore alimentati a polverino di carbone (a) e (c), a ciclo combinato alimentati a gas naturale (b) e (d)

di design in Appendice A. Nuovamente, le mappe caratteristiche mostrate in Fig. 6.5 (b) e (c) sono ricavate eseguendo i modelli di simulazione.

Per le mappe caratteristiche di entrambe le categorie di Sistemi si sono mantenute le stesse scale e sono state mostrate nella stessa figura (Fig. 6.5) per facilitare il confronto tra le prestazioni dei Sistemi analizzati. Inoltre nelle mappe è evidenziato il punto di design (design point) e i relativi valori di η_{el} e P .

6.5 Formulazione del problema di ottimizzazione

La gestione dei Sistemi, visti come Sistemi inseriti nel Macro-Sistema di generazione elettrica tedesco, è stata ottimizzata nel periodo 2007–2010 tramite la costruzione di sette modelli di ottimizzazione dinamica (uno per ogni Sistema). Ciascun Sistema viene sostituito con la sua mappa caratteristica, quindi il modello di ottimizzazione è del tipo presentato nel paragrafo 4.3.3 dove il Macro-Sistema è composto da un

solo Sistema e dal sistema elettrico tedesco che viene considerato tramite la curva di ordine di merito (paragrafo 6.3.1).

Come visto in Fig. 6.5 (b) e (c), il comportamento dei Sistemi al variare del carico può essere rappresentato nel piano $F - P$ da rette e, quindi, da equazioni lineari senza discostarsi molto dalla realtà. Viene scelto di utilizzare un approccio MILP, le cui tre principali caratteristiche sono:

1. vengono incluse *variabili intere* “ δ ” per tenere conto dello stato di accensione-spegnimento dei Sistemi;
2. vengono incluse nel modello solo *relazioni lineari* al fine di ridurre lo sforzo computazionale derivante dal numero elevato di intervalli temporali considerati;
3. il periodo di ottimizzazione viene suddiviso in intervalli temporali Δt di un’ora; quindi il numero totale di intervalli è $4 \cdot 8760 = 35040$. Ciascuna variabile del modello assume un valore discreto in ogni intervallo di tempo “ t ”.

La funzione obiettivo z da massimizzare è il profitto di breve periodo di ogni Sistema (considerato separatamente). Esso è l’applicazione al problema considerato della (4.15) e viene calcolato come differenza tra i ricavi derivanti dalla vendita dell’energia elettrica e i costi dovuti a consumo di combustibile, emissioni di CO_2 e avviamenti (caldi, tiepidi e freddi).

Le variabili di decisione sono gli andamenti della produzione di energia elettrica $P(t)$ e delle variabili $\delta(t)$ che definiscono la gestione di ciascun Sistema. Per valutare correttamente l’energia elettrica prodotta dal Sistema, e il relativo consumo di combustibile, durante ogni intervallo di tempo Δt vengono introdotte le variabili $P_{av}(t)$ e $F_{av}(t)$ come fatto nel paragrafo 4.3.2, definite come:

$$P_{av}(t) = \left| \frac{P(t) + P(t-1)}{2} \right| \quad F_{av}(t) = \left| \frac{F(t) + F(t-1)}{2} \right|$$

Il problema di ottimizzazione, per ciascun Sistema, è quindi [33]:

Trovare $P(t)$ e $\delta(t)$ $t = 1, \dots, 35040$ che massimizza

$$\begin{aligned} z = f(P(t), \delta(t)) = & \\ = \sum_t \left(P_{av}(t) \cdot p_e(t) \cdot \Delta t \right) - \sum_t \left(F_{av}(t) \cdot (c_f(t) + \alpha \cdot c_{CO_2}^*) \cdot \Delta t \right) + & \\ - \sum_t \delta_{HS}(t) \cdot C_{HS} - \sum_t \delta_{WS}(t) \cdot (C_{WS} - C_{HS}) + & \\ - \sum_t \delta_{CS}(t) \cdot (C_{CS} - C_{WS}) & \end{aligned} \quad (6.1)$$

soggetta a:

$$F(t) = a \cdot P(t) + b \cdot \delta(t)$$

$$P(t) \leq P_{max} \cdot \delta(t) \quad (6.2)$$

$$P(t) \geq P_{min} \cdot \delta(t)$$

$$\Delta t_{DT}(t+1) = (\Delta t_{DT}(t) + 1) \cdot (1 - \delta(t+1)) \quad (6.3)$$

sotto la condizione

$$(\delta(t+1) - \delta(t)) \cdot (\Delta t_{DT}(t) + T_{DT}^{min}) \geq 0 \quad (6.4)$$

$$\Delta t_{OT}(t+1) = (\Delta t_{OT}(t) + 1) \cdot (\delta(t+1)) \quad (6.5)$$

sotto la condizione

$$(\delta(t+1) - \delta(t)) \cdot (\Delta t_{OT}(t) - T_{OT}^{min}) \geq 0 \quad (6.6)$$

$$\delta(t) - \delta(t+1) + \delta_{HS}(t+1) \geq 0$$

$$\delta(t) - \dots - \delta(t+T1) - \delta(t+T1+1) + \delta_{WS}(t+T1+1) \geq 0 \quad (6.7)$$

$$\delta(t) - \dots - \delta(t+T2) - \delta(t+T2+1) + \delta_{CS}(t+T2+1) \geq 0$$

$$\begin{aligned} P(t+1) - P(t) \leq & \Delta P_{max} + \\ & + \delta_{HS}(t+1) \cdot (\Delta P_{max,HS} - \Delta P_{max}) + \\ & + \delta_{WS}(t+1) \cdot (\Delta P_{max,WS} - \Delta P_{max}) + \\ & + \delta_{CS}(t+1) \cdot (\Delta P_{max,CS} - \Delta P_{max}) + \\ & + \sum_{j=t}^{t-m} \delta_{WS}(j) \cdot (\Delta P_{max,WS} - \Delta P_{max}) + \\ & + \sum_{j=t+1}^{t-m} \delta_{CS}(j) \cdot (\Delta P_{max,CS} - \Delta P_{max,WS}) + \\ & + \sum_{j=t-m}^{t-n} \delta_{CS}(j) \cdot (\Delta P_{max,CS} - \Delta P_{max}) + \end{aligned} \quad (6.8)$$

Dove la (6.1) è la funzione obiettivo profitto e le equazioni da (6.2) a (6.8) sono il modello MILP di ognuno dei Sistemi scelti nel paragrafo 6.4.2. Queste equazioni sono state definite in accordo con la costruzione generale del modello mostrata nel paragrafo 4.3.3 e con medesimo significato di tutti i simboli.

Per ognuno dei sette modelli di ottimizzazione esse rappresentano:

- Equazione (6.2): mappa caratteristica del Sistema, ognuna delle quali è caratterizzato da valori differenti di a , b , P_{max} e P_{min} ;

- Equazioni (6.2), (6.4), (6.5) e (6.6): vincoli sul minimo tempo di operatività e inoperatività del Sistema, ognuno dei quali è caratterizzato da valori differenti di Δt_{DT}^{min} e Δt_{OT}^{min} ;
- Equazione (6.7): identificazione e conteggio degli avviamenti del Sistema, ognuno dei quali è caratterizzato da valori differenti di $T1$ e $T2$;
- Equazione (6.8): vincoli sulle massime rampe di variazione di carico del Sistema, ognuno dei quali è caratterizzato da valori differenti di ΔP_{max} , $\Delta P_{max,HS}$, $\Delta P_{max,WS}$ e $\Delta P_{max,CS}$.

Tutti i sette problemi di ottimizzazione così definiti sono problemi dinamici per la presenza del vincolo (6.8) sulle massime rampe di variazione di carico. Inoltre, la funzione obiettivo (6.1) è separabile (del tipo (3.26)) e monòtona. Quindi per la risoluzione di questi problemi di ottimizzazione di funzionamento verrà utilizzata la programmazione dinamica (paragrafo 3.3.3).

6.6 Ottimizzazione del funzionamento dei Sistemi nel periodo 2007–2010

I sette modelli di ottimizzazione MILP presentati nel paragrafo 6.5 (uno per ciascun Sistema considerato) vengono risolti utilizzando il software GAMS[®] e il solutore CPLEX, il quale permette di gestire la programmazione dinamica.

6.6.1 Dati di input

I dati di input utilizzati nei modelli di ottimizzazione, i quali sono stati presi dai riferimenti in letteratura che verranno indicati, includono:

- Parametri termodinamici (a e b in (6.2)) che descrivono le mappe caratteristiche dei Sistemi facilmente ricavabili dalle Fig. 6.5 (c) e (d);
- Dati associati al comportamento dinamico dei Sistemi (P_{min} , $T1$, $T2$, Δt_{DT}^{min} e Δt_{OT}^{min}) [90, 91], essi sono riportati in Tab. 6.2. Si noti che per i Sistemi CC non viene definito un avviamento tiepido (WS) ($T1 = T2$, confronto con la (6.7));
- Costi degli avviamenti [90], essi sono riportati in Tab. 6.3. I costi degli avviamenti tiepidi (C_{WS}) e caldi (C_{HS}) sono ottenuti moltiplicando il costo dell'avviamento freddo (C_{CS}) per il fattore indicato in Tab. 6.3. Si noti che

Tabella 6.2: Parametri dei vincoli dinamici del modello MILP

	Sistemi ST	Sistemi CC
P_{min}	$0,35 \cdot P_{max}$	$0,4 \cdot P_{max}$
$T1$	3 h	2 h
$T2$	5 h	2 h
Δt_{min}^{DT}	5 h	5 h
Δt_{min}^{OT}	5 h	5 h

Tabella 6.3: Costi degli avviamenti

	Costi specifici	Sistemi ST	Sistemi CC
C_{CD}/P_{max}	costo addizionale combustibile [€/MW]	35,30	56,30
	costo addizionale manutenzione [€/MW]	4,80	10,10
C_{WD}/P_{max}	fattore correttivo <i>WS</i>	0,50	0,50
C_{HD}/P_{max}	fattore correttivo <i>HS</i>	0,30	0,30

il costo per ogni avviamento viene suddiviso, come visto nel paragrafo 4.3.2, in una componente relativa al consumo addizionale di combustibile e in una componente relativa ai costi di manutenzione variabili ($c_{v,i}$ nella (4.14));

- Costi specifici del combustibile [92, 93] e delle emissioni di CO_2 [94], essi sono riportati in Tab. 6.4;
- Caratteristiche dei prezzi orari di vendita dell'energia elettrica ($p_e(t)$) (per brevità vengono riportati solo il valore medio $p_{e,av}(t)$ e la deviazione standard rispetto alla media), esse sono riportate in Tab. 6.5.

6.6.2 Risultati dell'ottimizzazione

I principali risultati delle sette ottimizzazioni vengono riassunti qui di seguito.

In Tab. 6.6 e in Fig. 6.6 sono mostrati i risultati dell'ottima gestione dei Sistemi a carbone (ST).

Tabella 6.4: Costi di combustibile ed emissioni di CO_2 nel periodo 2007–2010

	2007	2008	2009	2010
Carbone [€/MWh]	9,23	14,01	12,04	12,50
Gas naturale [€/MWh]	17,19	23,15	17,95	17,73
Emissioni CO_2 [€/t]	0,66	17,38	13,00	14,32

Tabella 6.5: Caratteristiche riassuntive dei prezzi dell'EEX nel periodo 2007–2010

	$p_{e,av}$ [€/MWh]	Deviazione standard [€/MWh]
2007	38,11	28,51
2008	65,90	30,32
2009	38,86	19,40
2010	44,49	13,98

L'ottimo profitto totale nei quattro anni di analisi dipende, ovviamente, dall'efficienza del Sistema. Quindi, i profitti maggiori sono stati ottenuti per il Sistema STSC ($\eta_{el} = 46,05\%$, 513,53 [€/kW]), profitti minori per i Sistemi STHC ($\eta_{el} = 43,10\%$, 457,71 [€/kW]) e STLC ($\eta_{el} = 37,27\%$, 341,02 [€/kW]). In media, i profitti specifici ottimi aumentano di circa 20 [€/kW] per ogni punto di rendimento tra 37% e 46% durante il periodo considerato.

Nel 2007 il costo ridotto del carbone e delle emissioni di CO_2 ha portato a profitti piuttosto alti. Nel 2008 i prezzi dell'EEX sono aumentati molto più dei costi del carbone e della CO_2 portando alti profitti ai Sistemi. Invece, nel 2009 e nel 2010 i costi del carbone e delle emissioni di CO_2 sono diminuiti meno dei prezzi dell'EEX e quindi i profitti sono diminuiti di conseguenza.

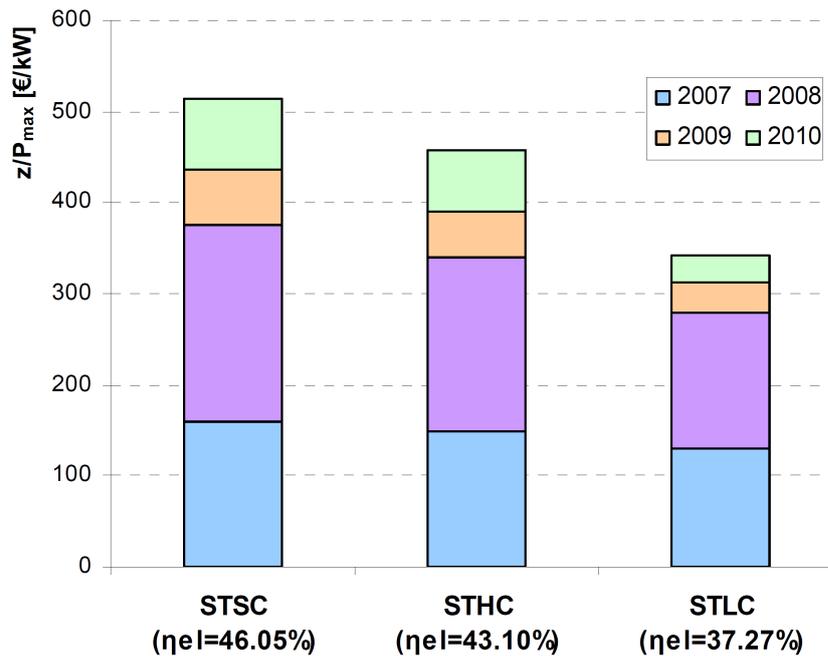
In Tab. 6.7 e in Fig. 6.7 sono mostrati i risultati dell'ottima gestione dei Sistemi a ciclo combinato (CC).

L'ottimo profitto totale nei quattro anni di analisi ammonta a 465,77 [€/kW] per Sistema CCHC ($\eta_{el} = 59,00\%$), 426,91 [€/kW] per Sistema CC3P ($\eta_{el} = 56,62\%$), 387,82 [€/kW] per Sistema CC1P ($\eta_{el} = 54,26\%$) e 314,71 [€/kW] per Sistema CCLC ($\eta_{el} = 50,00\%$).

Come per i Sistemi a carbone, il 2008 è risultato un anno particolarmente proficuo. Rispetto ai Sistemi ST, per i Sistemi CC gli ottimi profitti nel 2007 sono molto più vicini a quelli del 2009 e 2010: i costi di emissione della CO_2 , infatti, sono

Tabella 6.6: Profitti specifici ottimi nell'intero periodo 2007–2010 dei Sistemi ST

	STSC	STHC	STLC
Profitto specifico totale $\frac{z}{P_{max}}$ [€/kW]	513,53	457,71	341,02
$\frac{\Delta(z/P_{max})}{\Delta\eta_{el,\%}}$ [€/kW]		19,64	

**Figura 6.6:** Profitti specifici cumulati ottimi dei Sistemi ST nel periodo 2007–2010

meno rilevanti nei Sistemi a ciclo combinato grazie al minor contenuto di carbonio nel gas naturale e all'alta efficienza dei Sistemi CC. In media, i profitti specifici ottimi aumentano di circa 17 [€/kW] per ogni punto di rendimento tra 50% e 59% durante il periodo considerato.

In Fig. 6.8 vengono mostrati i costi medi di generazione di ogni Sistema, i quali includono i costi del consumo di combustibile, delle emissioni di CO_2 e degli avviamenti.

Si noti come l'ordine di merito (definito nel paragrafo 6.3.1) sia cambiato dal 2007 al 2010. Nel 2007 (Fig. 6.8 (a)) i costi di generazione più bassi sono stati ottenuti da Sistemi a carbone (ST). Negli anni successivi l'importanza della componente del costo di generazione legata alle emissioni di anidride carbonica è aumentata; di conseguenza i Sistemi a ciclo combinato (alimentati a gas) sono diventati progres-

Tabella 6.7: Profitti specifici ottimi nell'intero periodo 2007–2010 dei Sistemi CC

	CCHC	CC3P	CC1P	CCLC
Profitto specifico totale $\frac{z}{P_{max}}$ [€/kW]	465,77	426,91	387,82	314,71
$\frac{\Delta(z/P_{max})}{\Delta\eta_{el,\%}}$ [€/kW]		16,78		

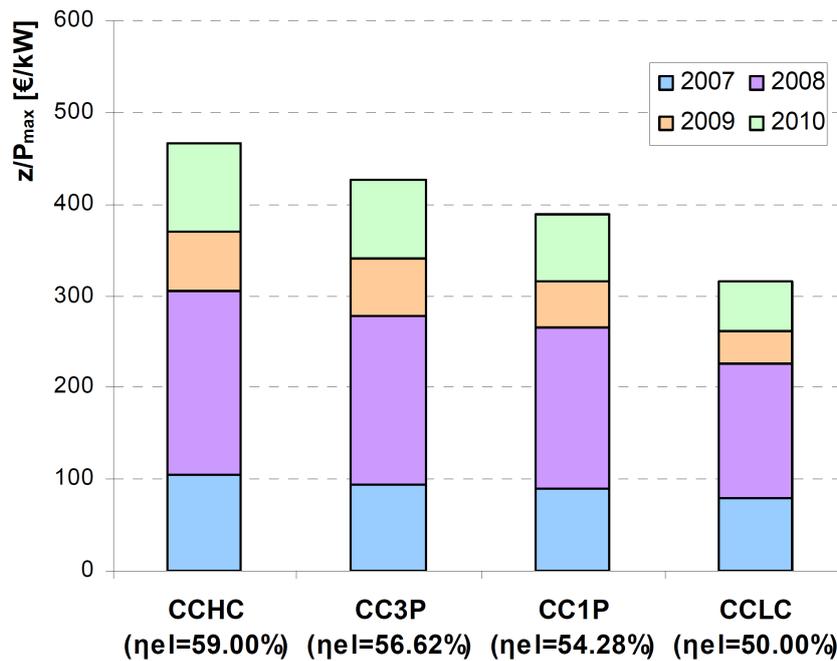
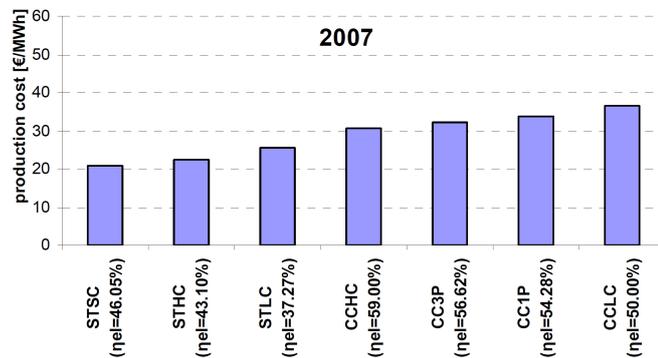


Figura 6.7: Profitti specifici cumulati ottimi dei Sistemi CC nel periodo 2007–2010

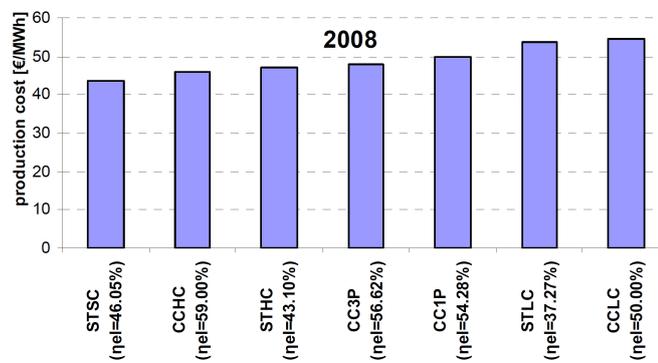
sivamente più convenienti, a dispetto anche dell'aumento del costo del gas naturale (confronto con le Fig. 6.8 da (b) a (d)).

6.7 Ottimizzazione del funzionamento dei Sistemi per un'incremento del contributo nel mercato delle energie rinnovabili

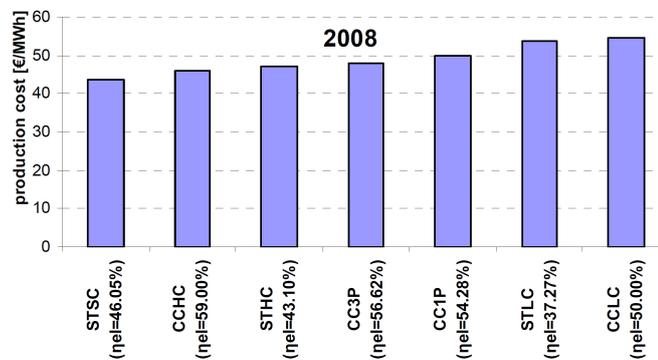
In questo paragrafo vengono considerati scenari di mercato differenti, rispetto a quello analizzato nel paragrafo 6.6, in funzione dell'aumento della quota di produzione di energia elettrica da fonti rinnovabili al fine di prevedere le modifiche nelle



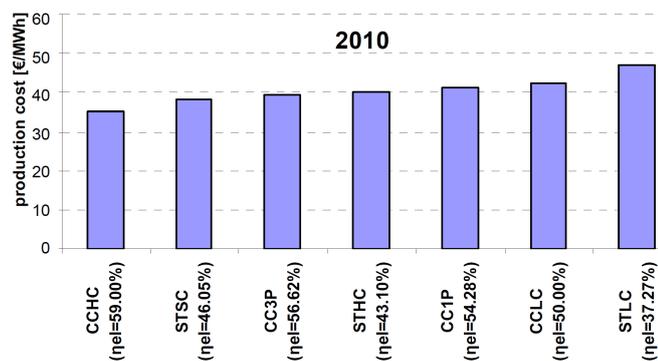
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 6.8: Costi medi di generazione dei Sistemi considerati

ottime strategie di funzionamento, e profitti, dei Sistemi tradizionali che operano nel mercato elettrico tedesco.

6.7.1 Effetto delle fonti rinnovabili sull'ordine di merito

I Sistemi che sfruttano le fonti rinnovabili (RES) hanno priorità di dispacciamento nel mercato elettrico tedesco (e italiano) rispetto ai Sistemi tradizionali. Quindi, la quota di mercato di questi ultimi viene ridotta in funzione dell'ammontare della generazione elettrica da RES [95].

