

UN MODELLO 2D CON POROSITÀ PER LO STUDIO DI ALLAGAMENTI A LARGA SCALA IN AREE URBANE

Daniele P. Viero ^{1*}, Alessia Ferrari ², Renato Vacondio ², Paolo Mignosa ² & Andrea Defina ¹

(1) Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Architettura, Università di Padova (Padova)

(2) Dipartimento di Ingegneria e Architettura, Università di Parma (Parma)

*email: daniele.viero@unipd.it

ASPETTI CHIAVE

- Modello 2D con porosità per lo studio a larga scala di allagamenti in aree urbane.
- Introdotta una formulazione della porosità di flusso anisotropa che evita la dipendenza dalla griglia.
- Il modello è in grado di riprodurre la soluzione di riferimento sulla base di soli parametri geometrici.
- L'applicazione a casi studio con batimetrie reali è in fase di sviluppo.

1 INTRODUZIONE

I modelli numerici bidimensionali (2D) a porosità artificiale sono attualmente uno tra gli strumenti di calcolo più promettenti per la simulazione di allagamenti su domini ampi in cui sono presenti anche aree urbane. Prendendo ispirazione dai flussi in mezzi porosi, tali modelli fanno ricorso al concetto di porosità per descrivere la presenza di edifici e ostacoli che vengono inclusi nel calcolo come elementi di sottogriglia. In questo modo, i modelli sono in grado di cogliere l'effetto globale sul campo di moto esercitato dalla presenza degli edifici, senza dover ridurre eccessivamente la dimensione degli elementi di calcolo.

A partire dalla loro introduzione più di vent'anni fa (Defina *et al.*, 1994), sono state proposte diverse formulazioni per descrivere le caratteristiche salienti dei complessi campi di moto tipici delle aree urbane evitando di dover discretizzare gli edifici con griglie ad alta risoluzione. L'approccio a porosità singola (SP), espresso in forma differenziale, è stato oggetto di numerosi contributi in letteratura che ne hanno messo in luce le molte potenzialità ma anche alcune limitazioni (Defina, 2000; Guinot & Soares-Frazão, 2006; Cea & Vázquez-Cendón, 2010; Ferrari *et al.*, 2017). Il modello a porosità integrale (IP), introdotto da Sanders *et al.* (2008), si basa su una formulazione integrale delle equazioni, e distingue tra una porosità di immagazzinamento e una porosità di flusso, che rappresentano rispettivamente la frazione di volume (o area in pianta) che può essere occupata dall'acqua e la frazione di area (in sezione) disponibile al passaggio del fluido. L'introduzione di una porosità definita sul lato dell'elemento di calcolo consente al modello di considerare gli effetti anisotropi indotti sul campo di moto dalla distribuzione spaziale degli edifici e degli ostacoli. Infine, nell'approccio a porosità integrale duale (DIP), proposto da Guinot *et al.*, (2017), risulta formalizzata la distinzione tra variabili porose, che fanno riferimento al volume di controllo, e variabili di flusso, che fanno riferimento ai lati degli elementi di calcolo. Queste due famiglie di variabili sono legate da semplici condizioni di chiusura. Applicazioni numeriche e confronti con casi di laboratorio (Kim *et al.*, 2015) hanno mostrato che l'approccio IP offre risultati generalmente migliori dell'approccio SP, e che la propagazione di onde è meglio riprodotta nell'approccio DIP.

L'interesse per questo tipo di modelli con porosità è essenzialmente legato al vantaggio, in termini di onere computazionale, che si ottiene evitando di risolvere il campo di moto su griglie ad alta risoluzione. D'altra parte, mentre i modelli SP non sono in grado di riprodurre gli importanti effetti legati all'anisotropia, è riconosciuto che i modelli IP e DIP soffrono di una forte dipendenza dalla griglia di calcolo. In primo luogo, questo può dipendere dal fatto che la porosità di flusso è definita localmente in funzione della posizione dei lati della griglia. Recentemente è stato inoltre dimostrato che la dipendenza dalla griglia di calcolo discende da una polarizzazione dei flussi ed è legata all'orientazione dei lati della griglia; essa aumenta all'aumentare dell'anisotropia che caratterizza il campo di porosità di flusso (Guinot, 2017). L'uso di particolari griglie non strutturate (Schubert & Sanders, 2012) riduce la dipendenza dalla griglia, ma non la elimina del tutto.