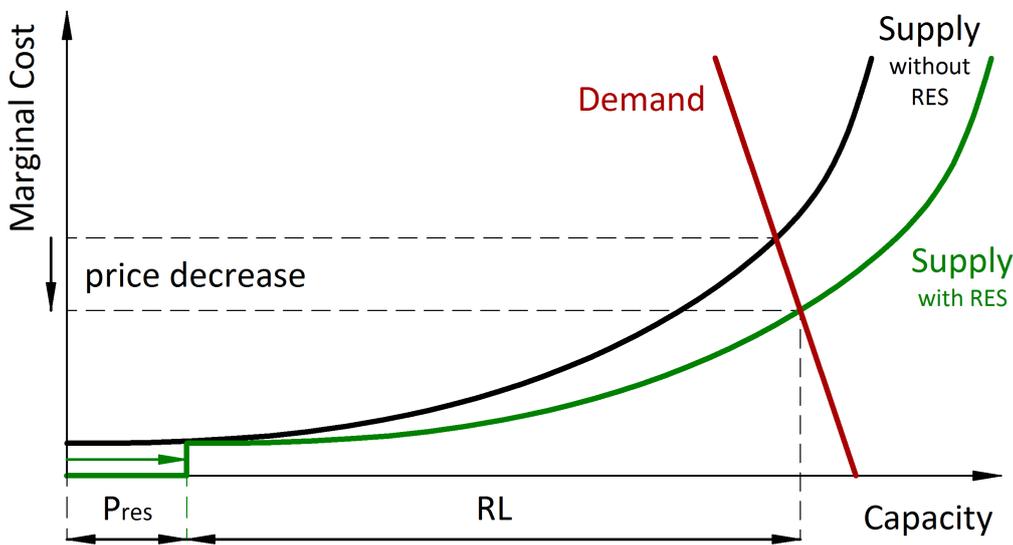


Figura 6.9: Effetto delle rinnovabili sull'ordine di merito

Questo concetto viene mostrato nella curva Costi-Generazione (*Marginal Cost vs Capacity*) in Fig. 6.9. Il cosiddetto carico residuo ($RL(t)$ da *Residual Load*) è la potenza elettrica che deve essere generata, in ogni istante, dai Sistemi tradizionali per soddisfare l'intera domanda del Macro-Sistema elettrico tedesco. Esso viene calcolato quindi come:

$$RT(t) = D(t) - P_{RES}(t) \quad (6.9)$$

dove $D(t)$ è la potenza elettrica richiesta dal sistema elettrico e $P_{RES}(t)$ è la produzione di energia elettrica da fonti rinnovabili (RES) al tempo t . Il fatto che la generazione $P_{RES}(t)$ ha la priorità nel mercato corrisponde a fissare il suo costo marginale pari a zero. Questo comporta che la curva di ordine di merito si sposta verso destra (Fig. 6.9), che a sua volta corrisponde ad una diminuzione del prezzo

$p_e(t)$ di vendita dell'energia elettrica determinato dall'intersezione tra la curva della domanda (Demand) e della generazione (Supply) al tempo t (regola di mercato della domanda e dell'offerta). La diretta conseguenza è l'esclusione dal mercato dei Sistemi tradizionali con i più alti costi di produzione.

6.7.2 Modello per la determinazione di nuovi andamenti dei prezzi

In questa analisi si assume che il contributo alla generazione di elettricità delle RES può variare, mentre restano costanti sia il numero che il tipo di Sistemi tradizionali nel Macro-Sistema elettrico tedesco.

Partendo da dati disponibili (storici [84]) della domanda elettrica e della generazione da Sistemi idroelettrici, eolici, fotovoltaici e alimentati a biomassa, il carico residuo $RL(t)$ può essere determinato dalla (6.9). Per semplicità si assume che la forma della curva di ordine di merito (Fig. 6.2) rimanga la medesima durante tutto il periodo nel quale il contributo delle RES alla generazione di energia elettrica viene modificato per generare nuovi scenari. Ogni punto della curva di ordine di merito può quindi essere ottenuto incrociando il valore del prezzo dell'energia elettrica $p_e(t)$ (in ordinata) con il corrispettivo valore del carico residuo $RL(t)$, il quale è stato a sua volta calcolato sottraendo $P_{RES}(t)$ da $D(t)$. Questa procedura per la determinazione per punti della curva di ordine di merito è mostrata in Fig. 6.10.

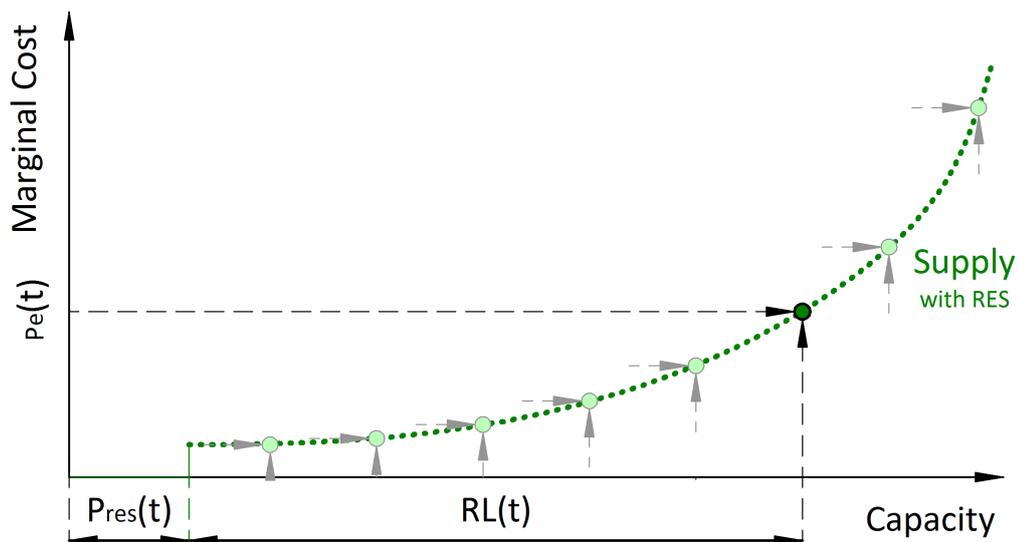


Figura 6.10: Costruzione per punti della curva di ordine di merito

L'assunzione che la curva di ordine di merito mantenga forma costante può in realtà essere fatta solamente per brevi periodi durante quali le offerte d'asta dei Sistemi tradizionali di generazione rimangono le stesse grazie a un costo marginale di produzione approssimativamente costante (rimangono costanti il costo del combustibile e delle emissioni di CO_2).

La curva di ordine di merito ricavata per punti (Fig. 6.10) è in fine utilizzata per calcolare “nuovi” prezzi dell'energia elettrica in corrispondenza di differenti produzioni da RES, che generano lo spostamento della curva verso destra (Fig. 6.9) in funzione dell'ammontare di questa produzione.

Per valutare questo effetto dell'aumento della produzione da RES viene creato un modello in ambiente MATLAB Simulink®, lo schema a blocchi del quale è mostrato in Fig. 6.11 (per uno degli scenari creati).

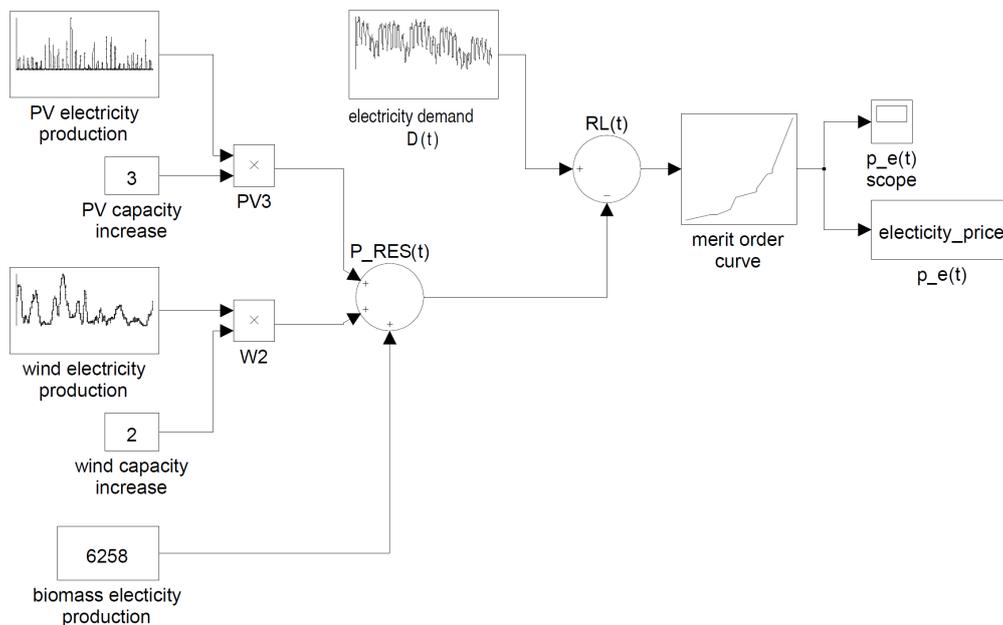


Figura 6.11: Effetto delle rinnovabili sull'ordine di merito

I dati di input (variabili indipendenti) del modello sono:

1. L'andamento orario reale della richiesta elettrica $D(t)$ [84];
2. L'andamento orario reale della produzione da fotovoltaico (PV), eolico (wind) e biomasse (biomass) [84];
3. La curva di ordine di merito (considerata costante nel tempo) costruita per punti come visto in Fig. 6.10.

La produzione $P_{RES}(t)$ di elettricità da rinnovabile in nuovi scenari, in ogni istante di tempo t , viene ottenuta sommando i contributi di fotovoltaico, eolico e biomassa che vengono prima amplificati (moltiplicati per una costante che definisce un differente scenario) per modellare un aumento della capacità installate di ogni RES. Il carico residuo $RL(t)$ in ogni istante di tempo t viene quindi ottenuto sottraendo il valore amplificato di $P_{RES}(t)$ dalla domanda $D(t)$. Infine il valore di $RL(t)$ viene utilizzato come input della curva di ordine di merito per valutare il nuovo prezzo $p_e(t)$ per ogni istante t (si entra nella curva con un'ascissa per determinare l'ordinata).

Le principali assunzioni del modello sono:

- Le offerte d'asta dei Sistemi tradizionali corrispondono esattamente al loro costo marginale di breve periodo (assunzione realistica come discusso nel paragrafo 6.3.1);
- La produzione da biomassa è considerata costante nel tempo;
- Sebbene sia una Res, la produzione da fonte idroelettrica non è considerata nel calcolo di $P_{RES}(t)$. Questa semplificazione è giustificata dal fatto che non si prevede un sostanziale aumento futuro della produzione idroelettrica.

6.7.3 Determinazione di nuovi scenari all'aumento del contributo delle RES

Utilizzando i concetti e il modello visti nel paragrafo 6.7.2, vengono considerati i seguenti quattro scenari, i quali differiscono tra loro per le capacità installate di Sistemi fotovoltaici ed eolici:

1. **Base**: la capacità installata di fotovoltaico ed eolico è quella del 2010;
2. **PV3**: la capacità installata di fotovoltaico è tre volte maggiore rispetto a quella del 2010;
3. **W2**: la capacità installata di eolico è due volte maggiore rispetto a quella del 2010;
4. **PV3W2**: le capacità installate di fotovoltaico ed eolico sono, rispettivamente, tre e due volte maggiori rispetto a quelle del 2010 (questo scenario corrisponde alla combinazione dei due precedenti).

Lo scenario Base rappresenta la situazione reale del sistema di generazione tedesco nel 2010, tuttavia i prezzi di mercato non corrispondono esattamente a

Tabella 6.8: Caratteristiche del prezzo dell'energia nei differenti scenari

	Agosto		Ottobre		Dicembre	
	$p_{e,av}$	volatilità	$p_{e,av}$	volatilità	$p_{e,av}$	volatilità
	[€/MWh]	prezzo	[€/MWh]	prezzo	[€/MWh]	prezzo
Base	39,43	12,42	48,80	13,91	54,21	18,57
PV3	35,57	13,45	46,22	13,51	53,49	18,17
W2	34,35	14,57	40,55	16,93	45,48	21,58
PV3W2	30,56	14,79	38,03	16,42	44,85	21,17

quelli reali essendo stati ottenuti da una curva di ordine merito ricostruita come descritto nel paragrafo 6.7.2 (sostanzialmente i picchi di prezzo vengono smussati nello scenario Base). I prezzi di questo scenario vengono determinati per avere un termine di paragone coerente con gli altri scenari.

Lo scenario PV3W2 rappresenta le capacità installate previste dal governo tedesco per il 2020 [96]

Vengono considerati i seguenti tre mesi come rappresentativi delle condizioni estive, invernali e di mezza stagione: agosto, ottobre e dicembre 2010. Un singolo mese è, infatti, un periodo sufficientemente lungo per coprire uno spettro di prezzi abbastanza vasto, e allo stesso tempo sufficientemente breve per poter considerare “costante” la curva di ordine di merito, come spiegato nel paragrafo 6.7.2. In Tab. 6.8 vengono mostrate le caratteristiche degli andamenti dei prezzi dell'elettricità ottenuti con i modelli Simulink[®] di Fig. 6.11 (uno per ogni mese e per ogni scenario, per un totale di 12).

Si noti che vi sono due effetti della produzione da RES sul prezzo dell'elettricità $p_e(t)$: il primo è sul suo valore medio il secondo sulla sua volatilità. La fonte solare e quella eolica sono caratterizzate da differenti frequenze e ampiezze giornaliere e stagionali, quindi, la loro influenza sul prezzo è differente:

- La fonte solare è caratterizzata da andamenti giornalieri (giorno e notte) e stagionali (estate e inverno). Quindi, la fonte di energia solare riduce $p_e(t)$ solamente durante il giorno e in particolare durante le ore di picco. Questo effetto è chiaramente maggiore in estate. Infatti in dicembre e ottobre, un aumento della generazione da fotovoltaico (scenario PV3) comporta minore volatilità dei prezzi rispetto al caso Base. D'altra parte, in agosto l'alto con-

tributo di PV comporta una maggiore differenza di $p_e(t)$ tra giorno e notte (cioè aumenta la volatilità). In aggiunta, durante i fine settimana $p_e(t)$ può ridursi a valori molto bassi;

- La fonte eolica è caratterizzata da una frequenza che non segue necessariamente un andamento giornaliero. Un periodo ventoso può durare anche alcuni giorni, avendo così un maggior effetto su $p_e(t)$ rispetto alla fonte solare. Di conseguenza, i prezzi dello scenario W2 diminuiscono quando vi è un periodo ventoso e possono diminuire anche in periodi in cui la domanda è molto bassa (notte e fine settimana). Per questa ragione l'energia eolica ha un grosso effetto sia $p_e(t)$ che sulla sua volatilità. Si noti che l'effetto sulla volatilità è simile in tutti i mesi considerati;
- Quando viene considerato un incremento di entrambe le fonti (scenario PV3W2) i due effetti agiscono contemporaneamente: in dicembre e ottobre la volatilità è minore rispetto allo scenario W2 grazie al maggior contributo del fotovoltaico. D'altra parte, in agosto la volatilità aumenta a causa di entrambe le fonti.

6.7.4 Risultati dell'ottimizzazione

I massimi profitti di breve periodo (6.1) di due Sistemi (STHC e CC3P) che hanno caratteristiche medie all'interno delle categorie ST e CC sono stati valutati utilizzando i nuovi andamenti orari del prezzo $p_e(t)$ dell'elettricità calcolati per differenti contributi delle RES (paragrafo 6.7.3). L'obiettivo è quello di prevedere come la generazione da RES influenzi l'ottima gestione di questi Sistemi tradizionali.

Le Tab. 6.9 e 6.10 mostrano i massimi profitti ottenibili dai Sistemi STHC e CC3P e le loro ore di funzionamento a pieno carico nei tre diversi scenari (PV3, W2 e PV3W2) comparati con quelli dello scenario Base. Appare molto chiaramente che questi profitti diminuiscono in modo simile per entrambi i Sistemi.

Agosto

La riduzione di profitto maggiore viene riscontrata in agosto a causa dell'effetto combinato di bassa domanda di elettricità e contributo significativo delle RES. In particolare, in PV3 il profitto dei Sistemi STCH e CC3P diminuisce del 37% e 30%, rispettivamente, a causa dell'elevato contributo solare. In W2 i profitti calano in modo simile per il fattore di carico dell'energia eolica relativamente alto. Per quanto riguarda le ore di funzionamento a massimo carico, esse sono minori in W2 rispetto a P3 a causa della maggior volatilità del prezzo indotta dalla possibile generazione eolica sia diurna che notturna. L'effetto combinato dell'aumento delle capacità di PV ed eolico nello scenario PV3W2 porta ad una riduzione veramente importante

Tabella 6.9: Risultati dell'ottimizzazione del funzionamento di STHC nei nuovi scenari

	Agosto		Ottobre		Dicembre	
	Δz	p.carico	Δz	p.carico	Δz	p.carico
	[%]	[h]	[%]	[h]	[%]	[h]
PV3	-37%	-16%	-17%	-7%	-4%	-1%
W2	-29%	-19%	-37%	-25%	-29%	-23%
PV3W2	-62%	-37%	-50%	-35%	-32%	-23%

Tabella 6.10: Risultati dell'ottimizzazione del funzionamento di CC3P nei nuovi scenari

	Agosto		Ottobre		Dicembre	
	Δz	p.carico	Δz	p.carico	Δz	p.carico
	[%]	[h]	[%]	[h]	[%]	[h]
PV3	-30%	-14%	-17%	-9%	-5%	-1%
W2	-23%	-23%	-35%	-30%	-28%	-24%
PV3W2	-53%	-32%	-48%	-33%	-31%	-24%

(fino al 62% per il Sistema a carbone), che tuttavia non corrisponde alla somma delle riduzioni in PV3 e W2. Infatti, quando uno dei due contributi addizionali di RES comporta lo spegnimento di un Sistema tradizionale (in quanto esso esce dal mercato per lo spostamento della curva di ordine di merito), l'effetto dell'altra RES è nullo essendo l'impianto già spento.

Ottobre e dicembre

In ottobre e dicembre la riduzione del profitto dovuta all'incremento della produzione di elettricità da RES è minore rispetto all'estate perché la domanda è maggiore. Inoltre, il contributo del fotovoltaico è minore, quindi la riduzione di profitto in PV3 è limitata. D'altra parte, l'elevata produzione eolica in ottobre ha avuto notevoli effetti nei profitti dello scenario W2, i quali diminuiscono del 37% e 35% per STHC e CC3P, rispettivamente. Le riduzioni nel profitto nello scenario PV3W2 sono inferiori a quelle riscontrate in agosto a causa del minore contributo complessivo delle RES.

Si noti che ci si può aspettare che tutte le riduzioni di profitto aumentino se si considerano Sistemi con efficienze minori di quelle dei Sistemi considerati; questo può portare all'esclusione dal mercato dei Sistemi più datati (e meno efficienti). Si noti inoltre che nell'analisi sono state considerate variazioni delle reali potenze installate in Germania in agosto, ottobre e dicembre 2010, e quindi le conseguenti variazioni del prezzo dell'elettricità.

6.8 Conclusioni

In questo Capitolo si sono analizzate le prestazioni economiche dei Sistemi tradizionali per la generazione di energia elettrica in Germania, sia utilizzando dati storici del periodo 2007–2010, sia prevedendo nuovi scenari di mercato caratterizzati da un crescente contributo alla generazione di energia elettrica da fonti rinnovabili nel prossimo futuro. Dall'analisi si possono trarre le seguenti conclusioni:

1. L'incremento significativo del costo di emissione della CO_2 nel periodo 2007–2010 ha portato a una marcata riduzione dei profitti ottimi di tutti i Sistemi tradizionali, e ha portato a un'inversione dell'ordine di merito tra Sistemi a vapore alimentati a polverino di carbone e Sistemi a ciclo combinato alimentati a gas. Questi ultimi hanno sostituito i primi in termini di minori costi di generazione, nonostante il forte incremento del costo del gas naturale rispetto a quello del carbone.
2. Un contributo aggiuntivo alla generazione elettrica da parte delle energie rinnovabili ha portato ad una forte riduzione degli ottimi profitti generabili dai

Sistemi tradizionali (fino al 68% quando il contributo del fotovoltaico è triplo e quello dell'eolico è doppio rispetto al 2010). La riduzione dei profitti è risultata leggermente minore per i Sistemi a gas rispetto a quelli a carbone.

3. La riduzione del profitto al punto 2 può portare all'esclusione dal mercato elettrico dei Sistemi tradizionali meno efficienti, con un effetto positivo sull'efficienza media di generazione del Macro-Sistema elettrico tedesco.
4. Lo studio proposto dimostra perché gli investimenti nelle tecnologie tradizionali di generazione elettrica si stiano riducendo in Germania a causa dell'inclusione di regole nel mercato elettrico favorevoli alle fonti rinnovabili nel meccanismo di domanda/offerta, fondamentalmente inadatto per fonti di energia di natura molto diversa come fonti fossili e rinnovabili.
5. Simulazioni di modelli dettagliati di Sistemi a ciclo Rankine alimentati a carbone e di Sistemi a ciclo combinato alimentati a gas hanno mostrato un comportamento di fuori progetto ben approssimabile con mappe caratteristiche lineari a variabili intere. Questo ha permesso di formulare dei problemi di ottimizzazione dinamici in periodi di tempo lunghi (4 anni) riducendo lo sforzo computazionale grazie alla programmazione dinamica combinata a quella lineare.

Capitolo 7

Ottimizzazione combinata del funzionamento di un Macro-Sistema CHP e del progetto di un Sistema di accumulo termico con modello MILNP

In questo Capitolo viene risolto il problema generale dell'ottimizzazione dinamica del progetto e del funzionamento di Macro-Sistemi per la generazione combinata di energia elettrica e termica con Sistemi di accumulo termico presentato Capitolo 4, applicato ad un Macro-Sistema CHP che serve una rete di teleriscaldamento di vaste dimensioni e che è inserito nel mercato elettrico libero tedesco.

7.1 Introduzione

Nel Capitolo 4 è stato presentato il problema generale della definizione ottima della configurazione e della gestione di Macro-Sistemi energetici e, in particolare, nel paragrafo 4.3, di Macro-Sistemi per la generazione combinata di energia elettrica e termica, connessi alla rete elettrica in un regime di mercato libero e che servono una domanda termica definita e variabile nel tempo (Fig. 4.3). In questo contesto si è visto, nei Capitoli 1 (in termini generali) e 5 (in termini quantitativi), che l'inserimento di Sistemi di accumulo termico in questi Macro-Sistemi ha tre principali effetti:

1. Il primo è di **natura energetico**: l'inserimento del Sistema di accumulo svin-

cola, entro i limiti delle sue dimensioni, la produzione di energia termica dalla rispettiva domanda;

2. Il secondo è di **natura termoeconomica**: essendo la produzione di energia termica svincolata dalla relativa domanda, anche la produzione elettrica in Sistemi CHP è svincolata dalla medesima domanda permettendo una gestione del carico elettrico più proficua¹ (**vantaggio economico**). Inoltre tale indipendenza tra produzione e domanda potrebbe portare a un generale aumento del fattore di carico dei Sistemi, e quindi all'aumento del rendimento medio al quale l'energia (elettrica e/o termica) viene generata (**vantaggio termodinamico**). Nel caso in cui nel Macro-Sistema siano inseriti dei Sistemi *PT* di produzione di sola potenza termica (caldaie), l'inserimento del Sistema di accumulo permette di ridurre l'uso dei *PT*. Questo corrisponde a un più coerente utilizzo dell'energia chimica contenuta nel combustibile grazie alla produzione del calore in Sistemi *CHP* e non in Sistemi *PT*;
3. Il terzo è di **natura computazionale**: l'inserimento di un Sistema di accumulo rende il problema di ottimizzazione del Macro-Sistema un *problema dinamico*. In ottimizzazioni di funzionamento, nelle quali la dimensione del Sistema di accumulo è fissata, il problema può essere risolto con la tecnica della programmazione dinamica (paragrafo 3.3.3) riducendo notevolmente i costi computazionali. In ottimizzazioni del progetto e del funzionamento, nelle quali la dimensione del Sistema di accumulo è una variabile dipendente (deriva dal processo di ottimizzazione), la programmazione dinamica non può essere applicata poiché la funzione obiettivo profitto non è separabile per la presenza del costo del Sistema di accumulo (che dipende dall'ottimizzazione nell'intero periodo considerato).

In questo Capitolo viene presentato il problema di ottimizzazione definito nel paragrafo 4.3 applicato ad un Macro-Sistema complesso che serve una vasta rete di tele riscaldamento (con caratteristiche simili a una sezione della rete di teleriscaldamento di Berlino). Tale applicazione è stata proposta in [32]² e qui viene riorganizzata in funzione degli obiettivi di questa tesi.

L'obiettivo dell'analisi è di valutare l'ottima gestione del Macro-Sistema in funzione del profitto annuo e di stimare la convenienza nell'installazione, e le dimensioni (ottimizzazione di progetto), di un Sistema di accumulo termico nel Macro-Sistema. Per generare un termine di paragone verrà prima eseguita un'ottimizzazione del solo funzionamento del Macro-Sistema senza il Sistema di accumulo.

¹la produzione di energia elettrica seguirà l'andamento del prezzo alla quale essa viene venduta.

²il lavoro [32] è stato parte integrante della mia attività di ricerca durante il dottorato, essendo stato io co-relatore di tale lavoro.

7.2 Formulazione del problema di ottimizzazione

Il problema di ottimizzazione del progetto e del funzionamento del Macro-Sistema considerato (Fig. 7.1) viene formulato seguendo la procedura descritta nella Parte II di questo lavoro, in particolare nei paragrafi 3.2.2 (in forma generale), 4.2 e 4.3 (per sistemi energetici). L'approccio di ottimizzazione scelto, per le considerazioni fatte nel Capitolo 4, è quello a variabili miste intere non lineare (MILNP). La non linearità, come si vedrà nel paragrafo 7.2.3, è dovuta alla possibilità di generazione del calore a diversi livelli di temperatura in alcuni dei Sistemi CHP inclusi nel Macro-Sistemi (Sistemi a vapore, semplici o combinati, cogenerativi a derivazione e condensazione).

7.2.1 Definizione dei confini del Macro-Sistema

Il Macro-Sistema considerato è riportato in Fig. 7.1. All'interno del volume di controllo del Macro-Sistema vengono inclusi tutti i Sistemi di generazione (di energia elettrica, di energia termica e CHP, chiamati rispettivamente PE , PT , CHP nella definizione del problema generale nel paragrafo 4.3); i Sistemi di accumulo ($S1$, $S2$ e $S3$ in Fig. 7.1); la rete che porta fino alle domande elettriche (in rosso in Fig. 7.1) nella quale sono previsti due nodi nei quali confluiscono le portate di fluido termovettore (acqua) utilizzato per fornire calore alle domande.

Nell'analisi non vengono considerate: le perdite lungo le reti di collegamento e le potenze assorbite da Sistemi ausiliari (esterni ai Sistemi di generazione) per la circolazione del fluido termovettore (es. pompe di circolazione).

Il Macro-Sistema è suddiviso in tre sottostazioni di generazione che includono due Sistemi CHP (di differente taglia e tipo, come indicato in seguito), un Sistema per la produzione di energia termica (caldaia) e un Sistema di accumulo termico la cui dimensione viene valutata nel processo di ottimizzazione. L'energia termica prodotta nelle sottostazioni viene convogliata in due nodi (connessi alle sottostazioni come indicato in Fig. 7.1) e quindi inviata a due domande distinte ($D1$ e $D2$).

Per ridurre le variazioni della portata inviata alle domande $D1$ e $D2$ si fornisce il calore ad una temperatura $T_D(t)$ variabile (nell'intervallo 80°C – 130°C) in funzione della temperatura esterna $T_{AMB}(t)$ con la legge lineare a tratti mostrata in Fig. 7.2.

I Sistemi di generazione inclusi nel Macro-Sistema sono:

- GT1, GT2 e GT3: Sistemi turbogas cogenerativi alimentati a gas naturale che producono due flussi di calore a temperatura costante (130°C);

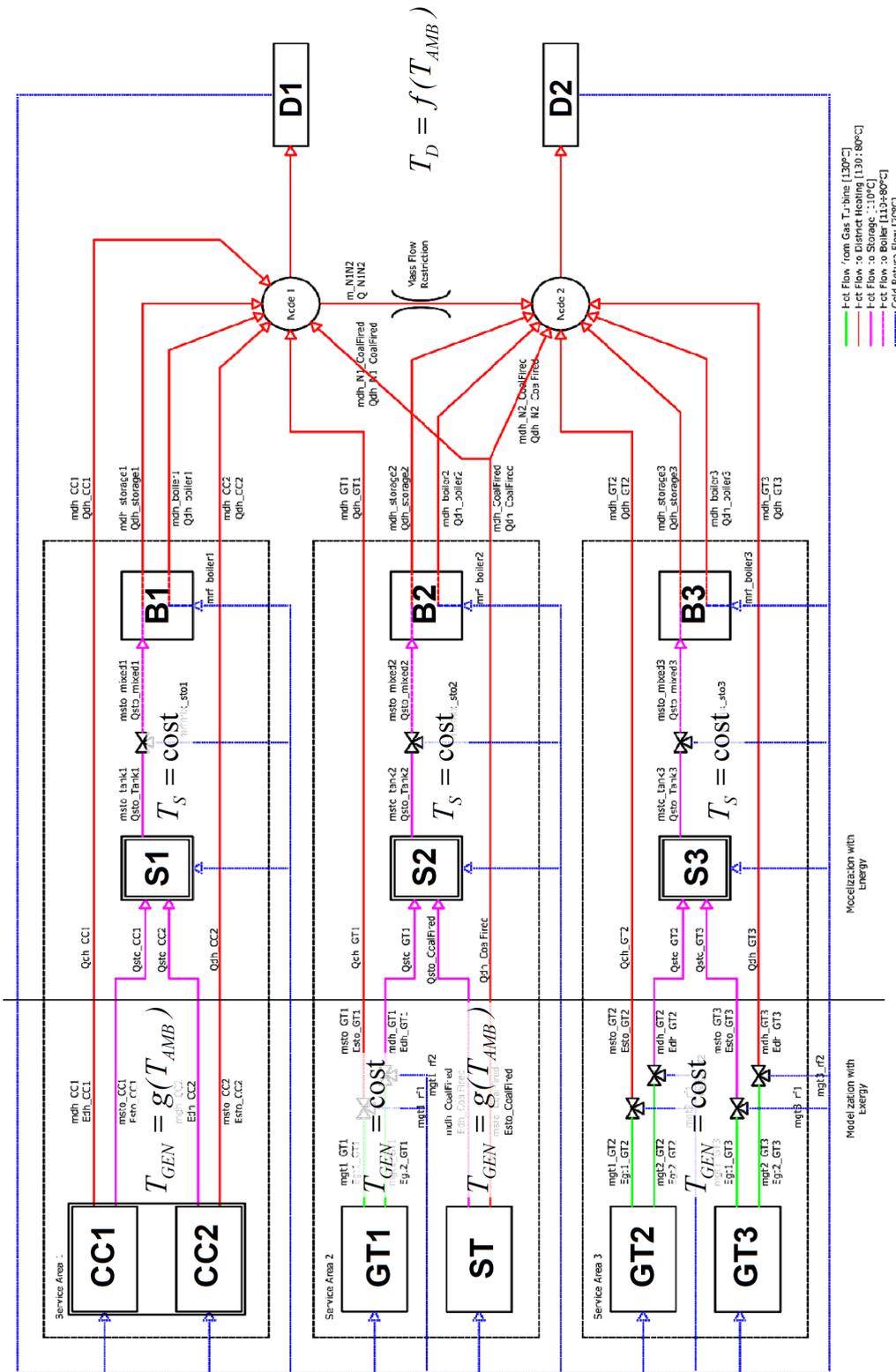


Figura 7.1: Configurazione del Macro-Sistema CHP considerato nel quale sono inseriti tre Sistemi di accumulo termico (S1, S2 e S3)

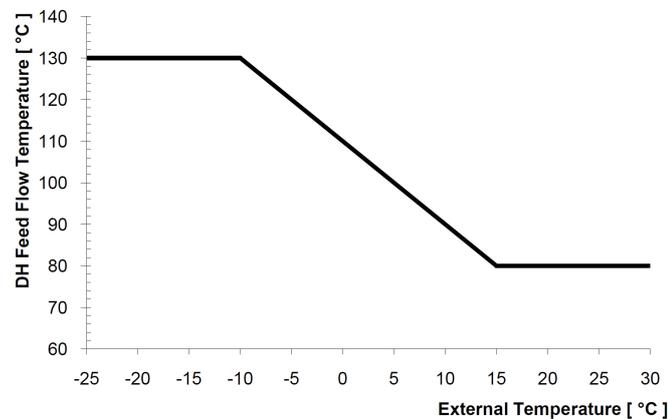


Figura 7.2: Relazione tra temperatura esterna $T_{AMB}(t)$ e temperatura $T_D(t)$ di fornitura del calore alle domande [32]

- ST: Sistema CHP a vapore alimentato a polverino di carbone il quale, come i Sistemi CC, produce due flussi di calore: il primo a temperatura costante (100°C), il secondo a temperatura variabile nell'intervallo 80°C–130°C;
- CC1 e CC2: Sistemi CHP a ciclo combinato alimentati a gas naturale che includono, a monte del generatore di vapore a recupero, due turbine a gas. Questi Sistemi possono operare sia con una sola turbina a gas in funzione, sia con entrambe. Questi sistemi producono due flussi di calore: il primo a temperatura costante (100°C), il secondo a temperatura variabile nell'intervallo 80°C–130°C;
- B1, B2 e B3: Sistemi PT (caldaie integrative) le quali riscaldano due flussi in entrata fino alla temperatura T_D al quale il calore viene fornito alla domanda.

Ciascun Sistema di accumulo (S1, S2 e S3) è rappresentato da un singolo serbatoio che sfrutta la stratificazione termica per ridurre il volume totale del Sistema stesso [97]. Infatti, nella Fig. 4.3, si era introdotto un Sistema di accumulo composto da due serbatoi, uno caldo e uno freddo. In questo modo la dimensione finale V_{TOT} dell'accumulo risultava essere determinata come il doppio del massimo livello $SL(t)$ di fluido termovettore (acqua) all'interno del serbatoio ($V_{TOT}/2$ per garantire che $\max(SL(t))$ possa essere contenuto nel serbatoio caldo e $V_{TOT}/2$ per garantire che $\max(SL(t))$ possa essere contenuto in quello freddo). Se invece si considera un unico serbatoio, nel quale l'acqua calda e quella fredda sono separati da uno strato limite³ dovuto alla differenza di massa volumica, il volume totale V_{TOT} sarà uguale

³l'acqua calda rimane, chiaramente, al di sopra di questo strato limite di temperatura, quindi nella zona alta del serbatoio e, di conseguenza, l'acqua fredda rimane nella zona bassa del serbatoio.

a $\max(SL(t))$ (trascurando un volume aggiuntivo per garantire la presenza in ogni situazione dello strato limite). Infatti, quando il livello di acqua calda diminuisce/aumenta contestualmente il livello di acqua fredda aumenta/diminuisce, garantendo così che sia il livello di acqua calda che quello di acqua fredda possano essere pari a $\max(SL(t))$. La temperatura dell'acqua calda e fredda (leggermente pressurizzata) sono ritenute costanti e pari, rispettivamente, a 110°C e 70°C (temperatura del fluido di ritorno dalle domande).

In Fig. 7.1 i flussi termici a diversa temperatura sono indicati con colori differenti:

- In verde sono indicati i flussi (alla temperatura costante di 130°C) generati dai Sistemi GT;
- In rosso sono indicati i flussi (alla temperatura variabile tra 80°C e 130°C) inviati alle domande (attraverso i nodi) D1 e D2. Tra questi flussi sono anche compresi quelli generati a temperatura variabile (80°C – 130°C) dai Sistemi a vapore a derivazione e condensazione (ST, e combinati CC);
- In fucsia sono indicati i flussi (alla temperatura costante di 110°C) entranti ed uscenti dai Sistemi di accumulo (zona calda). Tra questi flussi sono anche compresi quelli generati a temperatura costante (100°C) dai Sistemi a vapore a derivazione e condensazione (ST, e combinati CC);
- In blu sono indicati i flussi (alla temperatura costante di 70°C) di ritorno dalle domande D1 e D2. Questi flussi sono, chiaramente, tutti quelli in ingresso ai Sistemi di generazione e sono quelli entranti ed uscenti dai Sistemi di accumulo (zona fredda).

Opportuni miscelamenti (Fig. 7.1) sono previsti tra questi flussi per garantire le varie temperature richieste.

Tutti i Sistemi CHP sono connessi alla rete elettrica e tutta l'elettricità generata viene venduta al prezzo variabile $p_e(t)$.

L'immissione e l'estrazione dell'acqua (sia calda in alto, sia fredda in basso) deve avvenire con una velocità sufficientemente bassa per non generare fenomeni vorticosi che potrebbero portare alla rottura dello strato limite.

7.2.2 Definizione della funzione obiettivo

L'obiettivo dell'ottimizzazione del Macro-Sistema in Fig. 7.1 è la massimizzazione del profitto annuo definito in forma genereale nella (4.15).

$$\begin{aligned}
z = f(\mathbf{x}) = & \\
= & \sum_{i=1}^3 \left(\sum_t P_{av,GTi}(t) \cdot \Delta t \cdot p_e(t) \right) + \\
+ & \sum_t P_{av,ST}(t) \Delta t \cdot p_e(t) + \\
+ & \sum_{i=1}^2 \left(\sum_t P_{av,CCi}(t) \cdot \Delta t \cdot p_e(t) \right) + \\
- & \sum_{i=1}^3 \left(\sum_t F_{av,GTi}(t) \cdot \Delta t \cdot (c_{f,gas}(t) + \alpha_{gas} \cdot c_{CO_2}^*) \right) + \\
- & \sum_t F_{av,STi}(t) \cdot \Delta t \cdot (c_{f,coal}(t) + \alpha_{coal} \cdot c_{CO_2}^*) + \\
- & \sum_{i=1}^2 \left(\sum_t F_{av,CCi}(t) \cdot \Delta t \cdot (c_{f,gas}(t) + \alpha_{gas} \cdot c_{CO_2}^*) \right) + \\
- & \sum_{i=1}^3 \left(\sum_t F_{av,Bi}(t) \cdot \Delta t \cdot (c_{f,gas}(t) + \alpha_{gas} \cdot c_{CO_2}^*) \right) + \\
- & \sum_{i=1}^3 \left(\sum_t \delta_{HS,GTi}(t) \cdot C_{HS,GTi} - \sum_t \delta_{WS,GTi}(t) \cdot (C_{WS,GTi} - C_{HS,GTi}) + \right. \\
- & \left. \sum_t \delta_{CS,GTi}(t) \cdot (C_{CS,GTi} - C_{WS,GTi}) \right) \\
- & \sum_t \delta_{HS,STi}(t) \cdot C_{HS,STi} - \sum_t \delta_{WS,STi}(t) \cdot (C_{WS,STi} - C_{HS,STi}) + \\
- & \sum_t \delta_{CS,STi}(t) \cdot (C_{CS,STi} - C_{WS,STi}) \\
- & \sum_{i=1}^2 \left(\sum_t \delta_{HS,CCi}(t) \cdot C_{HS,CCi} - \sum_t \delta_{WS,CCi}(t) \cdot (C_{WS,CCi} - C_{HS,CCi}) + \right. \\
- & \left. \sum_t \delta_{CS,CCi}(t) \cdot (C_{CS,CCi} - C_{WS,CCi}) \right) \\
- & \sum_{i=1}^3 a_n \cdot V_{TOT,i}
\end{aligned} \tag{7.1}$$

Come visto nel paragrafo 4.3.2 il profitto viene calcolato come differenza tra i proventi derivanti dalla vendita dell'energia elettrica e termica e i costi dovuti al consumo di combustibile, alle emissioni di CO_2 , agli avviamenti dei Sistemi e all'acquisto dei Sistemi di accumulo termico.

Essendo i proventi derivanti dalla vendita dell'energia termica e i costi di ammortamento dei Sistemi di generazione termini costanti, essi possono essere esclusi dalla funzione obiettivo in quanto non influiscono sulla determinazione della soluzione ottima (come discusso nel Capitolo 5).

La funzione obiettivo risultante è mostrata nella (7.1), dove i simboli hanno significato chiaro se si considera che sono utilizzati, come indicato dai pedici, per i Sistemi GT, ST, CC e B.

La presenza del termine $\sum_{i=1}^3 a_n \cdot V_{TOT,i}$ legato al costo di ammortamento dei Sistemi di accumulo rende la funzione obiettivo (7.1) non separabile. Questo ha un forte impatto sulla risoluzione del problema di ottimizzazione: esso non può essere risolto applicando la programmazione dinamica (come visto nel paragrafo 7.1, punto 3). Di conseguenza lo sforzo computazionale rimane elevato (non può essere ridotto) in quanto il problema deve essere risolto come unico problema di ottimizzazione e non può essere ridotto in sottoproblemi più semplici (confronto con paragrafo 3.3.3).

7.2.3 Modello del Macro-Sistema

Come visto nella Parte I di questo lavoro il modello di un sistema a qualunque grado di dettaglio include mappe caratteristiche delle Unità, bilanci di massa e di energia ed equazioni di stato [15].

Mappe caratteristiche dei Sistemi CHP

Per la definizione del modello del Macro-Sistema è stato utilizzato il medesimo approccio visto nel Capitolo 6. Per ottenere mappe caratteristiche affidabili dei Sistemi CHP si sono costruiti modelli (sei in totale) dettagliati di funzionamento utilizzando il software commerciale Epsilon[®] Professional. Le mappe sono state ottenute grazie a simulazioni in condizioni di progetto e di fuori progetto di questi modelli. A titolo di esempio si riportano in Appendice B i modelli Epsilon[®] dei Sistemi GT1 (Fig. B.1), CC1 (Fig. B.3), ST (Fig. B.2) come rappresentativi del tipo di Sistema (analoghi modelli sono stati costruiti per CC2, GT2 e GT3).

In Fig. 7.3 vengono riportate le mappe caratteristiche, adimensionalizzate rispetto al carico massimo, dei Sistemi GT1 (Fig. 7.3 (a) e (b)), CC1 (Fig. 7.3 (c) e (d)) e ST (Fig. 7.3 (c) e (d)). Analoghe mappe sono state ricavate per i restanti Sistemi (CC2, GT2 e GT3) e presentano forma del tutto simile. Appaiono anche in

questo caso chiaro, come visto nelle Fig. 6.5 (c) e (d), che queste mappe sono ben approssimabili a relazioni lineari.

Come visto nei paragrafi 2.3.3 e 4.3.3 i Sistemi CHP sono completamente caratterizzati da due mappe caratteristiche: la prima lega il consumo di combustibile $F(t)$ alla potenza elettrica generata (Fig. 7.3 (a), (c) e (e)), la seconda lega tra loro i due output (potenza elettrica $P(t)$ e potenza termica $\dot{Q}(t)$ generate) tramite relazioni biunivoche (rappresentate da una curva, spesso ben approssimabile ad una retta) (Fig. 7.3 (b)) o aree fattibili (Fig. 7.3 (d) e (f)).

Inoltre, nel paragrafo 2.3.3, si è visto che queste mappe possono modificarsi, in funzione del tipo di Sistema al quale sono associate, al variare di alcune variabili. In particolare:

- Per **Sistemi GT** la/le variabile/i che modifica la forma delle mappe sono le condizioni ambiente (come introdotto per mappe generiche nella (2.14), per mappe lineari nella (2.15) e per mappe MILP nelle (2.16) e (2.17)), e in particolare la temperatura T_{AMB} .

Nella Fig. 7.3 (a) è mostrato (verificando quanto anticipato nel paragrafo 2.3.3 grazie alle simulazioni fatte) come si modifica la mappa $P(t) - F(t)$ al variare della T_{AMB} , in particolare al crescere di quest'ultima la $P(t)$ diminuisce a parità di $F(t)$ (in altre parole diminuisce il rendimento elettrico). Quindi anche i valori massimi e minimi di generazione di potenza saranno in funzione di T_{AMB} .

Si ricordi, come visto nei paragrafi 2.3.3 e 4.3.3, che per Sistemi CHP che generano $\dot{Q}(t)$ da flussi termici di recupero il consumo di combustibile (come turbine a gas CHP) $F(t)$ è funzione della sola $P(t)$.

La mappa caratteristica $P(t) - F(t)$ del Sistemi GT può essere così espressa, nella forma già vista nella (4.18):

$$\begin{aligned} F(t) &= \dot{m}_f \cdot LHV = k_{GT,1}(T_{AMB}) \cdot P(t) + k_{GT,2}(T_{AMB}) \cdot \delta(t) \\ P_{min}(T_{AMB}) \cdot \delta(t) &\leq P(t) \leq P_{max}(T_{AMB}) \cdot \delta(t) \end{aligned} \quad (7.2)$$

dove $\delta(t)$ è la consueta variabile binaria che modella lo stato di accensione/spegnimento del Sistema. Si noti che ora le k_{GT} non sono costanti, bensì variabili dipendenti dai dati del problema (T_{AMB}).