Il modello qui proposto, in analogia agli approcci integrali IP e DIP, fa ancora riferimento a una porosità

di immagazzinamento e ad una di flusso, ma definisce anche la porosità di flusso a livello di elemento di calcolo (e non sui lati dell'elemento). La porosità di flusso diventa una misura, mediata sull'elemento di calcolo, della sezione utile al deflusso in una data direzione, ed è utilizzata per il calcolo delle resistenze al moto. Per riprodurre gli effetti legati all'anisotropia, essa è definita lungo direzioni principali.

2 DESCRIZIONE DEL MODELLO

Le equazioni 2D alle acque basse (2D-SWE) a porosità singola (Guinot & Soares-Frazão, 2006) possono essere riscritte, mediante semplici manipolazioni algebriche, ipotizzando la porosità costante nel tempo ($\partial\phi/\partial t = 0$) ed espandendo le derivate parziali (Cea & Vázquez-Cendón, 2010), nella seguente forma:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uh) + \frac{\partial}{\partial y}(vh) = -\frac{1}{\phi} \left(uh \frac{\partial \phi}{\partial x} + vh \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial}{\partial t}(uh) + \frac{\partial}{\partial x} \left(u^2 h + \frac{1}{2} gh^2 \right) + \frac{\partial}{\partial y}(uvh) = -\frac{1}{\phi} \left(u^2 h \frac{\partial \phi}{\partial x} + uvh \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - gh \frac{\partial z}{\partial x} - gh \frac{u\sqrt{u^2+v^2}}{k^2 h^{4/3}} - ghs_x u\sqrt{u^2+v^2} \\ \frac{\partial}{\partial t}(vh) + \frac{\partial}{\partial x}(uvh) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v^2 h + \frac{1}{2} gh^2 \right) = -\frac{1}{\phi} \left(uvh \frac{\partial \phi}{\partial x} + v^2 h \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - gh \frac{\partial z}{\partial y} - gh \frac{v\sqrt{u^2+v^2}}{k^2 h^{4/3}} - ghs_y v\sqrt{u^2+v^2} \end{cases} \quad (1)$$

dove ϕ è la porosità, h la profondità idrica, u e v le componenti della velocità in direzione x e y , z la quota del fondo, k il coefficiente di Strickler, g l'accelerazione di gravità, s_x e s_y i coefficienti di perdita di carico legati alle ostruzioni non risolte in direzione x e y .

I primi membri delle equazioni del sistema (1) coincidono con quelli delle classiche 2D-SWE. La porosità è considerata soltanto mediante l'introduzione di due termini sorgente aggiuntivi, frutto della derivazione algebrica. Ciò consente di usare i medesimi schemi numerici sviluppati per le classiche 2D-SWE, con le relative ottimizzazioni (tra le altre il calcolo dei flussi, il trattamento dei fronti asciutto-bagnato, ecc.). Nel presente lavoro si è adottato lo schema numerico ai volumi finiti descritto in Vacondio et al. (2014).

La porosità isotropa ϕ , che rende conto della ridotta capacità di immagazzinamento dovuta alla presenza degli edifici, è definita geometricamente come la frazione di area non occupata da edifici rispetto all'area totale. In generale, però, la frazione di area disponibile al deflusso è minore di ϕ , poiché gli edifici determinano un effetto di schermatura che genera la presenza di zone occupate da acqua ferma (o animata da velocità estremamente basse); inoltre, l'area disponibile al deflusso può variare a seconda della direzione del vettore velocità. La riduzione della sezione libera associata alla disposizione degli edifici è qui considerata introducendo una porosità di flusso.

Con riferimento al caso monodimensionale riportato in Fig. 1a, definita la portata specifica per unità di larghezza $q = Q/B$, equivalente a $q = \phi uh$, la velocità effettiva del flusso è pari a $u = q/(\Psi h)$, nella quale Ψ è la porosità di flusso.