Nella Fig. 7.3 (b) è mostrato (verificando quanto anticipato nella Fig. 2.6 grazie alle simulazioni fatte) come si modifica la mappa $P(t) - \dot{Q}(t)$ al variare della T_{AMB} .

La mappa caratteristica $P(t) - \dot{Q}(t)$ del Sistemi GT può essere così espressa nella forma già vista nella (4.19):

$$\dot{Q}(t) = k_{GT,3}(T_{AMB}) \cdot P(t) + k_{GT,4}(T_{AMB}) \cdot \delta(t) \quad (7.3)$$

dove le k sono variabili dipendenti da dati del problema (T_{AMB}).

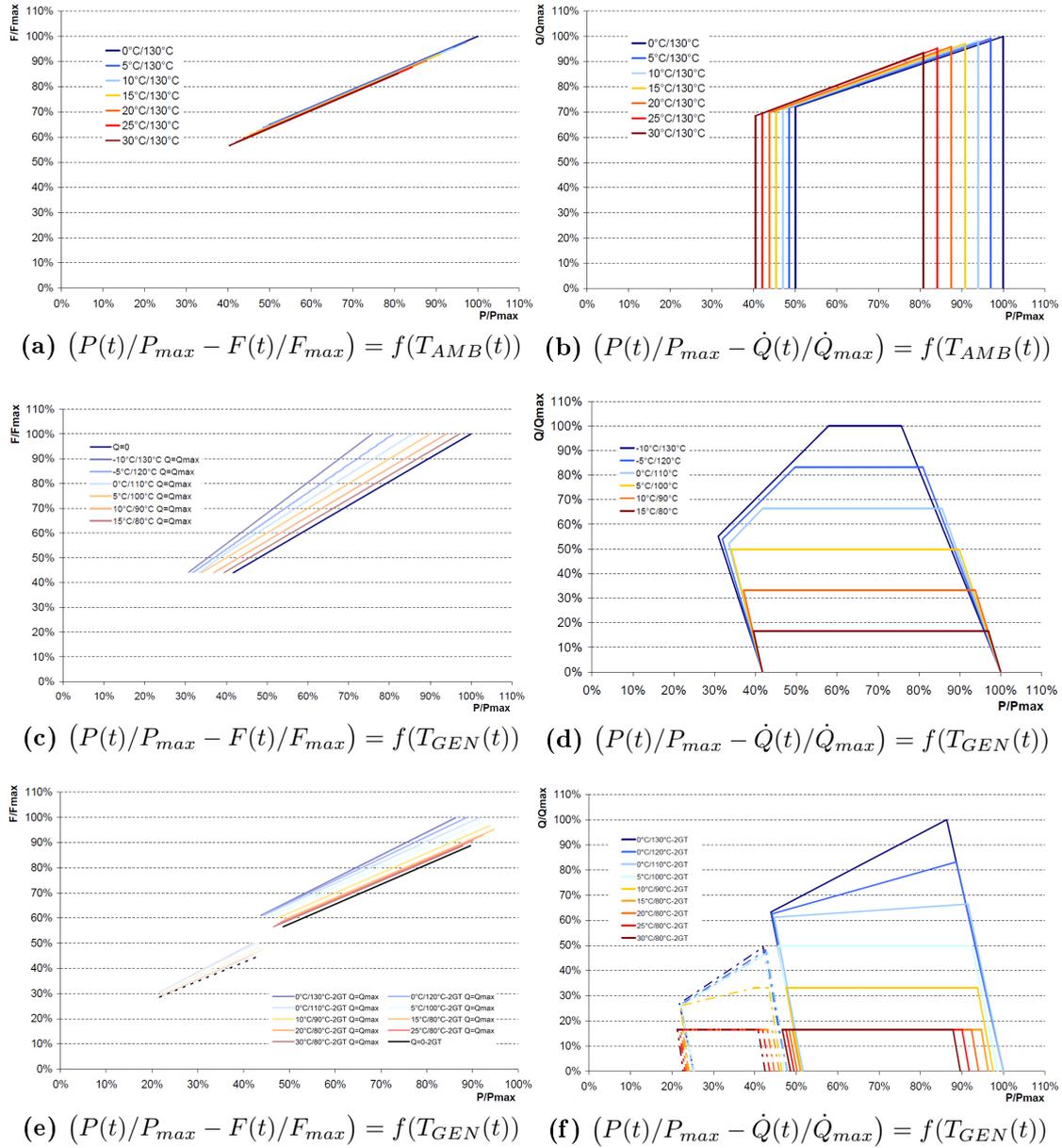


Figura 7.3: Mappe caratteristiche dei Sistemi cogenerativi: turbine a gas alimentate a gas naturale (a) e (b), a vapore alimentati a carbone (c) e (d) e a ciclo combinato alimentati a gas naturale (e) e (f)

- Per **Sistemi ST** la variabile che modifica maggiormente la forma delle mappe è la temperatura T_{GEN} alla quale il calore $\dot{Q}(t)$ viene generato (come introdotto nella Fig.2.7).

Nella Fig. 7.3 (c) è mostrata la mappa che lega le potenze elettrica $P(t)$ e termica $\dot{Q}(t)$ generate al consumo di combustibile $F(t)$ al variare della temperatura di generazione T_{GEN} . Questa funzione di tre variabili ($F(t) = f(P(t), \dot{Q}(t), T_{GEN})$) è stata graficata riportando l'andamento della relazione $P(t) - F(t)$ per $\dot{Q}(t) = 0$ (segmento in blu scuro in Fig. 7.3 (c), chiaramente uguale per tutti i valore di T_{GEN}) e per $\dot{Q}(t) = \dot{Q}_{max}$ per valori fissati di T_{GEN} . Ciascuna coppia di segmenti (segmento blu scuro per $\dot{Q}(t) = 0$ e altro segmento per $\dot{Q}(t) = \dot{Q}_{max}$) rappresentano quindi il limite inferiore e superiore della modifica della mappa ($F(t) = f(P(t), \dot{Q}(t))$) per un valore fissato di T_{GEN} .

Come visto nel paragrafo 7.2.1 il Sistema ST incluso nel Macro-Sistema di Fig. 7.1 genera due flussi di calore ($\dot{Q}_{T_1}(t)$ e $\dot{Q}_{T_2}(t)$) a due diverse temperature T_1 e T_2 ($T_1 = cost$ e $T_2 = (80 \div 130)^\circ C$). Per poter definire correttamente la mappa $F(t) - P(t) - \dot{Q}(t)$ si introduce un parametro di lettura ξ definito come il rapporto tra il calore generato a temperatura variabile $\dot{Q}_{T_2}(t)$ e il totale calore generato dal Sistema [32]:

$$\xi = \frac{\dot{Q}_{T_2}(t)}{\dot{Q}(t)} = \frac{\dot{Q}_{T_2}(t)}{\dot{Q}_{T_1}(t) + \dot{Q}_{T_2}(t)} \quad (7.4)$$

Il consumo di combustibile $F(t)$ del Sistema ST sarà quindi funzione della potenza generata $P(t)$, del potenza termica totale generate $\dot{Q}(t)$, delle temperature T_1 e T_2 alle quali questa viene generata e dal parametro ξ che definisce come la produzione termica $\dot{Q}(t)$ viene suddivisa tra $\dot{Q}_{T_1}(t)$ e $\dot{Q}_{T_2}(t)$.

La mappa caratteristica $F(t) - P(t) - \dot{Q}(t)$ che lega il consumo di combustibile del Sistema ST ai prodotti può essere così espressa, in forma analoga alla (4.18):

$$\begin{aligned} F(t) &= k_{ST,1} \cdot P(t) + k_{ST,2}(T_1, T_2, \xi) \cdot \dot{Q}(t) + k_{ST,3} \cdot \delta(t) \\ P_{min}(T_1, T_2, \xi) \cdot \delta(t) &\leq P(t) \leq P_{max}(T_1, T_2, \xi) \cdot \delta(t) \end{aligned} \quad (7.5)$$

dove $\delta(t)$ è la consueta variabile binaria che modella lo stato di accensione/spegnimento del Sistema. Si noti che $k_{ST,2}$ non è più costante ma dipende da T_1 , T_2 e $\dot{Q}_{T_1}(t)$ e $\dot{Q}_{T_2}(t)$ (tramite ξ). Inoltre, anche i limiti superiore (P_{min}) e inferiore (P_{max}) della generazione di potenza sono funzioni delle stesse variabili, essendo il calore $\dot{Q}(t) = \dot{Q}_{T_1}(t) + \dot{Q}_{T_2}(t)$ prodotto da vapore estratto in punti opportuni della turbina, il quale non contribuisce quindi alla produzione di $P(t)$. Nella Fig. 7.3 (d) è mostrato (verificando quanto anticipato nella Fig. 2.7 grazie alle simulazioni fatte) come si modifica la mappa $P(t) - \dot{Q}(t)$ al variare della T_{GEN} .

Come visto nel paragrafo 4.3.3 questa mappa è, per ogni valore di T_{GEN} , un'area che definisce tutte le coppie fattibili di generazione di $P(t)$ e $\dot{Q}(t)$. Al variare della temperatura di generazione del calore quest'area viene modificata; in particolare all'aumentare di T_{GEN} la zona di fattibilità aumenta⁴. Facendo considerazioni analoghe a quelle fatte per la modellazione della mappa $F(t) - P(t) - \dot{Q}(t)$ l'area $P(t)-\dot{Q}(t)$ fattibile può essere così espressa, in forma analoga alla (4.20):

$$\begin{aligned}
 P(t) &\leq k_{ST,4}(T_1, T_2, \xi) \cdot \dot{Q}(t) + k_{ST,5} \cdot \delta(t) \\
 \dot{Q}(t) &\leq k_{ST,6}(T_1, T_2, \xi) \\
 P(t) &\leq k_{ST,7}(T_1, T_2, \xi) \cdot \dot{Q}(t) + k_{ST,8} \cdot \delta(t) \\
 P(t) &\leq k_{ST,9}(T_1, T_2, \xi) \cdot \dot{Q}(t) + k_{ST,10} \cdot \delta(t) \\
 \dot{Q}(t) &\geq 0
 \end{aligned} \tag{7.6}$$

Dove ξ è il parametro di lettura definito nella (7.4) e gli altri simboli hanno significato analogo a quello visto sopra.

- Per **Sistemi CC** valgono le medesime considerazioni fatte per i Sistemi ST in ognuna delle due condizioni di funzionamento possibili (con una turbina a gas funzionante, e con due turbine a gas funzionanti). Quindi per questi Sistemi vengono definite due mappe caratteristiche $F(t) - P(t) - \dot{Q}(t)$ (una per ogni condizione di funzionamento) analoghe a quelle definite nella (7.5) e due mappe $P(t)-\dot{Q}(t)$ analoghe a quelle definite nella (7.6). Questo corrisponde a considerare nel modello ciascun Sistema CC come due Sistemi distinti, il primo con una sola turbina a gas (1gt) e il secondo con due (2gt). Ad ognuno di queste due configurazioni viene assegnata una variabile binaria $\delta(t)$ per poter modellare l'accensione e lo spegnimento di una o l'altra condizione di funzionamento. Ovviamente una condizione esclude l'altra, viene quindi introdotto il seguente vincolo sulle variabili binarie:

$$\delta_{1gt} + \delta_{2gt} \leq 1 \tag{7.7}$$

Dove $\delta_{1gt}(t)$ è la variabile binaria che definisce l'accensione/spegnimento della condizione con una turbina a gas in funzione e $\delta_{2gt}(t)$ è la variabile binaria che definisce l'accensione/spegnimento della condizione con entrambe le turbine a gas in funzione.

Di conseguenza le mappe caratteristiche di ciascun Sistema CC possono essere espresse come segue:

⁴da un flusso di vapore estratto a temperatura (pressione) più alta può essere estratta una quantità di calore maggiore

mappa $F(t) - P(t) - \dot{Q}(t)$

$$\begin{aligned} F_{1gt}(t) &= k_{CC_{1gt},1} \cdot P_{1gt}(t) + k_{CC_{1gt},2}(T_1, T_2, \xi) \cdot \dot{Q}_{1gt}(t) + k_{CC_{1gt},3} \cdot \delta_{1gt}(t) \\ P_{1gt,min}(T_1, T_2, \xi) \cdot \delta_{1gt}(t) &\leq P_{1gt}(t) \leq P_{1gt,max}(T_1, T_2, \xi) \cdot \delta_{1gt}(t) \end{aligned} \quad (7.8)$$

$$\begin{aligned} F_{2gt}(t) &= k_{CC_{2gt},1} \cdot P_{2gt}(t) + k_{CC_{2gt},2}(T_1, T_2, \xi) \cdot \dot{Q}_{2gt}(t) + k_{CC_{2gt},3} \cdot \delta_{2gt}(t) \\ P_{2gt,min}(T_1, T_2, \xi) \cdot \delta_{2gt}(t) &\leq P_{2gt}(t) \leq P_{2gt,max}(T_1, T_2, \xi) \cdot \delta_{2gt}(t) \end{aligned} \quad (7.9)$$

mappa $P(t) - \dot{Q}(t)$

$$\begin{aligned} P_{1gt}(t) &\leq k_{CC_{1gt},4}(T_1, T_2, \xi) \cdot \dot{Q}_{1gt}(t) + k_{CC_{1gt},5} \cdot \delta_{1gt}(t) \\ \dot{Q}_{1gt}(t) &\leq k_{CC_{1gt},6}(T_1, T_2, \xi) \\ P_{1gt}(t) &\leq k_{CC_{1gt},7}(T_1, T_2, \xi) \cdot \dot{Q}_{1gt}(t) + k_{CC_{1gt},8} \cdot \delta_{1gt}(t) \\ P(t)_{1gt} &\leq k_{CC_{1gt},9}(T_1, T_2, \xi) \cdot \dot{Q}_{1gt}(t) + k_{CC_{1gt},10} \cdot \delta_{1gt}(t) \\ \dot{Q}_{1gt}(t) &\geq 0 \end{aligned} \quad (7.10)$$

$$\begin{aligned} P_{2gt}(t) &\leq k_{CC_{2gt},4}(T_1, T_2, \xi) \cdot \dot{Q}_{2gt}(t) + k_{CC_{2gt},5} \cdot \delta_{2gt}(t) \\ \dot{Q}_{2gt}(t) &\leq k_{CC_{2gt},6}(T_1, T_2, \xi) \\ P_{2gt}(t) &\leq k_{CC_{2gt},7}(T_1, T_2, \xi) \cdot \dot{Q}_{2gt}(t) + k_{CC_{2gt},8} \cdot \delta_{2gt}(t) \\ P(t)_{2gt} &\leq k_{CC_{2gt},9}(T_1, T_2, \xi) \cdot \dot{Q}_{2gt}(t) + k_{CC_{2gt},10} \cdot \delta_{2gt}(t) \\ \dot{Q}_{2gt}(t) &\geq 0 \end{aligned} \quad (7.11)$$

Con chiaro significato dei simboli. Le due condizioni di funzionamento saranno così ottenute:

- Quando $\delta_{1gt}(t) = \delta_{2gt}(t) = 0$ il Sistema CC è spento;
- Quando $\delta_{1gt}(t) = 1$ per la (7.7) $\delta_{2gt}(t) = 0$: il Sistema CC è in funzione con una sola turbina a gas e il suo comportamento segue le mappe nel lato sinistro delle Fig. 7.3 (e) e (f), descritte rispettivamente dalle (7.8) e (7.10);
- Quando $\delta_{2gt}(t) = 1$ per la (7.7) $\delta_{1gt}(t) = 0$: il Sistema CC è in funzione con entrambe le turbina a gas e il suo comportamento segue le mappe nel lato destro delle Fig. 7.3 (e) e (f), descritte rispettivamente dalle (7.9) e (7.11).

Si noti che l'inclusione nel Macro-Sistema di Sistemi CHP che possono generare calore a diverse temperature (ST e CC) porta necessariamente alla costruzione di un *modello non lineare*. Infatti le equazioni (7.5), (7.6), (7.8), (7.10), (7.9) e (7.11) includono un prodotto tra le variabili di decisione (come si vedrà nel paragrafo 7.2.4) $\dot{Q}(t)$, $\dot{Q}_{T_1}(t)$ e $\dot{Q}_{T_2}(t)$ (tramite il parametro di lettura ξ). Questo implica che il problema di ottimizzazione del funzionamento e del progetto del Macro-Sistema in Fig. 7.1 è un problema di ottimizzazione MILNP (*Mixed-Integer Non-Linear Programming*). La programmazione MILNP richiede tempi di calcolo maggiori rispetto alla programmazione MILP, come visto nel paragrafo 3.3.4. Per questo motivo l'analisi riguarderà un anno tipo suddiviso in intervalli Δt piuttosto lunghi per diminuirne le dimensioni del problema.

Mappe caratteristiche dei Sistemi B

Le mappe dei Sistemi B per la sola produzione di energia termica vengono espresse nella seguente forma, analoga a quella definita nella (4.17):

$$\begin{aligned} F(t) &= k_{B,1} \cdot \dot{Q}_B + k_{B,2} \cdot \delta(t) \\ \dot{Q}_{min} \cdot \delta(t) &\leq \dot{Q}(t) \leq \dot{Q}_{max} \cdot \delta(t) \end{aligned} \quad (7.12)$$

Bilanci di massa e di energia

I bilanci di massa e di energia nel modello del Macro-Sistema in Fig. 7.1 definiscono tutti i collegamenti tra i Sistemi e tra i Sistemi e i nodi. Questi sono di facile definizione secondo i criteri visti nel paragrafo 2.4.

Per quanto riguarda i Sistemi di accumulo a temperatura costante (S1, S2 e S3) il bilancio di massa definito nella (4.21) viene utilizzato per determinare il livello di acqua calda al loro interno, in formula:

$$SL(t+1) = SL(t) - \Delta L(t) \quad \text{con } SL(t) \geq 0 \quad \forall t \quad (7.13)$$

Il volume di ciascun Sistema di accumulo è determinato dal massimo valore di $SL(t)$, come visto nel paragrafo 7.2.1.

Il bilancio di energia del Sistema di accumulo viene utilizzato, come visto nella (4.22), per determinare l'energia termica q_s ceduta da ciascun m^3 di acqua contenuto nella parte calda del Sistema di accumulo nel raffreddamento da T_s a T_{ret} (costanti). Questo bilancio è spesso come segue:

$$q_s = \bar{c}_s \cdot \bar{\rho} \cdot (T_s - T_{ret}) = \text{cost} \quad (7.14)$$

Dove \bar{c}_s e $\bar{\rho}$ sono, rispettivamente, i valori medi del calore specifico e della massa volumica dell'acqua tra le temperature T_s e T_{ret} .

Inserendo i dati del problema ($T_s = 110^\circ\text{C}$, $T_{ret} = 70^\circ\text{C}$) e per i corrispettivi valori medi del calore specifico e della massa volumica [34] ($\bar{c}_s = 4,2188 [kJ/kg \cdot K]$, $\bar{\rho} = 957,73 [kg/m^3]$) si ottiene:

$$q_s = 4,2188 \cdot 10^{-3} \cdot 957,73 \cdot (110 - 70) = 161,62; \left[\frac{MJ}{m^3} \right] \quad (7.15)$$

L'ultimo bilancio che si considera è il bilancio di potenza termica alla domanda che viene definito in funzione della configurazione del Macro-Sistema di Fig. 7.1.

Relazioni aggiuntive del modello

Come visto nel paragrafo 4.3.3 e nell'applicazione presentata nel Capitolo 6, per ciascun Sistema di generazione vengono considerate relazioni aggiuntive che esprimono:

- *Vincoli sul minimo tempo di operatività e inoperatività* del Sistema espressi, rispettivamente, dalle (4.27), (4.28) e (4.31) (4.32). Ogni Sistema è caratterizzato da valori differenti di Δt_{DT}^{min} e Δt_{OT}^{min} ;
- *L'identificazione e conteggio degli avviamenti* del Sistema con la relazione (4.33). Ogni Sistema è caratterizzato da valori differenti di $T1$ e $T2$;
- *Vincoli sulle massime rampe di variazione di carico* del Sistema CHP (per i Sistemi B non viene previsto nessun vincolo sulle massime rampe di variazione di carico). Questi derivano dalla (4.34) considerando un valore unico per la massima rampa di variazione di carico in tutte le condizioni operative (normale operazione e avviamenti). Si impone una massima rampa per ciascuno dei due prodotti ($P(t)$, $\dot{Q}(t)$) e, per limitare in modo proprio anche la variazione combinata di questi, si impone una massima rampa di variazione anche al consumo di combustibile ($F(t)$). I vincoli sulle massime rampe di variazione di carico sono quindi così espressi per ogni Sistema CHP:

$$\begin{aligned} P(t+1) - P(t) &\leq \Delta P_{max} \\ F(t+1) - F(t) &\leq \Delta F_{max} \\ \dot{Q}(t+1) - \dot{Q}(t) &\leq \Delta \dot{Q}_{max} \end{aligned} \quad (7.16)$$

- Condizione di periodicità del livello di ciascun Sistema di accumulo:

$$SL(0) = SL(T) \quad (7.17)$$

Equazioni di stato

L'equazioni di stato dell'acqua, riportata ad esempio in [34], viene utilizzata per calcolare i valori di \bar{c}_s e $\bar{\rho}$ necessarie per la determinazione di q_s dalla (4.22).

7.2.4 Scelta delle variabili di decisione

Le variabili di decisione del problema di ottimizzazione sono:

- Gli andamenti della produzione di energia elettrica $P(t)$ di ogni Sistema CHP;
- Gli andamenti della produzione di energia termica $\dot{Q}(t)$ dei Sistemi CC e ST e B;
- Gli andamenti della variabili $\xi(t)$ (una per ciascun Sistema ST e CC) viste nella (7.4);
- Gli andamenti della accensioni e spegnimenti dei sistemi GT e ST modellati dalle variabili binarie $\delta(t)$;
- Gli andamenti della accensioni e spegnimenti dei sistemi CC nelle due condizioni di funzionamento 1gt e 2gt modellati, rispettivamente, dalle variabili binarie $\delta_{1gt}(t)$ e $\delta_{2gt}(t)$.

Si noti che includere nella scelta della variabili di decisione le variabili $\dot{Q}(t)$ e $\xi(t)$ corrisponde a scegliere le due produzioni di energia termica $\dot{Q}_{T_1}(t)$ e $\dot{Q}_{T_2}(t)$, essendo queste due ultime variabili dipendenti dalle prime.

Per valutare correttamente l'energia elettrica e termica prodotta dai Sistemi, e il relativo consumo di combustibile, durante ogni intervallo di tempo Δt vengono introdotte le variabili $P_{av}(t)$ e $F_{av}(t)$, $\dot{Q}_{av}(t)$ come fatto nel paragrafo 4.3.2, definite come:

$$P_{av}(t) = \left| \frac{P(t) + P(t-1)}{2} \right| \quad F_{av}(t) = \left| \frac{F(t) + F(t-1)}{2} \right| \quad \dot{Q}_{av}(t) = \left| \frac{\dot{Q}(t) + \dot{Q}(t-1)}{2} \right|$$

Tutte le altre variabili sono variabili indipendenti fissate a parametro o variabili dipendenti. In particolare tra le variabili dipendenti sono comprese: la dimensione ottima V_{TOT} del Sistema di accumulo, le temperature $T_1(t)$ e $T_2(t)$ di generazione di ciascun Sistema ST e CC e la temperatura $T_D(t)$; tutte le temperature dipendono da quella ambiente $T_{AMB}(t)$ (dato del problema).

7.3 Ottimizzazione del funzionamento e del progetto del Macro-Sistema

Il periodo di ottimizzazione considerato è un anno tipo, riferendosi principalmente a dati relativi al 2009, e l'obiettivo è la valutazione della gestione ottima dei Sistemi inclusi nel Macro-Sistema di Fig. 7.1 e la valutazione dell'ottima dimensione dei Sistemi di accumulo termico S1, S2 e S3.

Il periodo di ottimizzazione viene analizzato:

- In due semestri separati suddivisi in intervalli di tempo Δt di 2 ore;
- Come intero anno suddiviso in intervalli di tempo Δt di 4 ore.

Il motivo di queste suddivisioni è legato al tempo computazionale richiesto: come visto nel paragrafo 7.2.2 la presenza del termine $\sum_{i=1}^3 a_n \cdot V_{TOT,i}$ nella funzione obiettivo (7.1) rende tale funzione non separabile. Questo implica che l'ottimizzazione non può essere semplificata con la programmazione dinamica e lo sforzo computazionale originario non può essere ridotto. Si scelgono di conseguenza intervalli Δt ampi (rispetto alle ottimizzazioni fatte nel Capitolo 6) per poter trattare periodi di ottimizzazione relativamente lunghi con tempi di calcolo ragionevoli.

Per avere un termine di paragone viene prima ottimizzato il funzionamento della configurazione del Macro-Sistema di Fig. 7.1 senza i Sistemi di accumulo in funzione dell'obiettivo definito dalla (7.1) senza il termine $\sum_{i=1}^3 a_n \cdot V_{TOT,i}$. Questa primo problema di ottimizzazione può essere risolto utilizzando la programmazione dinamica (paragrafo 3.3.3); tuttavia, per mantenere la coerenza con l'ottimizzazione del funzionamento e del progetto, questa analisi verrà condotta suddividendo il periodo di ottimizzazione nei medesimi intervalli Δt indicati sopra.

L'ottimo profitto generato nel periodo di analisi dal Macro-Sistema senza Sistemi di accumulo verrà confronta con quello generato dal Macro-Sistema con i Sistemi di accumulo (di dimensione ottima) per determinare quantitativamente la convenienza⁵ dell'installazione di tali Sistemi.

7.3.1 Dati di Input

I principali dati di input di questo problema di ottimizzazione sono:

⁵ci si aspetta che l'installazione dei Sistemi di accumulo porti un vantaggio economico, anche considerando il loro costo di installazione. La soluzione ottima per il Macro-Sistema con Sistemi di accumulo non potrebbe comunque essere peggiore di quella senza Sistemi di accumulo; infatti il processo di ottimizzazione del progetto potrebbe portare, al limite, a definire dei Sistemi di accumulo di dimensione nulla qualora la loro installazione non risultasse conveniente.

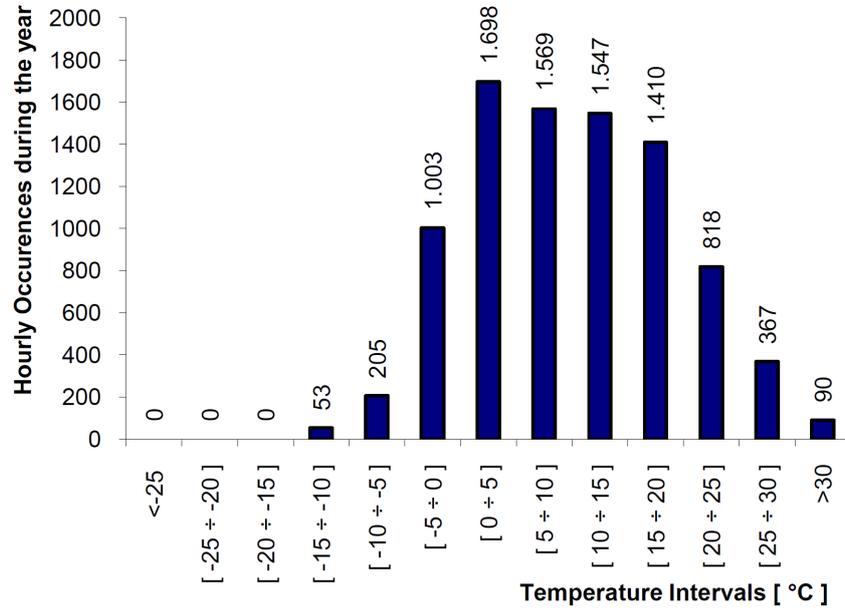


Figura 7.4: Distribuzione della temperatura ambiente media nel periodo 1999–2009 della città di Berlino [32]

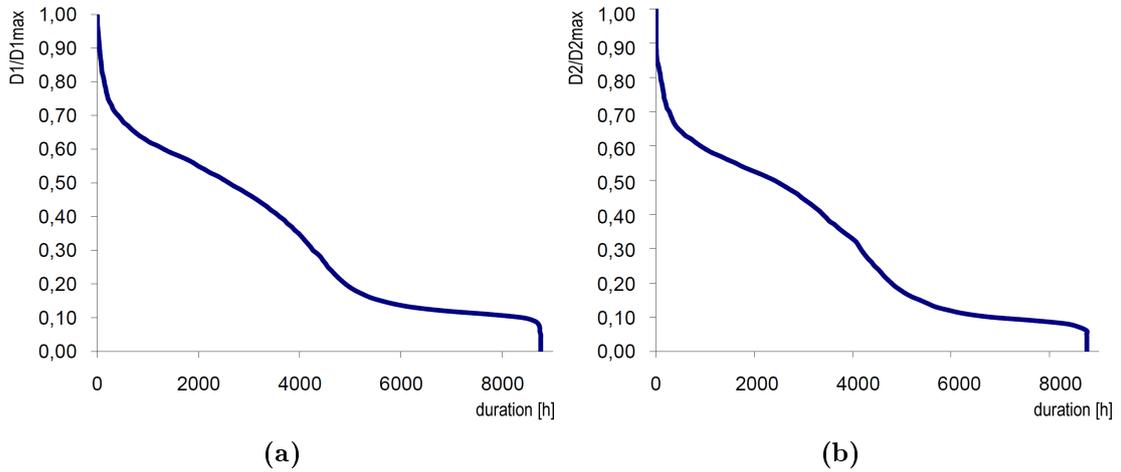


Figura 7.5: Diagramma di durata delle domande termiche normalizzate: $D1(t)$ (a) e $D2$ (b) [32]

Tabella 7.1: Parametri dei vincoli dinamici del modello MILNP

	Sistemi GT	Sistemi ST	Sistemi CC
P_{min}	$0,4 \cdot P_{max}$	$0,35 \cdot P_{max}$	$0,4 \cdot P_{max}$
$T1$	–	8 h	48 h
$T2$	–	8 h	48 h
Δt_{min}^{DT}	5 h	5 h	5 h
Δt_{min}^{OT}	5 h	5 h	5 h

Tabella 7.2: Costi degli avviamenti

	Costi specifici	Sistemi GT	Sistemi ST	Sistemi CC
C_{CD}/P_{max}	cost.add.comb. [€/MW]	35,30	56,30	17,60
	cost.add.manut. [€/MW]	4,80	10,10	10,10
C_{WD}/P_{max}	fattore corr. <i>WS</i>	0,50	0,50	-
C_{HD}/P_{max}	fattore corr. <i>HS</i>	0,30	0,30	-

Tabella 7.3: Caratteristiche nominali e massime rampe di variazione di carico dei Sistemi

Sistema	Caratteristiche nominali [MW]	ΔP_{max} [$\frac{MW}{h}$]	ΔF_{max} [$\frac{MW}{h}$]	$\Delta \dot{Q}_{max}$ [$\frac{MW}{h}$]
GT1	$P_{max} = 188,89$ $F_{max} = 517,45$ $\dot{Q}_{max} = 258,82$	600	200	260
GT2	$P_{max} = 46,74$ $F_{max} = 124,88$ $\dot{Q}_{max} = 65,95$	150	70	70
GT3	$P_{max} = 50,26$ $F_{max} = 126,68$ $\dot{Q}_{max} = 53,58$	150	70	70
CC1 e CC2	$P_{max} = 214,07$ $F_{max} = 403,50$ $\dot{Q}_{max} = 126,54$	80	200	200
ST	$P_{max} = 324,63$ $F_{max} = 324,63$ $\dot{Q}_{max} = 324,63$	150	300	300

Tabella 7.4: Andamenti mensili del costo dei combustibili nel 2009 e media annuale

	Gas naturale	Carbone
	$c_{f,gas}$ [$\frac{\text{€}}{MWh}$]	$c_{f,gas}$ [$\frac{\text{€}}{MWh}$]
Gennaio	36,3588	15,7168
Febbraio	36,0882	14,6139
Marzo	35,8422	12,6558
Aprile	32,2506	13,1068
Maggio	32,0784	12,8294
Giugno	31,9308	11,7890
Luglio	30,7254	11,5156
Agosto	30,4056	11,5856
Settembre	30,2580	10,9980
ottobre	29,2740	10,0513
Novembre	29,1756	10,0641
Dicembre	28,8804	9,9849
Media annua 2009	31,9390	12,0426

Tabella 7.5: Costi di emissione della CO_2

	Costo specifico di emissione $c_{CO_2}^*$	Emissioni specifiche α
	[$\frac{\text{€}}{t}$]	[$\frac{t}{MWh}$]
Gas naturale	13	0,34
Carbone	13	0,20

Tabella 7.6: Costi di installazione di Sistemi di accumulo

	Volume	Costo specifico	Costo specifico
	V_{TOT} [m^3]	$\frac{C_i}{V_{TOT} \cdot q_{s,max}}$ [$\frac{\text{€}}{GJ}$]	$\frac{C_i}{V_{TOT}}$ [$\frac{\text{€}}{m^3}$]
Applicazione 1	$20 \cdot 10^3$	670,00	112,18
Applicazione 2	$73 \cdot 10^3$	400,00	66,97
Applicazione 3	$6,33 \cdot 10^3$	750,00	125,00
Applicazione 4	$20 \cdot 10^3$	1075,00	180,00
Costo medio		723,75	121,04

- L'andamento annuale medio nel periodo 1999–2009 della temperatura ambiente $T_{AMB}(t)$, mostrato nel diagramma di distribuzione per intervalli di temperatura in Fig. 7.4;
- L'andamento del prezzo dell'energia elettrica $p_e(t)$ nel 2009 relativo al mercato elettrico tedesco (EEX⁶) [32];
- Gli andamenti delle domande termiche $D1(t)$ e $D2(t)$ nel 2009 relativi alla rete di teleriscaldamento di Berlino (Vattenfall Europe⁷) [32] riportati nei diagrammi di durata normalizzati in Fig. 7.5;
- I dati associati al comportamento dinamico dei Sistemi (P_{min} , $T1$, $T2$, Δt_{DT}^{min} e Δt_{OT}^{min}) [90, 91], essi sono riportati in Tab. 7.1. Si noti che per i Sistemi GT viene considerato un solo tipo di avviamento;
- I costi degli avviamenti [90], essi sono riportati in Tab. 7.2. I costi degli avviamenti tiepidi (C_{WS}) e caldi (C_{HS}) sono ottenuti moltiplicando il costo dell'avviamento freddo (C_{CS}) per il relativo fattore indicato in Tab. 7.2. Si noti che il costo per ogni avviamento viene suddiviso, come visto nel paragrafo 4.3.2, in una componente relativa al consumo addizionale di combustibile e in una relativa ai costi di manutenzione variabili ($c_{v,i}$ nella (4.14));
- Le caratteristiche nominali (P_{max} , F_{max} , \dot{Q}_{max}) e le massime rampe di variazione di carico (ΔP_{max} , ΔF_{max} , $\Delta \dot{Q}_{max}$) dei Sistemi [98–100], esse sono riportate in Tab. 7.3;
- I costi specifici c_f dei combustibili (gas naturale e carbone) considerati costanti nell'anno tipo e calcolati come media dei costi mensili relativi al 2009 [92, 101, 102], i costi mensili e la media annua sono riportati in Tab. 7.4;
- Il costo specifico delle emissioni di CO_2 ($c_{CO_2}^*$) nel 2009 e le emissioni di CO_2 per unità di energia introdotta con il combustibile ($alpha$), essi sono riportati in Tab. 7.5;
- I costi di investimento C_S specifici per l'acquisto e l'installazione dei Sistemi di accumulo; essi sono ricavati come media tra diverse applicazioni reali [97], i C_S delle applicazioni e il C_S medio, specifici rispetto all'energia massima contenuta nel Sistema di accumulo ($C_i/(V_{TOT} \cdot q_{s,max})$) e rispetto al suo volume (C_i/V_{TOT}), sono riportati in Tab. 7.6. Noto il costo specifico C_i/V_{TOT} del serbatoio è possibile calcolare dalla (4.2) il costo di ammortamento annuo specifico $a_{n,S}$ dei Sistemi di accumulo presente nella funzione obiettivo (7.1):

⁶EEX European Energy Exchanger AG, Augustusplatz 9, 04103 Leipzig, Germany.

⁷Vattenfall Europe Wärme AG & Co. KG, Puschkinellee 52, 12435 Berlin, Germany.

$$a_{n,S} = \frac{C_i}{V_{TOT}} \frac{I + (I + 1)^n}{(I + 1)^n - 1} = 14,22 \frac{\text{€}}{m^3 \cdot \text{anno}} \quad (7.18)$$

dove si è assunto un vapore per il tasso periodico di interesse I pari a 10% per n anni pari a 20.

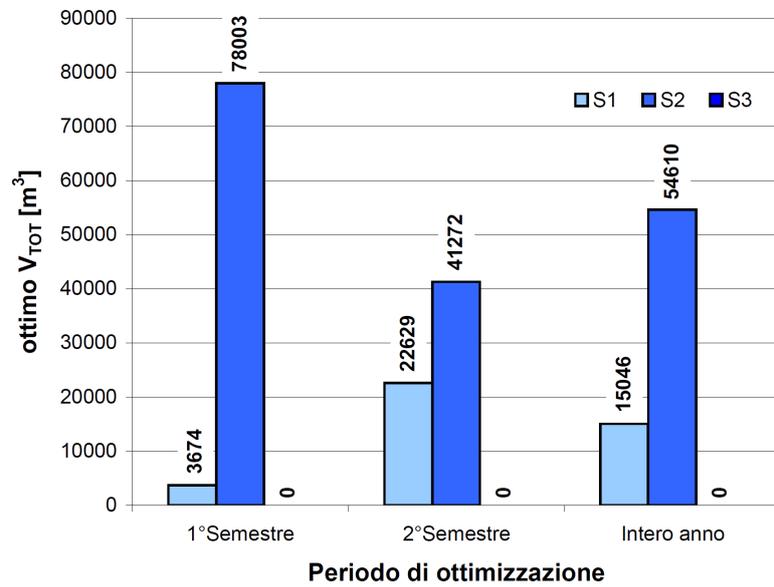
7.3.2 Risultati dell'ottimizzazione

Verranno mostrati i principali risultati dell'ottimizzazione con l'obiettivo di dimostrare quanto detto nei paragrafi 7.1 e 7.2.2 circa l'*impatto economico, termoeconomico e computazionale* dell'inserimento di un Sistema di accumulo di dimensione non fissata all'interno di un Macro-Sistema. In Fig. 7.6 (a) sono riportate le dimensioni ottime dei tre sistemi di accumulo ottenute dalla massimizzazione della funzione obiettivo (7.1) nel primo e nel secondo semestre dell'anno tipo, suddivisi in Δt di due ore, e nell'intero anno tipo suddiviso in Δt di quattro ore.

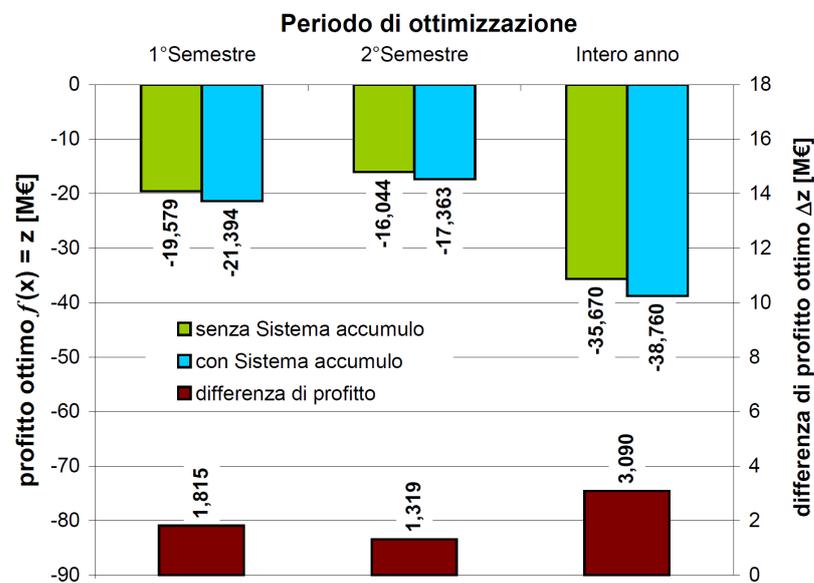
In tutti e tre i periodi di ottimizzazione si è ottenuto che il Sistema di accumulo S2, servito da GT1 e ST, ha la dimensione ottima maggiore. Inoltre, l'ottimizzazione ha mostrato che non vi è convenienza nell'inserimento del Sistema di accumulo S3, il quale è servito da due Sistemi GT.

Le dimensioni ottime di S1 e S2 non coincidono nell'ottimizzazione dei due semestri separati, risultato piuttosto ovvio; tuttavia si noti che considerando l'intero anno le dimensioni ottime di S1 e S2 non coincidono con le massime dimensioni ottime nei due semestri (ottenute nel secondo semestre per S1 e nel primo semestre per S2). Questo importante risultato dimostra quanto detto nel paragrafo 7.2.2: la funzione obiettivo (7.1) non è separabile e non può essere applicata la programmazione dinamica senza incorrere in errori di valutazione. Infatti la dimensione ottima per l'intero periodo di analisi ($V_{S1}^* = 15046 [m^3]$ e $V_{S2}^* = 54610 [m^3]$) non corrisponde alla combinazione delle dimensioni ottime massima ottenute nei due periodi il periodo è stato suddiviso ($V_{S1}^* = 22629 [m^3]$ e $V_{S2}^* = 54610 [m^3]$).

In Fig. 7.6 (b) sono riportati i valori ottimi della funzione obiettivo profitto (7.1) sia nel caso senza Sistema di accumulo, sia nel caso con Sistema di accumulo. E' inoltre riportata la differenza Δz tra i due casi. Come visto nel Capitolo 5, anche in questa analisi i proventi della vendita dell'energia termica, esclusi dalla funzione obiettivo in quanto termini costanti, sono necessari per ottenere un profitto. Infatti, in entrambi i casi e per tutti i periodi di tempo il valore ottimo della (7.1) è negativo. I risultati di Fig. 7.6 (b) dimostrano l'effetto economico positivo previsto nel paragrafo 7.1: i profitti aumentano in tutti e tre i periodi di analisi grazie all'inclusione di S1 e S2. In particolare si noti che la somma dei Δz ottenuti nei due semestri è molto simile al Δz ottenuto nell'intero anno ($1,815 + 1,319 = 3,134 M\text{€} \approx 3,090 M\text{€}$) a



(a)



(b)

Figura 7.6: Risultati dell'ottimizzazione: dimensione ottima del Sistema di accumulo S1, S2 e S3 (a), profitto ottimo con e senza Sistema di accumulo, e differenza tra questi ultimi [32]

discaito di dimensioni ottime di S1 e S2 molto diverse nei tre casi. Questo dimostra che il costo dei Sistemi di accumulo (termine $\sum_{i=1}^3 a_n \cdot V_{TOT,i}$ nella (7.1)) non influisce in modo significativo sul valore ottimo della funzione obiettivo; esso potrebbe quindi essere trascurato in un primo sottoproblema di ottimizzazione. Questa operazione avrebbe un impatto molto forte sulla natura del problema di ottimizzazione, infatti la funzione obiettivo (7.1) risulterebbe separabile e il problema di ottimizzazione dinamico potrebbe essere risolto con la programmazione dinamica, riducendo notevolmente lo sforzo computazionale.

Quanto appena descritto è l'applicazione dell'approccio TSO-STO [69], visto nel Capitolo 5, a un problema di ottimizzazione dinamico con vincoli sulle massime rampe di variazioni di carico. Tale problema viene così decomposto in due sottoproblemi e la programmazione dinamica può essere utilizzata per la risoluzione del primo. Questa decomposizione, combinata con la programmazione dinamica, permetterebbe di ridurre significativamente lo sforzo computazionale per risolvere il problema visto.

In Tab. 7.7 sono riportate le quantità ottima di energia elettrica generata da ciascun Sistemi CHP nell'intero anno tipo, per il caso senza Sistema di accumulo e quello con Sistema di accumulo. Si noti che la maggior parte della generazione elettrica è affidata al sistema ST, in quanto esso è alimentato da combustibile a costo inferiore (carbone) rispetto a tutti gli altri Sistemi. Tuttavia, l'inserimento del Sistema di accumulo porta ad una riduzione della generazione di ST, favoreggiando invece le produzioni di tutti i Sistemi CHP alimentati a gas naturale. Questo fatto è legato a due fattori:

1. I Sistemi GT hanno una flessibilità di funzionamento molto maggiore rispetto agli altri (massime rampe di variazioni di carico molto più ampie, confronto con Tab. 7.3). Questo permette loro di seguire il prezzo di vendita dell'energia elettrica in modo più rapido; la produzione in picchi di prezzo sarà quindi affidata a questi Sistemi;
2. I Sistemi CC sono caratterizzati da un'efficienza maggiore rispetto agli altri. Questo porta l'ottimizzazione a favorire la produzione di energia elettrica di questi Sistemi quando il prezzo di vendita è alto. Nel caso senza Sistema di accumulo questo non era possibile perché la domanda di energia termica doveva essere soddisfatta istantaneamente indipendentemente dal prezzo dell'energia elettrica. Questa considerazione verifica il vantaggio termoeconomico introdotto nel paragrafo 7.1 in quanto il rendimento medio di generazione aumenta grazie all'utilizzo maggiore di Sistemi più efficienti.