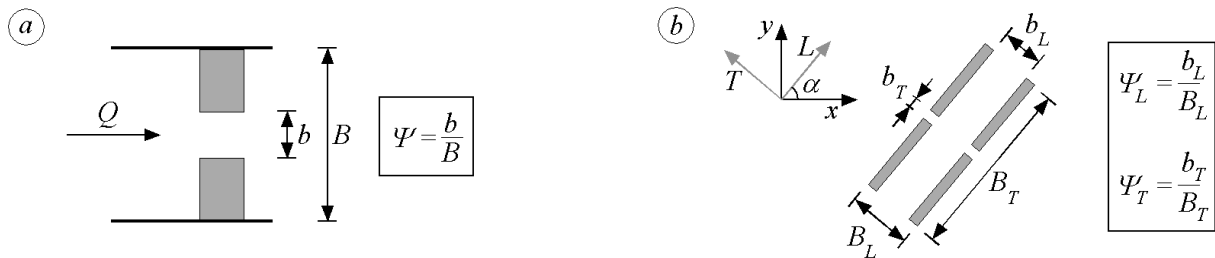


Figura 1. Definizione schematica della porosità di flusso, Ψ , per il caso monodimensionale (a) e bidimensionale (b). Q è la portata. Le aree in grigio rappresentano l'area occupata da edifici.

Nel caso bidimensionale (Fig. 1b), individuati gli assi principali $L-T$, in modo analogo al caso precedente si determinano la massima e la minima porosità di flusso (rispettivamente Ψ_L e Ψ_T), che sono poi utilizzate nel modello per il calcolo delle resistenze al fondo mediante le equazioni:

$$S_{f_L} = -g\phi h \frac{|q|q_L}{k^2\Psi_L^2 h^{10/3}} \quad S_{f_T} = -g\phi h \frac{|q|q_T}{k^2\Psi_T^2 h^{10/3}} \quad (2)$$

Se gli assi principali L – T sono ruotati di un generico angolo α (Fig. 1b) rispetto agli assi del modello x – y , le portate specifiche lungo gli assi principali e lo sforzo al fondo sono calcolati come (Viero & Valipour, 2017):

$$\begin{cases} q_L = q_x \cos\alpha + q_y \sin\alpha \\ q_T = -q_x \sin\alpha + q_y \cos\alpha \end{cases} \quad \begin{cases} S_{f_x} = S_{f_L} \cos\alpha - S_{f_T} \sin\alpha \\ S_{f_y} = S_{f_L} \sin\alpha + S_{f_T} \cos\alpha \end{cases} \quad (3)$$

Il modello richiede pertanto la conoscenza di quattro parametri geometrici: un parametro volumetrico ϕ , due parametri connettivi Ψ_L e Ψ_T e l'angolo di rotazione α . È interessante notare che, a differenza degli approcci a porosità integrale, la porosità di flusso rappresenta una misura mediata sull'elemento di calcolo (o su un'area di riferimento), e non relativa ad uno specifico lato della griglia.

3 RISULTATI

Il modello è applicato a un'area urbana schematica caratterizzata da una disposizione regolare di edifici.