Si noti inoltre che la produzione elettrica, grazie alla presenza del Sistema di accumulo, viene aumentata del 2,16%.

Tabella 7.7: Generazione di energia elettrica ottima nel caso senza Sistema di accumulo e nel caso con Sistema di accumulo

	Con Sistema di accumulo		Senza Sistema di accumulo		$\Delta\%$
	Produzione	Produzione	Produzione	Produzione	
	[GWh]	%	[GWh]	%	
GT1	472,738	17,36%	496,149	17,83%	+4,95%
GT2	64,938	2,48%	104,378	3,75%	+60,73%
GT3	29,290	1,08%	52,487	1,89%	+79,20%
ST	2044,824	75,08%	1985,297	71,35%	-2,91%
CC1+CC2	111,810	4,11%	144,155	5,18%	+28,93%
Total	2723,603	100,00%	2782,467	100,00%	+ 2,16%

In Tab.7.8 sono riportate le quantità ottimali di energia termica generata da ciascun Sistemi CHP e B nell'intero anno tipo, per il caso senza Sistema di accumulo e quello con Sistema di accumulo. Il dato più importante che si deduce dall'analisi di questi risultati è la forte diminuzione (-43,90%) della produzione di energia termica da parte dei Sistemi B grazie alla presenza del Sistema di accumulo. Questo è dovuto al fatto che i Sistemi B sono stati introdotti nel Macro-Sistema di Fig. 7.1 per svincolare la produzione dei Sistemi CHP dalla domanda. Tale flessibilità comporta però un utilizzo dell'energia chimica del combustibile con efficienza exergetica bassa, in quanto essa viene sfruttata per produrre calore a temperatura relativamente bassa. Questa energia chimica, infatti, potrebbe essere utilizzata più efficientemente per produrre energia elettrica prima e calore poi (concetto dell'utilizzo dell'energia "in cascata" nei Sistemi CHP). Con l'inclusione di S1 e S2 viene inserito un secondo elemento che svincola la produzione dalla domanda. L'ottimizzazione ha chiaramente spinto a utilizzare questo secondo modo aumentando la produzione termica nei Sistemi CHP e diminuendo quella nei Sistemi B. Tuttavia questi ultimi rimangono necessari in quanto il calore viene richiesto, in determinati periodi dell'anno, a una temperatura maggiore alla temperatura dei Sistemi di accumulo. Si noti infine che la produzione termica dei Sistemi CC è aumentata quasi di due volte e mezzo, per considerazioni analoghe a quelle fatte circa l'aumento di produzione elettrica di questi Sistemi.

Tabella 7.8: Generazione di energia termica ottima nel caso senza Sistema di accumulo e nel caso con Sistema di accumulo

$D1_{TOT}$	1163,956	[MWh]			
$D2_{TOT}$	1352,440	[MWh]			
$D1_{TOT} + D2_{TOT}$	2516,396	[MWh]			
	Con Sistema di accumulo		Senza Sistema di accumulo		$\Delta\%$
	Produzione	Produzione	Produzione	Produzione	
	[GWh]	%	[GWh]	%	
GT1	696,547	27,68%	712,877	28,33%	+2,34%
GT2	96,109	3,82%	150,784	5,99%	+56,89%
GT3	30,246	1,20%	54,344	2,16%	+79,67%
ST	1299,863	51,66%	1323,473	52,59%	+1,82%
CC1+CC2	19,010	0,76%	64,769	2,57%	+240,71%
B1+B2+B3	347,618	14,89%	210,146	8,35%	-43,90%
Total	2516,396	100,00%	2516,396	100,00%	+ 0%

7.4 Conclusioni

In questo Capitolo si è trattato il problema di ottimizzazione dinamica del progetto e del funzionamento di un Macro-Sistemi per la generazione combinata di energia elettrica e termica che serve una rete di teleriscaldamento di vaste dimensioni e che è inserito nel mercato elettrico libero tedesco. L'ottimizzazione del progetto ha riguardato l'installazione di un Sistema di accumulo termico e l'obiettivo è stato la massimizzazione del profitto.

Dall'analisi è emerso che l'inserimento del Sistemi di accumulo termico ha avuto quattro effetti:

1. Il primo è **energetico**: il Sistema di accumulo ha permesso di gestire i Sistemi CHP in modo indipendente dalla richiesta termica, entro i limiti derivati dell'ottima dimensione del Sistema di accumulo stesso;
2. Il secondo è **economica**: è stato possibile gestire i carichi dei Sistemi CHP in modo da seguire il prezzo dell'energia elettrica, massimizzando la loro produzione nei periodi di prezzi alti e mantenendo i Sistemi spenti nei periodi di prezzi bassi. Si è ottenuto un aumento del profitto di circa il 9% nell'anno tipo, considerando anche il costo di installazione del Sistema di accumulo;

3. Il terzo è **termodinamico**: la produzione da Sistemi CHP meno efficienti (Sistemi a vapore) è stata ridotta a vantaggio della produzione da Sistemi più efficienti (Sistemi a ciclo combinato) con un conseguente aumento dell'efficienza media di generazione. Inoltre si è risotto notevolmente l'uso di Sistemi per la sola produzione di energia termica (caldaie) a vantaggio della produzione dei Sistemi CHP. Questo corrisponde a un più coerente utilizzo dell'energia chimica contenuta nel combustibile;
4. Il quarto è **computazionale**: la presenza nella funzione obiettivo del costo del Sistema di accumulo di dimensioni non note ha comportato l'impossibilità di applicare la programmazione dinamica. Infatti, l'ottimizzazione sia nell'intero anno tipo sia nel medesimo anno suddiviso in due semestri, ha mostrato che la prima soluzione non è derivabile dalla somma delle soluzioni dei due sotto-periodi. Tuttavia il valore ottimo della funzione obiettivo ottenuto nell'intero anno non differisce di molto (meno dell'1%) dalla somma dei corrispondenti valori ottenuti nell'ottimizzazione nei due semestri, nonostante la grande differenza (fino a più del 40%) tra i valori ottimi delle dimensioni del Sistema di accumulo. Questo comporta che il costo del Sistema di accumulo non influenza significativamente la funzione obiettivo. Il problema di ottimizzazione dinamica visto in questo Capitolo potrebbe quindi essere semplificato con l'approccio TSO-STO (Capitolo 5).

Inolte le simulazioni di modelli dettagliati di Sistemi CHP basati su turbine a gas, cicli a vapore e cicli combinati hanno mostrato che il comportamento di questi Sistemi può essere ben rappresentato da mappe caratteristiche lineari a variabili intere.

Parte IV
Conclusioni

Conclusioni

In questa tesi è stato analizzato il problema dell'ottimizzazione dinamica del progetto e del funzionamento di Macro-Sistemi energetici. Questo problema rientra nel problema generale della modellazione e ottimizzazione di sistemi.

I sistemi energetici sono stati suddivisi in tre categorie (Componente, Sistema e Macro-Sistema) in funzione delle maggiori o minori "dimensioni", cui corrisponde un minore o maggiore grado di dettaglio nella descrizione del sistema stesso. Dallo studio dei principi fondamentali della modellazione e ottimizzazione è stato identificato un approccio comune per la formulazione del problema di ottimizzazione ai diversi gradi di dettaglio. Questo approccio consiste nella:

- **Identificazione del problema:** una chiara definizione del problema è un requisito fondamentale per la risoluzione di qualunque problema di ottimizzazione in quanto è necessario conoscerne l'oggetto, gli obiettivi e la natura per poter scegliere la strategia di ottimizzazione più adatta e per poter apportare le opportune semplificazioni. Una definizione superficiale del problema potrebbe portare non solo a risultati errati, ma anche a un eccessivo e inutile sforzo computazionale rispetto alla natura del problema stesso. Per questo motivo prima di utilizzare gli strumenti di calcolo è fondamentale utilizzare gli "strumenti di analisi" di cui si dispone, in modo da risolvere il problema con lo sforzo minore possibile a parità di accuratezza del risultato.
- **Definizione chiara dei confini del sistema:** includere all'interno del sistema tutte e sole le unità che influenzano in modo significativo il suo comportamento permette di formulare problemi di ottimizzazione semplici. Risulta quindi proficuo soffermarsi sulle interrelazioni tra le varie unità del sistema prima di impostare il problema di ottimizzazione, in modo da non considerare elementi che non influenzano significativamente il problema stesso.
- **Definizione degli obiettivi dell'ottimizzazione:** nel campo dei sistemi energetici gli obiettivi sono usualmente rappresentati da funzioni obiettivo termodinamiche, economiche, e ambientali. È opportuno eseguire una valutazione preliminare dei contributi di ciascun elemento incluso nella funzio-

ne obiettivo, in modo da poter applicare la tecnica di semplificazione più idonea. Si è visto infatti che l'esclusione dalla funzione obiettivo di contributi poco significativi permette di semplificare notevolmente i problemi di ottimizzazione.

- **Scelta delle variabili di decisione in funzione della natura del problema di ottimizzazione** (progetto o funzionamento): per ridurre al minimo lo sforzo computazionale è utile lasciare "libere" solo le variabili che influenzano in modo significativo il progetto o il funzionamento del sistema. Analizzando il problema prima di impostare l'ottimizzazione è possibile definire quali tra queste variabili possano effettivamente variare e quali, invece, siano fissate da considerazioni ingegneristiche o dall'esperienza. Senza questa distinzione si può complicare inutilmente il problema e/o ottenere soluzioni non realistiche.
- **Costruzione del modello del sistema**: il modo più economico per analizzare un sistema consiste nel costruire una rappresentazione matematica del suo comportamento. La conoscenza della termodinamica dei processi e l'esperienza del progettista sono requisiti fondamentali per la costruzione di un buon modello. La suddivisione in categorie (Componente, Sistema e Macro-Sistema) ha permesso di definire il grado di dettaglio e l'accuratezza del modello adeguati a rappresentare il sistema. In particolare, le unità del sistema possono essere sostituite da relazioni matematiche (mappe caratteristiche), demandando l'analisi di ogni singolo dettaglio dell'unità alla valutazione di queste relazioni. In questo modo la risoluzione del modello del sistema risulta più economica e agevole. Inoltre, la semplificazione di queste relazioni, come ad esempio la loro linearizzazione, può portare a una riduzione della complessità e dei costi del problema di ottimizzazione.

Acquisiti questi concetti lo studio è stato concentrato sull'analisi dei Macro-Sistemi energetici. Si è visto che i modelli di ottimizzazione basati su programmazione mista lineare intera (MILP) sono adeguati alla rappresentazione di Macro-Sistemi in quanto permettono di considerare l'inclusione/esclusione o l'accensione/spengimento delle unità in modo semplice. Inoltre, simulazioni di modelli dettagliati del funzionamento di singoli impianti di potenza e cogenerativi hanno mostrato come il comportamento di fuori progetto possa essere spesso ben approssimabile con mappe caratteristiche lineari. La linearizzazione di tutte le relazioni del modello di ottimizzazione consente di ridurre, sfruttando algoritmi adeguati, i tempi e i costi computazionali permettendo di risolvere problemi complessi che spesso non potrebbero essere risolti con modelli non semplificati. Questo approccio di modellazione permette di analizzare in modo semplice e accurato Macro-Sistemi composti da numerosi impianti di conversione dell'energia, anche di tipo molto diverso.

In questa tesi sono stati dapprima considerati Macro-Sistemi per la generazione di energia elettrica inseriti in un contesto di mercato libero dell'energia. Per ottenere soluzioni realistiche sono stati introdotti vincoli sulla massima velocità di variazione del carico dei singoli impianti; il problema di ottimizzazione così vincolato è un problema dinamico. L'ottimizzazione dinamica richiede uno sforzo computazionale molto elevato se risolta come normale problema di ottimizzazione. L'utilizzo di una tecnica di scomposizione di problemi di ottimizzazione dinamica, denominata "programmazione dinamica", ha permesso di risolvere il problema in modo semplice, economico e senza perdite di accuratezza della soluzione.

Un'altra applicazione ha riguardato i Macro-Sistemi per la generazione combinata di energia elettrica e termica in cui è stato posto un vincolo sulla domanda di energia termica. Si è valutato l'inserimento di serbatoi di accumulo termico, all'interno del Macro-Sistema, di dimensione da definire tramite il processo di ottimizzazione. La presenza dei serbatoi ha avuto principalmente due effetti sul problema di ottimizzazione: il primo, di tipo energetico, è stato quello di svincolare la produzione di energia dalla domanda; il secondo, di tipo computazionale, è stato quello di rendere il problema dinamico non semplificabile con l'utilizzo della programmazione dinamica. Questo ha richiesto l'introduzione di semplificazioni per la risoluzione del problema, tra le quali l'assunzione di una temperatura costante nei serbatoi.

Dallo studio di quest'ultimo problema è stato proposto un approccio originale, chiamato TSO-STO (*Two-Step Optimization of STORAGE*), che permette di suddividere il problema di ottimizzazione dinamica in due sottoproblemi più semplici (non dinamici o risolvibili con la programmazione dinamica). In questo modo è possibile analizzare problemi di ottimizzazione di Macro-Sistemi complessi in presenza di numerosi vincoli sulla produzione, di mercato e sulla disponibilità di fonti di energia primaria.

La conoscenza degli strumenti di modellazione e ottimizzazione, delle tecniche di semplificazione e della termodinamica dei processi permette quindi di analizzare configurazioni di sistemi che sono più complessi e più efficienti grazie a una forte integrazione interna. Queste configurazioni potrebbero essere difficilmente individuate e valutate con la sola esperienza o con strumenti inadeguati, anche se la competenza del progettista e una corretta definizione dei problemi sono sempre presupposto fondamentale per l'utilizzo di strumenti di analisi avanzati, che da soli non possono certo rappresentare "la soluzione". In questo modo è possibile affrontare con efficacia le problematiche legate a un mondo in evoluzione, dove i consumi energetici sono in continuo aumento, la disponibilità di fonti di energia fossile è decrescente, le "nuove" fonti di energia hanno disponibilità variabile nel tempo e vi è la necessità di preservare gli equilibri dell'ambiente naturale.

Sviluppi futuri

In questa tesi si sono considerate applicazioni del problema di ottimizzazione del progetto e del funzionamento di Macro-Sistemi composti da impianti tradizionali. Inoltre, sono stati considerati vincoli di mercato e domande di energia variabili nel tempo, senza porre limitazioni alle fonti primarie.

La metodologia di modellazione e ottimizzazione vista, combinata con gli approcci di semplificazione MILP, TSO-STO e con la programmazione dinamica, permettono tuttavia di trattare in modo ugualmente semplice ed efficace anche problemi di ottimizzazione di Macro-Sistemi che includono impianti di generazione di qualunque tipo (es. impianti alimentati da fonti rinnovabili, impianti di gassificazione di combustibili poveri integrati a sistemi di potenza, impianti per la produzione di biocombustibili, ecc.). Inoltre, è possibile considerare anche variazioni nel tempo della disponibilità delle fonti di energia primaria (fonti rinnovabili) e, analogamente a quanto fatto lato domanda, valutare l'inserimento di serbatoi di accumulo di energia primaria che permettano di dare maggiore flessibilità al Macro-Sistema.

Nelle applicazioni considerate sono stati utilizzati dati storici di prezzi, costi e richieste di energia, assumendo che questi possano essere anche rappresentativi del futuro prossimo. Nella realtà, invece, vi può essere incertezza più o meno grande sugli andamenti della domanda e dei prezzi. Questa incertezza è legata all'evoluzione del mercato e delle utenze, e all'approvvigionamento di energia primaria. Nei problemi di ottimizzazione di sistemi energetici risulta quindi opportuno introdurre degli strumenti che possano gestire in modo adeguato e semplice queste incertezze, il cui peso può essere più importante proprio a livello di Macro-Sistema. In futuro, quindi, l'attività di ricerca sull'ottimizzazione del progetto e del funzionamento di Macro-Sistemi verrà integrata con strumenti di programmazione stocastica al fine di valutare non la soluzione ottima ma la soluzione che ha una maggior probabilità di essere ottima.

Appendice A

Modelli Epsilon[®] di off-design di
Sistemi rappresentativi del sistema
elettrico tedesco

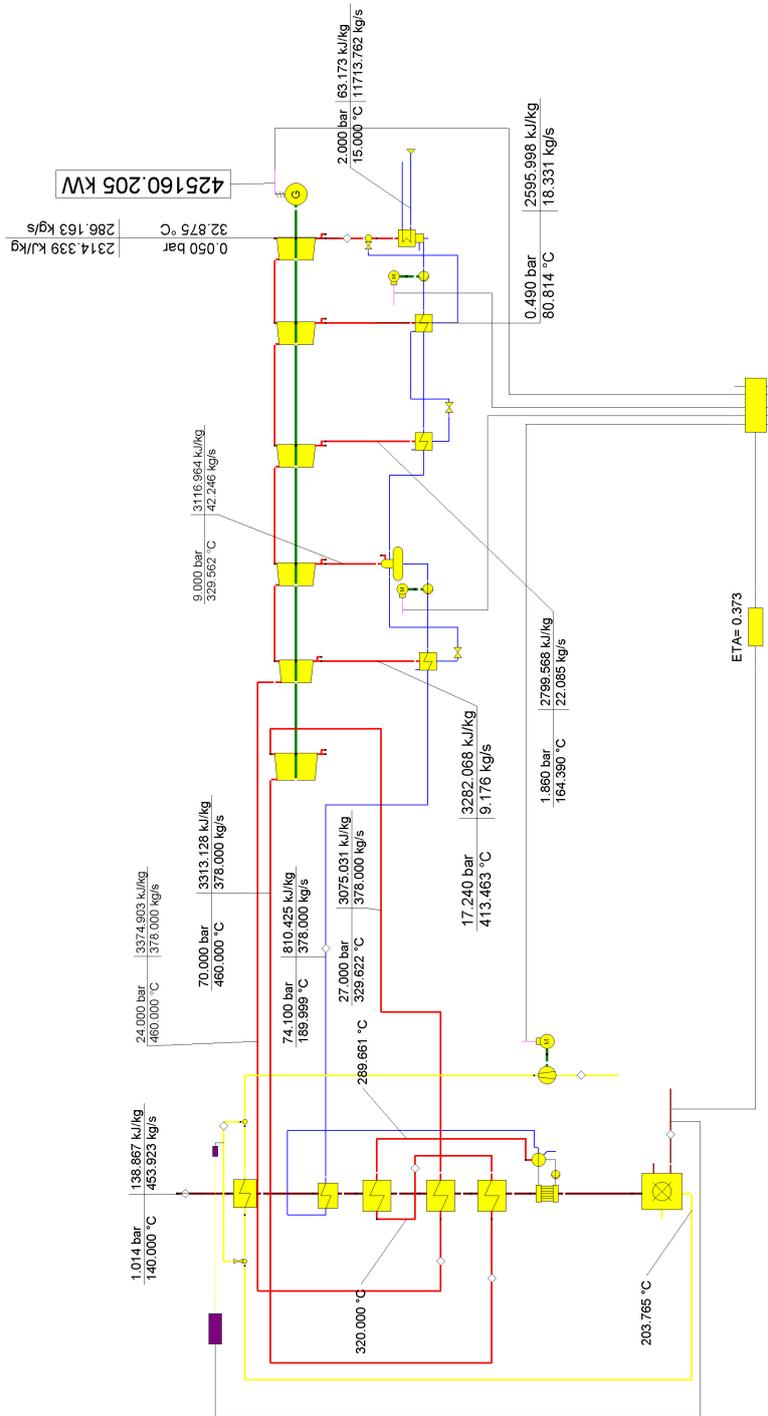


Figura A.1: Modello del Sistema a vapore supercritico STLC

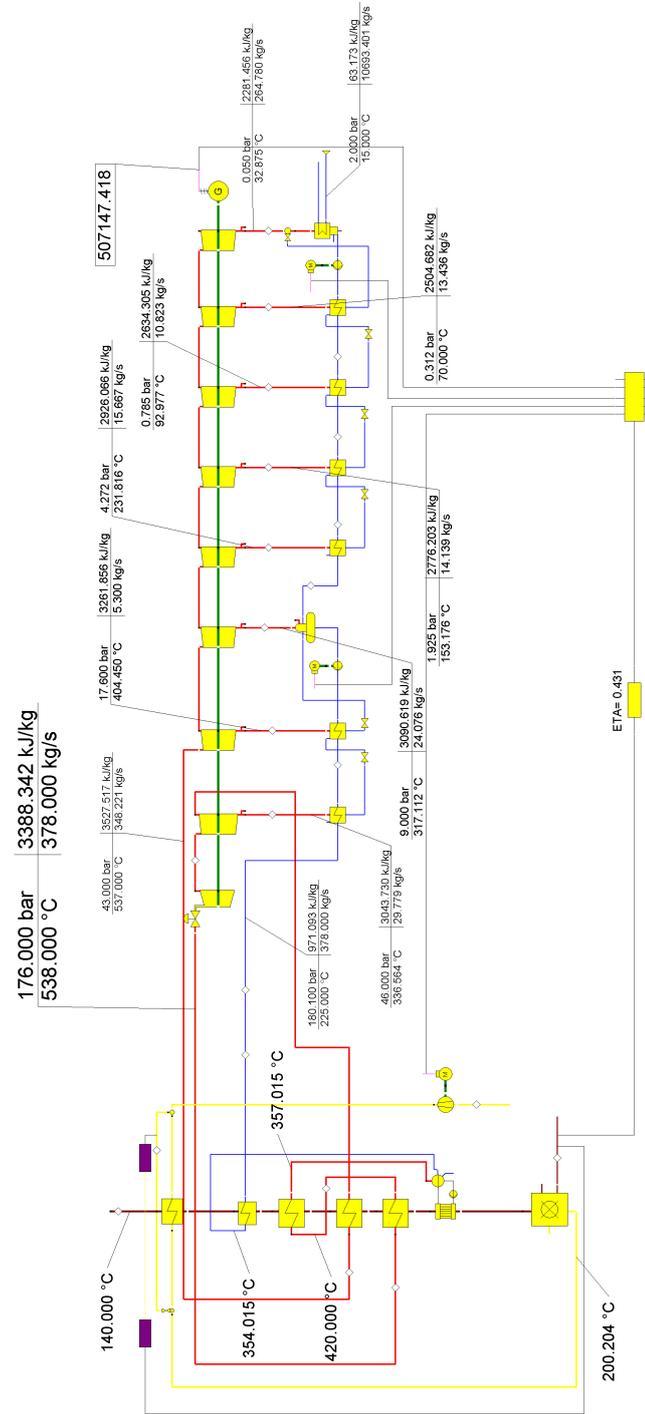


Figura A.2: Modelo del Sistema a vapor subcritico STHC

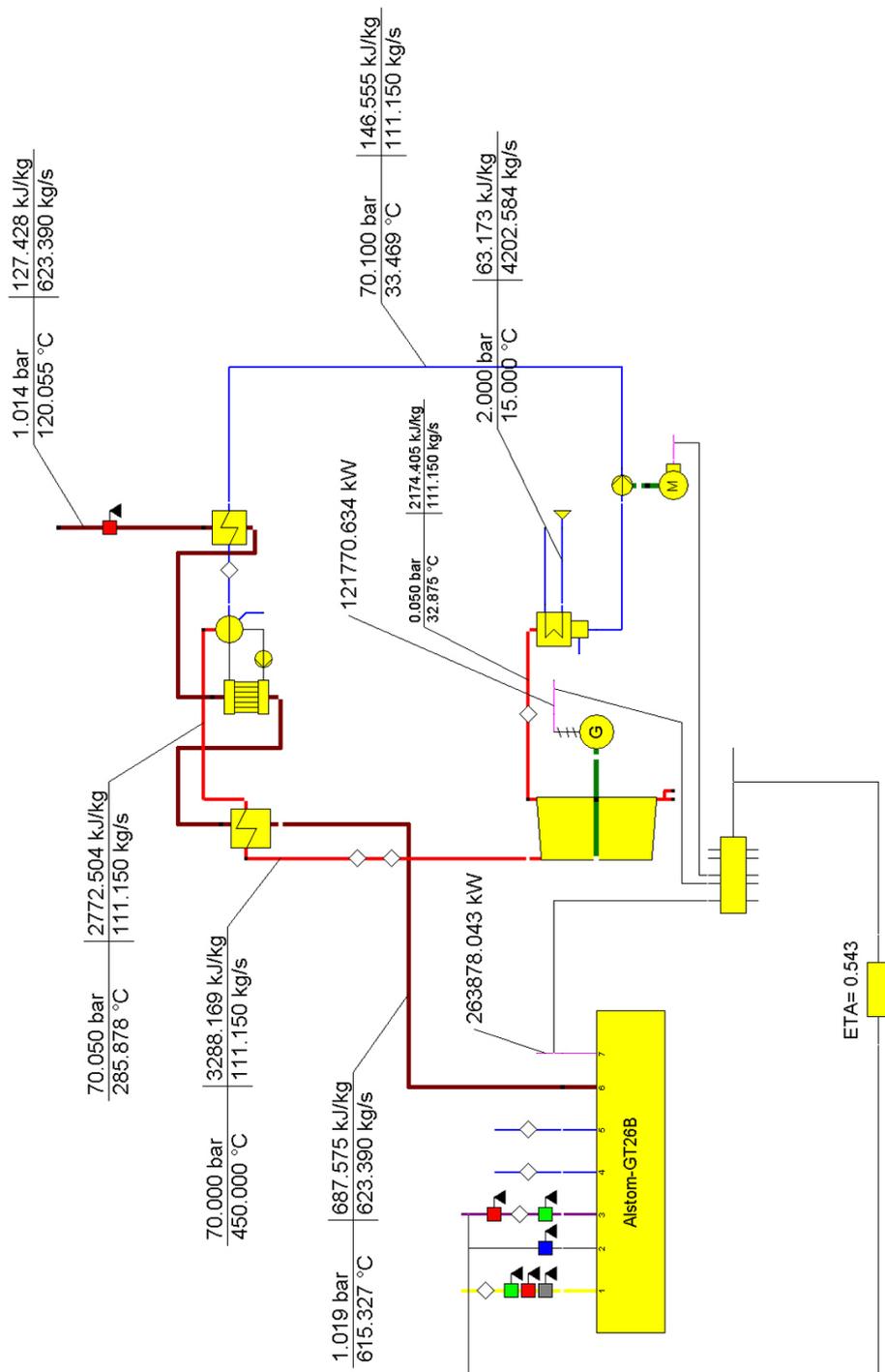


Figura A.4: Modello del Sistema a ciclo combinato ad un livello di pressione CC1P

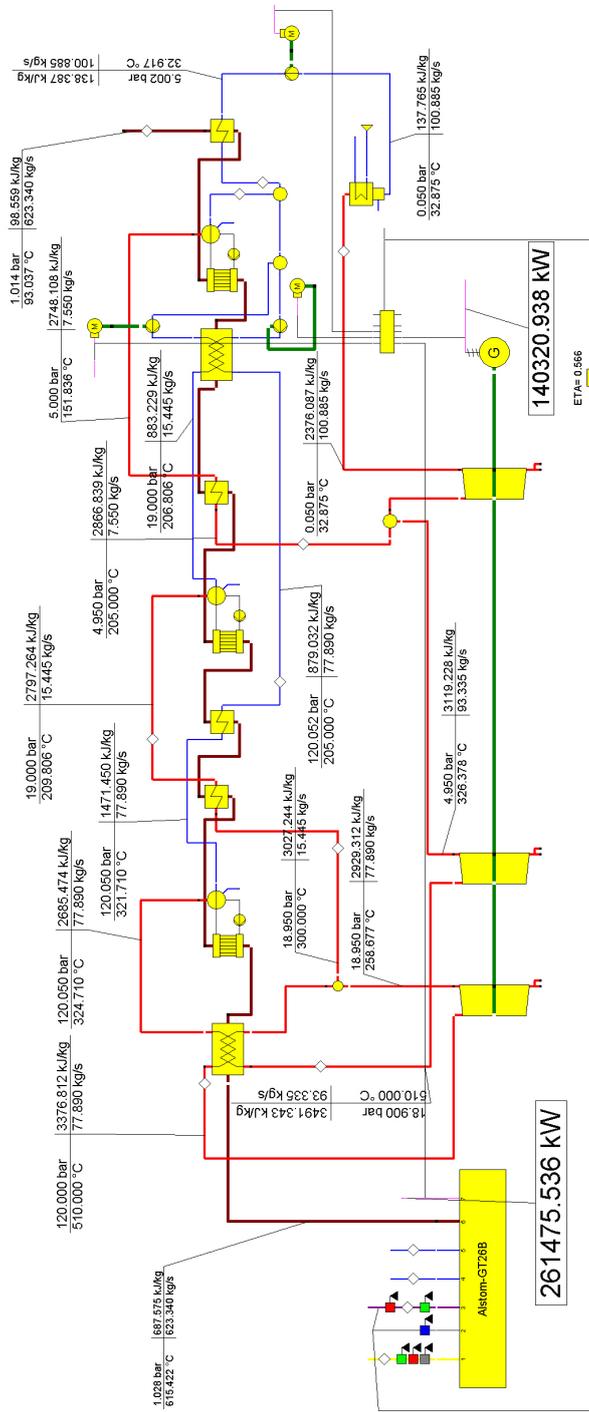


Figura A.5: Modello del Sistema a ciclo combinato a tre livelli di pressione CC3P

Appendice B

Modelli Epsilon[®] di off-design di Sistemi CHP

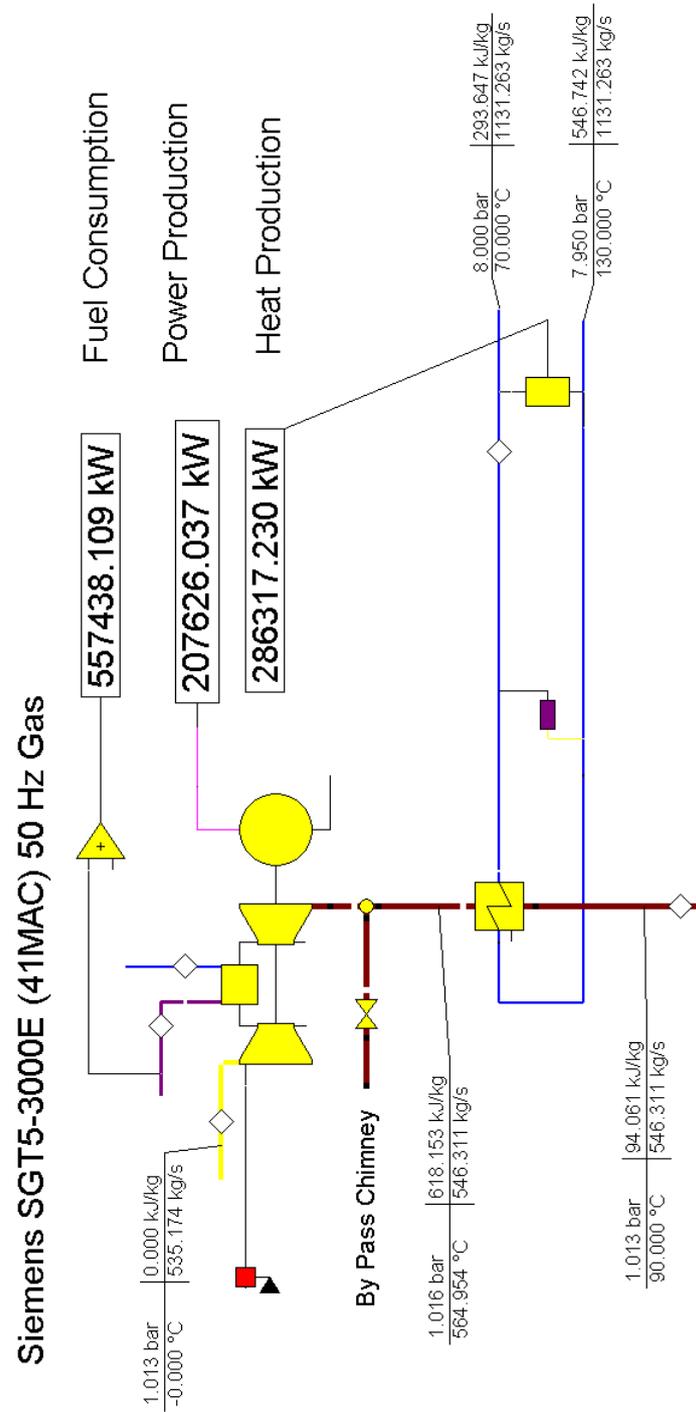


Figura B.1: Modello del Sistema turbogas cogenerativo GT1

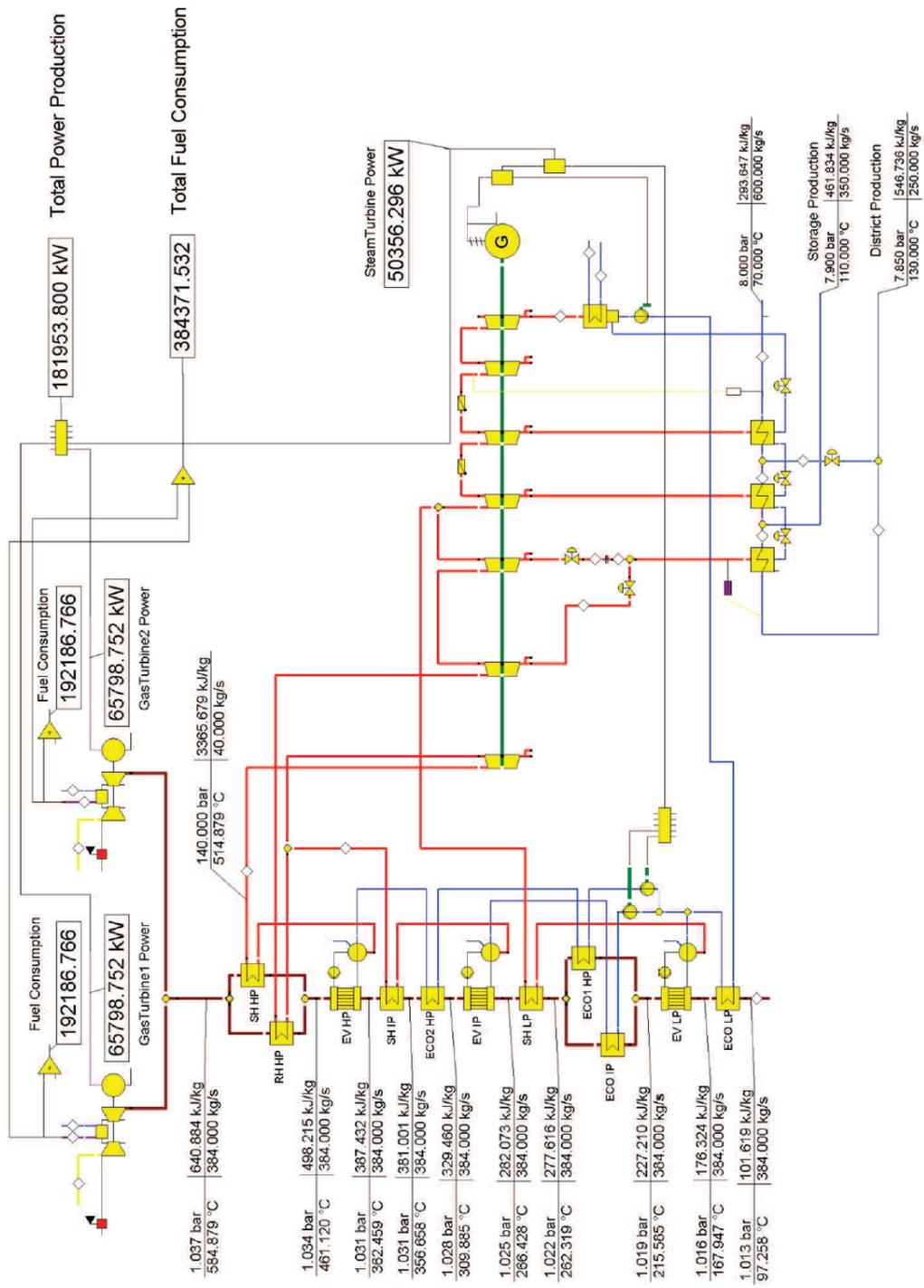


Figura B.3: Modello del Sistema a ciclo combinato cogenerativo CC1

Appendice C

Tecnica di linearizzazione di Glover

Numerosi metodi per la linearizzazione di equazioni e disequazioni sono stati proposti in letteratura; in particolare in [76] viene presentata una tecnica che permette di linearizzare equazioni e disequazioni che includono variabili binarie. Questa tecnica, basata sull'utilizzo di variabili discrete, viene presentata in forma generale nel seguito e successivamente applicata ai vincoli sul minimo tempo di accensione (4.27) (4.28) e spegnimento (4.31) (4.32) degli impianti.

C.1 Forma generale della tecnica di linearizzazione

Si considerino una generica variabile w e una variabile binaria δ relazionate tra loro mediante le condizioni:

$$U_0 \geq w \geq L_0 \quad \text{quando} \quad \delta = 0 \quad (\text{C.1})$$

$$U_1 \geq w \geq L_1 \quad \text{quando} \quad \delta = 1 \quad (\text{C.2})$$

Un modo per modellare le relazioni (C.1) e (C.2) tra w e δ è mediante le seguenti due disequazioni:

$$U_0 + (U_1 - U_0) \cdot \delta \geq w \geq L_0 + (L_1 - L_0) \cdot \delta \quad (\text{C.3})$$

Se le U e le L dipendono da altre variabili del problema, cioè non sono costanti, i termini $(U_1 - U_0) \cdot \delta$ e $(L_1 - L_0) \cdot \delta$ nella (C.3) sono non lineari. Per trattare questi "prodotti incrociati" senza inserire nuove variabili, ma introducendo solamente nuovi vincoli, si identificano le costanti \overline{U}_0 , \underline{U}_0 , \overline{U}_1 , \underline{U}_1 , \overline{L}_0 , \underline{L}_0 , \overline{L}_1 e \underline{L}_1 tali che:

$$\overline{U}_0 \geq U_0 \geq \underline{U}_0 \quad \overline{U}_1 \geq U_1 \geq \underline{U}_1 \quad \overline{L}_0 \geq L_0 \geq \underline{L}_0 \quad \overline{L}_1 \geq L_1 \geq \underline{L}_1$$

dove la "sottolineatura" e la "sopralineatura" indicano, rispettivamente, i limiti inferiori e superiori delle U e delle L .

Quindi, la relazione iniziale (C.3) può essere sostituita dalle seguenti quattro disequazioni:

$$U_0 + (\overline{U}_1 - \underline{U}_0) \cdot \delta \geq w \geq L_0 + (\underline{L}_1 - \overline{L}_0) \cdot \delta \quad (\text{C.4})$$

$$U_1 + (\overline{U}_0 - \underline{U}_1) \cdot (1 - \delta) \geq w \geq L_1 + (\underline{L}_0 - \overline{L}_1) \cdot (1 - \delta)$$

Quando $\delta = 0$ la prima delle (C.4) diventa:

$$U_0 \geq w \geq L_0$$

come desiderato, mentre la seconda, dopo riordino dei termini, diventa:

$$\overline{U}_0 + (U_1 - \underline{U}_1) \geq w \geq \underline{L}_0 + (\overline{L}_1 - L_1)$$

che è ridondante rispetto alla prima essendo $\overline{U}_0 \geq U_0$ e $L_0 \geq \underline{L}_0$.

Analogamente, quando $\delta = 1$ la prima della (C.4) diventa ridondante, mentre la seconda diventa:

$$U_1 \geq w \geq L_1$$

come desiderato.

C.2 Applicazione della tecnica di linearizzazione al vincolo di minimo tempo di inoperatività degli impianti

Il vincolo sul minimo tempo di inoperatività di un impianto viene introdotto per evitare eccessivi stress termici e meccanici ai componenti dell'impianto, in particolare quelli con pareti sottili (es. corpo cilindrico di impianti a vapore).

Grazie all'utilizzo della variabile binaria δ questo vincolo può essere scritto come (vedere paragrafo INDICARE DOVE)

$$\Delta t_{DT}(t+1) = (\Delta t_{DT}(t) + 1) \cdot (1 - \delta(t+1)) \tag{C.5}$$

$$(\delta(t+1) - \delta(t)) \cdot (\Delta t_{DT}(t) + t_{DT}^{min}) \geq 0 \tag{C.6}$$

Le (C.5) e (C.6) sono non lineari in quanto la variabile binaria δ moltiplica la variabile t_{DT} (dipendente da δ). Viene applicata la tecnica di linearizzazione di Glover vista nel paragrafo C.1 per entrambe le relazioni:

Relazione (C.5)

Questa equazione può essere rappresentata nella stessa forma di (C.1) e (C.2):

$$0 \geq \Delta t_{DT}(t+1) \geq 0 \quad \text{quando} \quad (1 - \delta(t+1)) = 0 \tag{C.7}$$

$$\Delta t_{DT}(t) + 1 \geq \Delta t_{DT}(t+1) \geq \Delta t_{DT}(t) + 1 \quad \text{quando} \quad (1 - \delta(t+1)) = 1 \tag{C.8}$$

ponendo

$$\begin{aligned} w &= t_{DT}(t+1) \quad e \quad \delta = (1 - \delta(t+1)) \\ \overline{L}_0 &= \underline{L}_0 = L_0 = 0 \quad e \quad \overline{U}_0 = \underline{U}_0 = U_0 = 0 \\ \underline{L}_1 &= \underline{U}_1 = \min(\Delta t_{DT}(t) + 1) \quad e \quad \overline{L}_1 = \overline{U}_1 = \max(\Delta t_{DT}(t) + 1) \\ L_1 &= U_1 = \Delta t_{DT}(t) + 1 \end{aligned}$$

La (C.7) esprime chiaramente che il tempo di inattività Δt_{DT} in un istante $t+1$ è 0 se l'impianto è acceso nel medesimo istante $t+1$, mentre la (C.8) esprime che il Δt_{DT} in un istante $t+1$ deve essere incrementato di 1 rispetto all'istante precedente t se l'impianto è spento nell'istante $t+1$.