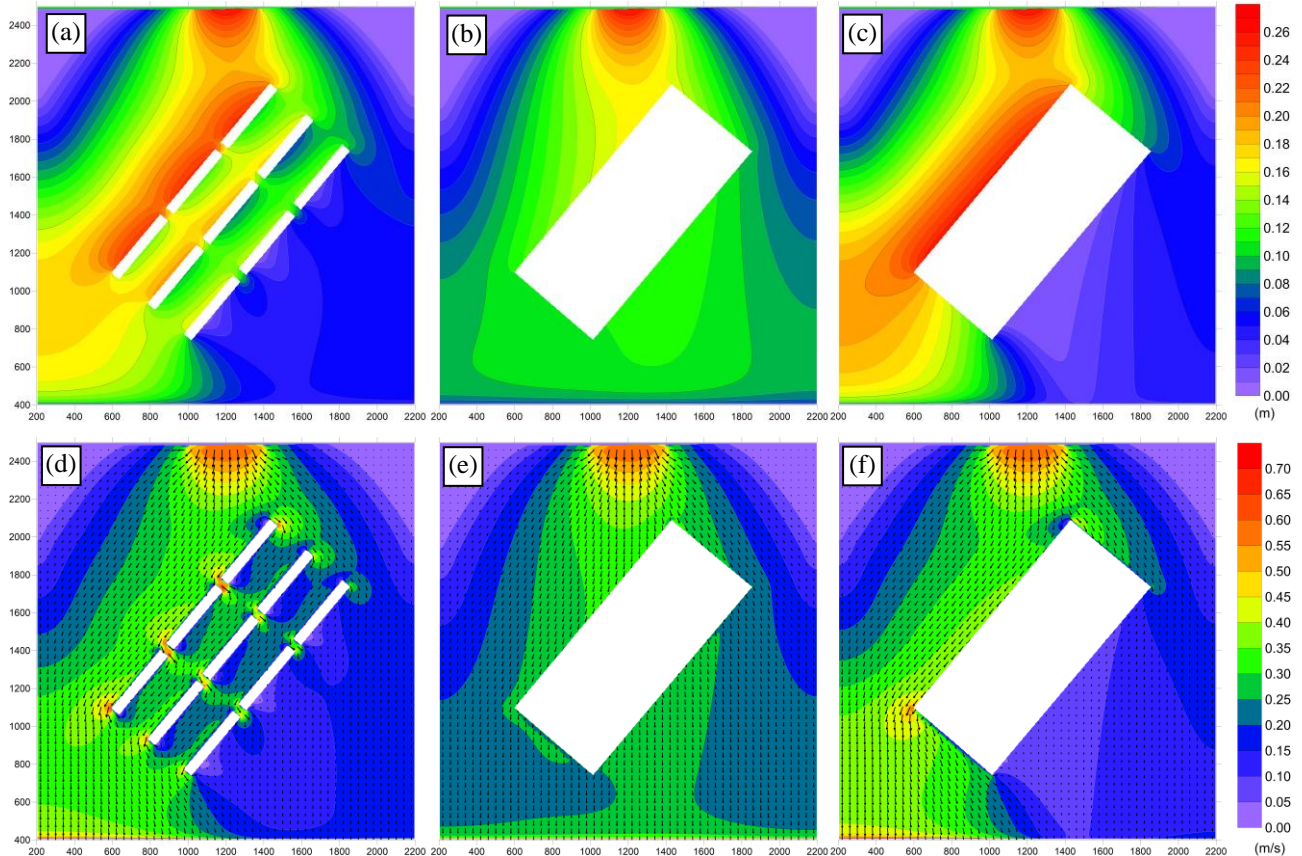


Figura 2. Confronto dei risultati in termini di profondità e velocità idriche, nel caso di edifici risolti (a), (d), porosità isotropa (b), (e) e anisotropa (c), (f).

La configurazione urbana considerata presenta nove edifici regolari di $400 \text{ m} \times 50 \text{ m}$ disposti su tre file: lungo ogni fila ogni edificio dista 50 m dall'adiacente, mentre gli spazi che separano le file di edifici sono di ampiezza pari a 200 m (Fig. 2a). Il modello presentato è stato testato conducendo le seguenti tre simulazioni:

1. Edifici risolti (soluzione di riferimento): gli edifici sono inseriti nella mesh di calcolo rendendo inattive le celle che li costituiscono (metodo “building hole”, Schubert & Sanders, 2012);

2. Modello isotropo: la zona urbana è modellata mediante un unico coefficiente di porosità $\phi = 0.748$, calcolato sulla base della configurazione geometrica. I coefficienti s_x e s_y in eq. (1) sono assunti nulli;

3. Modello anisotropo (qui proposto): la zona urbana è modellata definendo i quattro parametri geometrici $\phi = 0.748$, $\Psi_L = 0.727$, $\Psi_T = 0.077$ e $\alpha = 50^\circ$. Nel modello si assume $s_x = s_y = 0$.

Il dominio di calcolo è discretizzato con celle aventi lato $\Delta x = \Delta y = 4$ m, la pendenza del fondo è assunta pari a 0.05%, l'accelerazione di gravità $g = 9.81$ m/s² e la scabrezza del fondo $k = 50$ m^{1/3}/s. La condizione al contorno di monte prevede l'immissione di una portata costante $Q = 50$ m³/s (nord), mentre a valle (sud) è inserita una condizione trasmissiva (*farfield*). I risultati delle simulazioni sono valutati in termini di profondità e velocità idriche in condizione di stazionarietà (Fig. 2). Allo scopo di facilitare il confronto, e ricordando che i modelli con porosità non mirano a riprodurre dettagliatamente il campo di moto nell'area urbana, la stessa è stata campita in Fig. 2b,c,e,f. Assumendo i risultati della simulazione con edifici risolti come riferimento (a), si nota come solo il modello anisotropo (c) riesca a cogliere sia il rigurgito causato dagli edifici (zona rossa a nord-ovest), che l'abbassamento dei tiranti idrici a valle degli stessi (zona viola-blu a sud-est). Particolarmente significativi sono poi i risultati relativi al campo di velocità: nel modello isotropo (e) i vettori attraversano l'area urbana risentendo in misura ridotta (quasi nulla) della riduzione della sezione libera al moto, mentre il modello anisotropo (f) riesce a cogliere correttamente sia il campo di moto nei quattro spigoli che la curvatura delle traiettorie, con risultati prossimi a quelli di riferimento (a).

4 CONCLUSIONI

È qui proposto un modello numerico 2D ai Volumi Finiti con porosità per la simulazione a larga scala di allagamenti in ambito urbano. L'aspetto innovativo riguarda l'introduzione, nel calcolo delle resistenze al moto, di una porosità di flusso anisotropa riferita all'elemento di calcolo. Essa consente di evitare i problemi di dipendenza dalla griglia di calcolo che caratterizzano gli schemi a porosità integrale.

Forzato con parametri di derivazione geometrica su casi schematici, il modello con porosità si è dimostrato in grado di simulare con buona precisione il campo di moto ottenuto da simulazioni ad alta risoluzione, assunte come riferimento. Va sottolineato d'altra parte che il modello proposto, ancora in fase embrionale, non è in grado di rendere conto della complessità che caratterizza le aree urbane reali. Per esempio, l'assunzione di due direzioni principali mutuamente ortogonali non è valida in generale, e la stima delle porosità di flusso non è agevole in caso di disposizione irregolare degli edifici.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- Cea, L. & Vázquez-Cendón, M.E. Unstructured finite volume discretization of two-dimensional depth-averaged shallow water equations with porosity. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 62, 903–930, 2010.
- Defina, A. Two-dimensional shallow flow equations for partially dry areas. *Water Resour. Res.*, 36, 3251, 2000.
- Defina, A., D'Alpaos, L. & Matticchio, B. A new set of equations for very shallow water and partially dry areas suitable to 2D numerical models. In: *Modelling Flood Propagation Over Initially Dry Areas*. (P. Molinaro & L. Natale, editors), American Society of Civil Engineers, New York, p. 72–81, 1994.
- Ferrari, A., Vacondio, R., Dazzi, S. & Mignosa, P. A 1D–2D Shallow Water Equations solver for discontinuous porosity field based on a Generalized Riemann Problem. *Adv. Water Resour.*, 107, 233–249, 2017.
- Guinot, V. Consistency and bicharacteristic analysis of integral porosity shallow water models. Explaining model oversensitivity to mesh design. *Adv. Water Resour.*, 107, 43–55, 2017.
- Guinot, V. & Soares-Frazão, S. Flux and source term discretization in two-dimensional shallow water models with porosity on unstructured grids. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 50, 309–345, 2006.
- Guinot, V., Sanders, B.F. & Schubert, J.E. Dual integral porosity shallow water model for urban flood modelling. *Adv. Water Resour.*, 103, 16–31, 2017.
- Kim, B., Sanders, B., Famiglietti, J.S. & Guinot, V. Urban flood modeling with porous shallow-water equations: A case study of model errors in the presence of anisotropic porosity. *J. Hydrol.*, 523, 680–692, 2015.
- Sanders, B.F., Schubert, J.E. & Gallegos, H.A. Integral formulation of shallow-water equations with anisotropic porosity for urban flood modeling. *J. Hydrol.*, 362, 19–38, 2008.
- Schubert, J.E. & Sanders, B.F. Building treatments for urban flood inundation models and implications for predictive skill and modeling efficiency. *Adv. Water Resour.*, 41, 49–64, 2012.
- Vacondio, R., Dal Palù, A. & Mignosa, P. GPU-enhanced Finite Volume Shallow Water solver for fast flood simulations. *Environmental Modelling & Software*, 57, 60–75, 2014.
- Viero, D.P. & Valipour, M. Modeling anisotropy in free-surface overland and shallow inundation flows. *Adv. Water Resour.*, 104, 1–14, 2017.