Come per la (C.1) e la (C.2), analogamente la (C.7) e la (C.8) possono essere sostituite dalle seguenti disequazioni:

$$\begin{aligned} U_0 + (\overline{U}_1 - \underline{U}_0)(1 - \delta(t+1)) &\geq \Delta t_{DT}(t+1) \geq L_0 + (\underline{L}_1 - \overline{L}_0)(1 - \delta(t+1)) \\ U_1 + (\overline{U}_0 - \underline{U}_1) \cdot \delta(t+1) &\geq \Delta t_{DT}(t+1) \geq L_1 + (\underline{L}_0 - \overline{L}_1) \cdot \delta(t+1) \end{aligned}$$

Imponendo i valori suddetti delle L e le U , e ponendo $L_{01} = \underline{L}_1 = \underline{U}_1$ e $U_{p1} = \overline{L}_1 = \overline{U}_1$ si ottiene la formulazione finale lineare dell'equazione non lineare (C.5):

$$\begin{aligned} \Delta t_{DT}(t+1) &\geq L_{01} \cdot (1 - \delta(t+1)) \\ \Delta t_{DT}(t+1) &\leq U_{p1} \cdot (1 - \delta(t+1)) \\ \Delta t_{DT}(t+1) &\geq 1 + \Delta t_{DT}(t) - U_{p1} \cdot \delta(t+1) \\ \Delta t_{DT}(t+1) &\leq 1 + \Delta t_{DT}(t) - L_{01} \cdot \delta(t+1) \end{aligned} \tag{C.9}$$

Relazione (C.6)

Nella disequazione (C.6) vengono isolati e rinominati i seguenti due termini:

$$\begin{aligned} \text{termine A:} \quad X_1(t+1) &= \delta(t+1) \cdot (\Delta t_{DT}(t) - \Delta t_{DT}^{min}) \\ \text{termine B:} \quad X_2(t+1) &= \delta(t) \cdot (\Delta t_{DT}(t) - \Delta t_{DT}^{min}) \end{aligned}$$

Considerando il solo termine A, la relazione (C.6) può essere rappresentata nella stessa forma di (C.1) e (C.2):

$$0 \geq X_1(t+1) \geq 0 \quad \text{quando} \quad \delta(t+1) = 0 \tag{C.10}$$

$$\Delta t_{DT}(t) - \Delta t_{DT}^{min} \geq X_1(t+1) \geq \Delta t_{DT}(t) - \Delta t_{DT}^{min} \quad \text{quando} \quad \delta(t+1) = 1 \tag{C.11}$$

ponendo

$$\begin{aligned} w &= X_1(t+1) \quad e \quad \delta = \delta(t+1) \\ \overline{L_0} &= \underline{L_0} = L_0 = 0 \quad e \quad \overline{U_0} = \underline{U_0} = U_0 = 0 \\ \underline{L_1} &= \underline{U_1} = \min(\Delta t_{DT}(t) - t_{DT}^{min}) \quad e \quad \overline{L_1} = \overline{U_1} = \max(\Delta t_{DT}(t) - t_{DT}^{min}) \\ L_1 &= U_1 = \Delta t_{DT}(t) - t_{DT}^{min} \end{aligned}$$

Come per la (C.1) e la (C.2), analogamente la (C.10) e la (C.11) possono essere sostituite dalle seguenti disequazioni:

$$\begin{aligned} U_0 + (\overline{U_1} - \underline{U_0}) \cdot \delta(t+1) &\geq X_1(t+1) \geq L_0 + (\underline{L_1} - \overline{L_0}) \cdot \delta(t+1) \\ U_1 + (\overline{U_0} - \underline{U_1})(1 - \delta(t+1)) &\geq \Delta X_1(t+1) \geq L_1 + (\underline{L_0} - \overline{L_1})(1 - \delta(t+1)) \end{aligned}$$

Imponendo i valori suddetti delle L e le U , e ponendo $Lo_2 = \underline{L_1} = \underline{U_1}$ e $Up_2 = \overline{L_1} = \overline{U_1}$ si ottiene la formulazione lineare per termine A della relazione (C.6):

$$\begin{aligned} X_1(t+1) &\geq Lo_2 \cdot \delta(t+1) \\ X_1(t+1) &\leq Up_2 \cdot \delta(t+1) \\ X_1(t+1) &\geq \Delta t_{DT}(t) - \Delta t_{DT}^{min}(t) - Up_2 \cdot (1 - \delta(t+1)) \\ X_1(t+1) &\leq \Delta t_{DT}(t) - \Delta t_{DT}^{min}(t) - Lo_2 \cdot (1 - \delta(t+1)) \end{aligned} \tag{C.12}$$

Considerando il solo termine B, la relazione (C.6) può essere rappresentata nella stessa forma di (C.1) e (C.2):

$$0 \geq X_2(t+1) \geq 0 \quad \text{quando} \quad \delta(t) = 0 \tag{C.13}$$

$$\Delta t_{DT}(t) - \Delta t_{DT}^{min} \geq X_2(t+1) \geq \Delta t_{DT}(t) - \Delta t_{DT}^{min} \quad \text{quando} \quad \delta(t) = 1 \tag{C.14}$$

ponendo

$$\begin{aligned} w &= X_2(t+1) \quad e \quad \delta = \delta(t) \\ \overline{L_0} &= \underline{L_0} = L_0 = 0 \quad e \quad \overline{U_0} = \underline{U_0} = U_0 = 0 \\ \underline{L_1} &= \underline{U_1} = \min(\Delta t_{DT}(t) - t_{DT}^{min}) \quad e \quad \overline{L_1} = \overline{U_1} = \max(\Delta t_{DT}(t) - t_{DT}^{min}) \\ L_1 &= U_1 = \Delta t_{DT}(t) - t_{DT}^{min} \end{aligned}$$

Come per la (C.1) e la (C.2), analogamente la (C.13) e la (C.14) possono essere sostituite dalle seguenti disequazioni:

$$U_0 + (\overline{U}_1 - \underline{U}_0) \cdot \delta(t) \geq X_2(t+1) \geq L_0 + (\underline{L}_1 - \overline{L}_0) \cdot \delta(t)$$

$$U_1 + (\overline{U}_0 - \underline{U}_1)(1 - \delta(t)) \geq \Delta X_1(t+1) \geq L_1 + (\underline{L}_0 - \overline{L}_1)(1 - \delta(t))$$

Imponendo i valori suddetti delle L e le U , e ponendo $Lo_2 = \underline{L}_1 = \underline{U}_1$ e $Up_2 = \overline{L}_1 = \overline{U}_1$ si ottiene la formulazione lineare per termine B della relazione (C.6):

$$\begin{aligned} X_2(t+1) &\geq Lo_2 \cdot \delta(t) \\ X_2(t+1) &\leq Up_2 \cdot \delta(t) \\ X_2(t+1) &\geq \Delta t_{DT}(t) - \Delta t_{DT}^{min}(t) - Up_2 \cdot (1 - \delta(t)) \\ X_2(t+1) &\leq \Delta t_{DT}(t) - \Delta t_{DT}^{min}(t) - Lo_2 \cdot (1 - \delta(t)) \end{aligned} \tag{C.15}$$

L'applicazione della tecnica di linearizzazione al vincolo di minimo tempo di operatività degli impianti può essere eseguita in modo analogo a quanto visto per il vincolo di minimo tempo di inoperatività ottenendo risultati analoghi.

Bibliografia

- [1] A. Bejan, G. Tsatsaronis, and M. Moran, *Thermal Design and Optimization*. John Wiley & Sons, New York, 1996.
- [2] W. F. Stoecker, *Design of Thermal Systems*. McGraw-Hill, New York, 1989.
- [3] S. S. Rao, *Engineering Optimization: Theory and Practice*. John Wiley & Sons, New York, 1996.
- [4] P. P. Walsh and P. Fletcher, *Gas Turbine Performance, Second Edition*. Blackwell Publishing, 2004.
- [5] A. Lazzaretto and A. Toffolo, “Analytical and neural network models for gas turbine design and off-design simulation,” *International Journal of Thermodynamics*, no. 4, pp. 173–182, 2001.
- [6] R. Fletcher, *Practical Methods of Optimization - Second Edition*. Wiley-Interscience, New York, 2000.
- [7] S. Horii, K. Ito, P. S. Pak, and Y. Suzuki, “Optimal planning of gas turbine co-generation plants based on mixed-integer linear programming,” *International Journal of Energy Research*, no. 11, pp. 507–518, 1987.
- [8] R. Yokoyama, K. Ito, and Y. Matsumoto, “Optimal sizing of a gas turbine cogeneration plant in consideration of its operational strategy,” *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, no. 116, pp. 32—38, 1994.
- [9] R. E. Bellman, *Dinamic Programming*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1957.
- [10] R. E. Bellman and S. E. dreyfus, *Applied Dinamic Programming*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1962.

- [11] R. Yokoyama and K. Ito, "Optimal operational planning of cogeneration systems with thermal storage by the decomposition method," *ASME Journal of Energy Resources Technology*, no. 117, pp. 337—342, 1995.
- [12] R. Yokoyama and K. Ito, "A revised decomposition method for milp problems and its application to operational planning of thermal storage systems," *ASME Journal of Energy Resources Technology*, no. 118, pp. 277—284, 1995.
- [13] A. Christidis, C. Koch, L. Pottel, and G. Tsatsaronis, "The contribution of heat storage to the profitable operation of combined heat and power plants in liberalized electricity markets," *Energy*, no. 41, pp. 75–82, 2012.
- [14] G. V. Reklaitis, A. Ravindran, and K. M. Ragsdell, *Engineering optimization: Methods and Applications*. John Wiley & Sons, New York, 1983.
- [15] S. Rech and A. Lazzaretto, "From component to macro energy system: a common design and off-design modeling approach," in *Proceedings of the ASME 2011 International Mechanical Engineering Congress & Exposition IMECE2011*, November 11-17, 2011, Denver, Colorado, USA.
- [16] A. Cavallini and L. Mattarolo, *Termodinamica Applicata*. CLEUP, Padova, 1990.
- [17] R. F. Boehm, *Design Analysis of Thermal Systems*. John Wiley & Sons, New York, 1987.
- [18] A. Lazzaretto and A. Toffolo, *Appunti delle Lezioni di Sistemi Energetici*. CUSL, Padova, 2012.
- [19] J. Kurzke, "How to get component maps for aircraft gas turbine performance calculations," *ASME paper*, no. 96-GT-164, 1996.
- [20] C. Riegler, M. Bauer, and J. Kurzke, "Some aspects of modeling compressor behavior in gas turbine performance calculations," *Journal of Turbomachinery*, no. 123, pp. 372–378, 2001.
- [21] P. Zhu and H. Saravanamuttoo, "Simulation of an advanced twin-spool industrial gas turbine," *Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*, no. 114, pp. 180–188, 1992.
- [22] K. Ito and R. Yokoyama, "Development of a general purpose optimal operational planning system for energy supply plants," *ASME Journal of Energy Resources Technology*, no. 116, pp. 290–296, 1994.

- [23] R. Yokoyama and Y. Hasegawa, "A milp decomposition approach to large scale optimization in structural design of energy supply systems," *Original Research Article Energy Conversion and Management*, no. 43, pp. 771–790, 2002.
- [24] P. Liu, D. I. Gerogiorgis, and E. N. Pistikopoulos, "Modeling and optimization of polygeneration energy systems," *Catalysis Today*, no. 127, pp. 347–359, 2007.
- [25] M. A. Lozano, C. R. José, M. Carvalho, and L. M. Serra, "Structure optimization of energy supply systems in tertiary sector buildings," *Energy and Buildings*, no. 41, pp. 1063–1075, 2009.
- [26] M. Carvalho, L. M. Serra, and M. A. Lozano, "Optimal synthesis of trigeneration systems subject to environmental constraints," *Energy*, no. 36, pp. 3779–3790, 2010.
- [27] M. Casisi, P. Pinamonti, and M. Reini, "Optimal lay-out and operation of combined heat & power (chp) distributed generation systems," *Energy*, no. 44, pp. 2175–2183, 2009.
- [28] M. A. Lozano, J. C. Ramos, and L. M. Serra, "Cost optimization of the design of chcp (combined heat, cooling and power) systems under legal constraints," *Energy*, no. 35, pp. 794–805, 2010.
- [29] S. Jebaraj and S. Iniyar, "A review of energy models," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, no. 10, pp. 281–311, 2006.
- [30] T. Nakata, "Energy-economic models and the environment," *Progress in Energy and Combustion Science*, no. 30, pp. 417–475, 2004.
- [31] M. Jüdes, A. Christidis, C. Koch, L. Pottel, and G. Tsatsaronis, "Combined optimization of the operation of existing power plants with the design and operation of heat storage systems for a large district heating network," in *Proceedings of ECOS 2009*, August 31- September 3, 2009, Foz do Iguaçu, Brazil.
- [32] A. Rizzetto, *Combined Optimization of the Operation of CHP Power Plants and the Design of Thermal Storage Systems in a District Heating Network Using a Dynamic Programming (MIP) Approach*. Master Thesis, University of Padova, 2011.
- [33] G. Scarabello, S. Rech, A. Lazzaretto, A. Christidis, and G. Tzatzaronis, "Optimization of thermal power plants operation in the german de-regulated

- electricity market using dynamic programming,” in *Proceedings of the ASME 2012 International Mechanical Engineering Congress & Exposition IMECE2012*, November 9-15, 2012, Houston, Texas, USA.
- [34] A. Boeche, A. Cavallini, and S. del Giudice, *Problemi di termodinamica applicata*.
CLEUP, Padova, 1989.
- [35] M. J. Moran and H. N. Shapiro, *Fundamentals of Engineering Thermodynamics - Third Edition*.
Wiley, New York, 1995.
- [36] A. Bejan, *Advanced Engineering Thermodynamics*.
Wiley-Interscience, New York, 1988.
- [37] R. C. Reid and T. K. Sherwood, *The Properties of Gases and Liquids - Second Edition*.
McGraw-Hill, New York, 1966.
- [38] H. I. H. Saravanamuttoo, G. F. C. Rogers, and H. Cohen, *Gas Turbine Theory - Fifth Edition*.
Prentice Hall, 2001.
- [39] C. Bonacina, A. Cavallini, and L. Mattarolo, *Trasmissione del Calore*.
CLEUP, Padova, 1989.
- [40] A. Toffolo, *Progetto di Macchine Aeruliche: Ventilatori a Deflusso Trasversale e Turbine Eoliche ad Asse Orizzontale*.
Edizioni Libreria Progetto, Padova, 2007.
- [41] D. Spera, “Introduction to modern wind turbines,” *Wind Turbine Technology*, no. ASME Press, New York, p. Chapter 2, 1994.
- [42] D. Spera, “Fatigue design of wind turbines,” *Wind Turbine Technology*, no. ASME Press, New York, p. Chapter 12, 1994.
- [43] G. Cornetti, *Macchine Idrauliche*.
Il Capitello, Torino, 1991.
- [44] R. Yokoyama and K. Ito, “Operational strategy of a cogeneration system under a complex utility rate structure,” *ASME Journal of Energy Resources Technology*, no. 118, pp. 256—262, 1996.
- [45] K. Ito, R. Yokoyama, and T. Shiba, “Optimal operation of a diesel engine cogeneration plant including a heat storage tank,” *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, no. 114, pp. 687—694, 1992.

- [46] D. Henning, "Cost minimization for a local utility through chp, heat storage and load management," *International Journal of Energy Research*, no. 22, pp. 691—713, 1998.
- [47] B. Rolfsman, "Combined heat-and-power plants and district heating in a deregulated electricity market," *Applied Energy*, no. 78, pp. 37—53, 2004.
- [48] G. Lozza, *Turbine a Gas e Cicli Combinati*. Progetto Leonardo, Bologna, 2006.
- [49] N. Aste and F. Groppi, *Impianti Solari Termici*. Editoriale Delfino, Milano, 2009.
- [50] R. B. Bird, W. E. Steward, and E. N. Lightfoot, *Transport Phenomena*. Wiley, New York, 1960.
- [51] C. Frangopoulos, "An introduction to environomic analysis and optimization of energy-intensive systems," in *Proceedings of ECOS 1992*, June 15–18, 1992, Zaragoza, Spain.
- [52] Y. El-Sayed and R. Evans, "Thermoeconomics and the design of heat systems," *Journal of engineering for power*, no. 92, pp. 27–35, 1970.
- [53] R. Gaggioli and W. Wepfer, "Exergy economics," *Energy*, no. 5, pp. 823–837, 1980.
- [54] G. Tsatsaronis and M. Winhold, "Exergoeconomic analysis and evaluation of energy-conversion plants i: A new general methodology. ii: Analysis of a coal-fired steam power plant," *Energy*, no. 10(1), pp. 81—94, 1985.
- [55] C. Frangopoulos, "Thermoeconomic functional analysis and optimization," *Energy*, no. 12(7), pp. 563—571, 1987.
- [56] M. von Spakovsky and R. Evans, "The design and performance optimization of thermal systems," *Journal of engineering for gas turbines and power*, no. 112, pp. 86—93, 1990.
- [57] M. Lozano and A. Valero, "Theory of exergy cost," *Energy*, no. 18(3), pp. 939—960, 1993.
- [58] A. Lazzaretto and R. Andreatta, "Algebraic formulation of a process-based exergoeconomic method," in *Proceedings of Advanced Energy Systems division volume 35 of AES*, pp 395–403 ASME, 1992.

- [59] A. Lazzaretto and G. Tsatsaronis, "On the calculation of efficiencies and costs in thermal systems," in *Proceedings of Advanced Energy Systems division, volume 39 of AES*, S.M. Aceves, S. Garimella, and R. Peterson, Eds., pp. 421–430, ASME, 1999.
- [60] V. Pareto, *Course d'economie politique*. Rouge, Lousanne, Switzerland, 1896.
- [61] R. Faber, T. Jockenhovel, and G. Tsatsaronis, "Dynamic optimization with simulated annealing," *Computers & Chemical Engineering*, no. 29, pp. 273–290, 2005.
- [62] J. Kennedy and R. Eberhart, "Particle swarm optimization," in *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*, November 27–December 1 1995, doi:10.1109/ICNN.1995.488968.
- [63] A. Colorini, M. Dorigo, and V. Maniezzo, "Distributed optimization by ant colonies," in *Proceedings of the First European Conference on Artificial Life*, F.J. Varela and P. Bourguine, Eds., MIT Press, Cambridge, MA, pp. 134–142, 1992.
- [64] M. Dorigo, V. Maniezzo, and A. Colorini, "The ant system optimization by a colony of cooperating agents," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetica – Part B*, no. 26, pp. 29–41, 1996.
- [65] Y. Shi and R. C. Eberhart, "Parameter selection in particle swarm optimization," in *Proceedings of Seventh Annual Conference on Evolutionary Programming*, V.W. Porto, N.Saravanan, D. Waagen, and A. Eibe, Eds., Springer-Verlag, Berlin, Germany, pp. 591–600, 1998.
- [66] A. K. Dhingra and S. S. Rao, "A neural network based approach to mechanical design optimization," *Engineering Optimization*, no. 20, pp. 187–203, 1992.
- [67] L. Berke and P. Hajela, "Applications of artificial neural nets in structural mechanics," *Structural Optimization*, no. 4, pp. 90–98, 1992.
- [68] H. W. Kuhn and A. W. Tucker, "Nonlinear programming," in *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, July 31–August 12 1950, Statistical Laboratory of the University of California, Berkeley.
- [69] S. Rech and A. Toffolo, "Tso-sto: A two-step approach to the optimal operation of heat storage systems with variable temperature tanks," *Energy*, no. 45, pp. 366–374, 2012.

- [70] K. Deb, *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. John Wiley & Sons, Chichester, UK, 2001.
- [71] C. A. Coello Coello, D. A. van Veldhuizen, and G. Lamont, *Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems*. Kluwer Academic Publishers, New York, 2002.
- [72] A. Toffolo and E. Benini, “Genetic diversity as an objective in evolutionary algorithms,” *Evolutionary computation*, no. 11(2), pp. 151–167, 2003.
- [73] H.-P. Schwefel, *Evolution and optimum seeking*. John Wiley & Sons, New York, 1995.
- [74] G. Scarabello, *Thermodynamic and Economic Evaluation of Power Plants in the German De-Regulated Electricity Market Using Dynamic Programming*. Master Thesis, University of Padova and Technische Universität Berlin, 2011.
- [75] A. Defendi, *On the Contribution of Thermal Storages to the Economic Performance of CHP Plants Operating in the Market of Tertiary Reserve*. Master Thesis, University of Padova and Technische Universität Berlin, 2012.
- [76] F. Glover, “Improved linear integer programming formulations of nonlinear integer problems,” *Management Science*, no. 22, pp. 455–460, 1972.
- [77] T. Tveit, T. Savola, A. Gebremedhin, and C. Fogelholm, “Multi-period minlp model for optimising operation and structural changes to chp plants in district heating networks with long-term thermal storage,” *Energy Conversion and Management*, no. 50, pp. 639—647, 2009.
- [78] J. Kiviluoma, “Influence on wind power, plug-in electric vehicles, and heat storage on power system investments,” *Energy*, no. 35, pp. 1244—1255, 2010.
- [79] E. Dotzauer and P. Meiborn, “Simple model for prediction of loads in district-heating systems,” *Applied Energy*, no. 73, pp. 277—284, 2002.
- [80] J. Lima, R. Jerónimo, and T. Silva, “Impact of the renewable energy generation on the iberian electricity market,” in *Proceedings of the 5th International Conference of European, Electricity Market EEM 2008*, May 28-30, 2009, Lisbon, Portugal.
- [81] H. Y. Yemin, “Review on methods of generation scheduling in electric power system,” *Electric Power System Research*, no. 69, pp. 227–248, 2004.

- [82] H. Weigt, "Germany's wind energy: the potential for fossil capacity replacement and cost saving," *Applied Energy*, no. 86, pp. 1857–1863, 2009.
- [83] J. Rosen, I. Tietze-Stoekinger, and O. Rentz, "Model-based analysis of effects from large-scale wind power production," *Energy*, no. 32, pp. 575–583, 2007.
- [84] *Energie, für Deutschland*.
2011, Word Energy Council, Weltenergieerat, Deutschland.
- [85] R. Biernatzki, A. Soennecken, B. Bitzer, and M. Heppelmann, "Modified pricing model for energy exchangers," in *Proceedings of the 41st International Universities Power Engineering Conference UPEC '06*, September 6-8, 2006, Newcastle upon Tyne, UK.
- [86] G. Darie, H. Pectu, G. Negreanu, and V. Gherghina, "Sliding pressure operation of large conventional steam power units," in *Proceedings of the 5th IASME/WSEAS International Conference on Heat Transfer, Thermal Engineering and Environment*, August 25-27, 2007, Athens, Greece.
- [87] K. J. Jesionek, "Method of increasing steam turbine control stage efficiency," *Journal of Computational and Applied Mechanics*, no. 2, pp. 37–43, 2001.
- [88] D. H. Jesionek, "On prediction of off-design multistage turbine pressure by stodola's ellipse," *Transactions of the ASME*, no. 107, pp. 595–606, 1985.
- [89] Y. C. Bernero, *Comparative Evolution of Advanced Coal-Based Plants*.
PhD thesis at the Technical University of Berlin, 2008.
- [90] V. Grimm, *Einbindung von Speichern für Erneuerbare Energien in die Kraftwerkseinsatzplanung (Integration of Storages for the Renewable Energies in the Power Plant Schedule)*.
PhD Thesis, Ruhr-Universität Bochum, 2007.
- [91] J. Wick, "Advanced gas turbine technology gt26," in *Proceeding of Presentation at the Jornada Tecnológica en Madrid*, October 26, 2006, Madrid, Spain.
- [92] Genesis-Online, *Datenbank Statistisches Bundesamt Deutschland*.
Einfuhr von Steinkohle: Deutschland, Monate, Ursprungsland, Table: Ergebnis, – 43511-0001, 2009.
- [93] BP, *Statistical Review of World Energy 2011*,
<http://www.bp.com/sectionbodycopy.do?categoryId=7500&contentId=7068481>.

- [94] F. Matthes and et al., *Untersuchung im Auftrag der Umweltstiftung WWF Deutschland*. Berlin, 2011.
- [95] F. SensuB, M. Ragwitz, and M. Genoese, "The merit-order effect: A detailed analysis of the price effect of renewable electricity generation on spot market price in germany," in *Working Paper Sustainability and Innovation*, 7, 2007, Fraunhofer Institute Systems and Innovation Research.
- [96] J. Nitsch and et al., *Langfristszenarien und Strategien für den Ausbau der erneuerbaren Energien in Deutschland bei Berücksichtigung der Entwicklung in Europa und global „Leitstudie 2010“*, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR).
Thermodynamik, Abt. Systemanalyse und Technikbewertung Fraunhofer Institut für Windenergie und Energiesystemtechnik (IWES), Kassel Ingenieurbüro für neue Energien (IFNE), Teltow, 2010.
- [97] M. Peterson and J. Aargaar, *Heat Accumulators*. News from, 2004.
- [98] G. Kosman and A. Rusin, "The influence of the start-ups and cyclic loads of steam turbines conducted according to european standards on the component's life," *Energy*, no. 26, pp. 1083–1099, 2001.
- [99] H. Spliethoff, *Power Generation from Solid Fuels*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH, 2010.
- [100] C. Soares, *Gas Turbines: A Handbook of Air, Land, and Sea Applications*. Butterworth-Heinemann, 208.
- [101] Genesis-Online, *Datenbank Statistisches Bundesamt Deutschland*:. Gasabsatz, Erlöse: Deutschland, Jahre, Abnehmergruppen, – 43341-0001, 2009.
- [102] Genesis-Online, *Datenbank Statistisches Bundesamt Deutschland*:. Verbraucherpreisindex: Deutschland, Monate, Klassifikation der Verwendungszwecke des Individualkonsums (COICOP 2-4-Steller Hierarchie), – 61111-0004, 2009.